GAZETA DE MATEMÁTICA

JORNAL DOS CONCORRENTES AO EXAME DE APTIDÃO E DOS ESTUDANTES DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS SUPERIORES

ANO XV — N.° 60-61 — JULHO 1955

SUMÁRIO

No primeiro centenário do nascimento de Henri Poincaré
por *Ruy Luís Gomes*

L'Etat actuel et l'avenir de la Physique Mathématique
par *Henri Poincaré*

A lei dinâmica do electrão livre
por *José Gaspar Teixeira*

Os vectores próprios comuns a operadores lineares quase-permutáveis
por *J. Joaquim Dionísio*

Conjuntos finitos
por *José Ribeiro Albuquerque*

O cálculo das probabilidades e a teorização do comportamento económico
por *Gustavo de Castro*

Movimento Científico
Comissão Internacional do ensino matemático. Sub-comissão Portuguesa — Primeiro curso latino-americano de aperfeiçoamento em matemática para professores universitários — Comemorações do centenário do nascimento de Henri Poincaré

Matemáticas Elementares
Pontos dos exames de aptidão às Escolas Superiores

Admissão ao Estágio

Matemáticas Superiores
Pontos de exames de frequência e finais — Geometria Descritiva — Análise Infinitesimal — Álgebra Superior — Mecânica Racional — Cálculo das Probabilidades — Astronomia — Física Matemática — Mecânica Celeste

DEPOSITÁRIO: LIVRARIA SÁ DA COSTA / RUA GARRETT, 100-102 / LISBOA

ções que a nossa preocupação, *de sermos do nosso tempo,* teimasse em formular.

Com efeito, ultrapassando tudo aquilo que já não-será possível aceitar sem alterações, está o admirável estudo crítico da origem e evolução da Física Matemática, desde o paradigma Newtoniano — *fase das forças centrais* — até ao aparecimento das concepções de MAXWELL — *fase dos grandes princípios:* princípio de MAYER ou da conservação da energia, princípio de LAVOISIER ou da conservação da massa, princípio da igualdade de acção e reacção ou princípio de NEWTON, princípio da CARNOT ou da degradação da energia, princípio de menor acção e ainda princípio da relatividade (1).

Está ainda na clarividência com que, já em plena crise pré-relativista, na viragem do século XIX para o século XX, se firmou na convicção de que, a pesar de tudo..., a última batalha seria ganha pela Física-Matemática dos princípios.

Está também na lucidês com que, reflectindo sobre o fracasso, uma após outra, de todas as tentativas para medir a velocidade *absoluta* da Terra, foi até ao ponto de acrescentar aos princípios clássicos, *o princípio de relatividade* (2) «as leis dos fenómenos físicos devem ser as mesmas, seja para um observador fixo, seja para um observador animado de um movimento de translação uniforme; de sorte que nós não temos e nem podemos ter nenhum meio de discernir se somos, sim ou não, arrastados por um semelhante movimento».

Ora, segundo este enunciado, *o princípio de relatividade* engloba não só as leis dos fenómenos do movimento dos corpos em particular as que se referem à *inércia,* como ainda as da *propagação da luz,* nomeadamente naquele aspecto em que exprimem que a sua forma *não depende da velocidade da respectiva fonte* (1).

Por isso mesmo, pode dizer-se, sem receio de paradoxo, EINSTEIN construiu a *Relatividade* sobre um duplo *absoluto:* o da acelaração dos corpos materiais e o da propagação da luz (expressa geomètricamente no cone de luz); enquanto que GALILEU e NEWTON apenas consideravam o *absoluto-aceleração.* Regressando, porém, ao texto de POINCARÉ, desejamos salientar que há nele ainda uma alusão bem clara a uma *nova mecânica:* «Talvez devamos construir uma nova mecânica, que apenas entrevemos, na qual, crescendo a inércia com a velocidade, a velocidade da luz tornar-se-ia um limite intransponível».

E tanto basta para se apreciar, cinquenta anos depois, o alcance e a justeza das palavras proféticas do grande Físico-Matemático! Um ponto há, no entanto, em que POINCARÉ se deteve e não indicou, em termos assim explícitos, o sentido da solução — e esse ponto é o que diz respeito à *gravitação.*

Efectivamente, só EINSTEIN deu uma explicação satisfatória do fenómeno da gravitação, baseando-se, para isso, na equivalência entre a massa da inércia e a massa gravítica; equivalência que, como facto experimental, era já conhecida de NEWTON.

Mas essa explicação surgiu (já depois da morte da POINCARÉ) no decorrer dos anos de 1913 e 1914, quando EINSTEIN formulou a *Relatividade Geral,* associando a gravitação à inércia e estabelecendo que a matéria presente no universo é afinal a determinante dos fenómenos da gravitação-inércia e também do espaço e do tempo acessíveis à observação e experiência.

---

(1) POINCARÉ refere estes seis princípios.

(2) E. WHITTAKER, no 2.º vol. da sua documentadíssima *História das Teorias do Eter e Electricidade,* ed. Thomas Nelson and Sons Ltd, Edinburgh, 1953, salienta devidamente este resultado do *penetrante e original espírito* de POINCARÉ (p. 30, 31, Cap. II, *A Teoria da Relatividade de* POINCARÉ *e* LORENTZ).

(1) Traduz-se isto dizendo, quase como regra, que a velocidade da luz é constante. Mas é uma maneira errada de interpretar os factos, como tem sido posto em relevo por H. WEYL.

verse du carré des distances et cette attraction est la seule force qui influe sur leurs mouvements. Mais si nos sens étaient assez subtils pour nous montrer tous les détails des corps qu'étudie le physicien, le spectacle que nous y découvririons différerait à peine de celui que contemple l'astronome. Là aussi nous verrions des points matériels séparés les uns des autres par des intervalles énormes par rapport à leurs dimensions et décrivant des orbites suivant des lois régulières. Ces astres infiniment petits, ce sont les atomes. Comme les astres proprement dits, ils s'attirent ou se repoussent, et cette attraction ou cette répulsion, dirigée suivant la droite qui les joint, ne dépend que de la distance. La loi suivant laquelle cette force varie en fonction de la distance n'est peut-être pas la loi de Newton, mais c'est une loi analogue; au lieu de l'exposant — 2, nous avons probablement un exposant différent, et c'est de ce changement d'exposant que sort tout la diversité des phénomènes physiques, la variété des qualités et des sensations, tout le monde coloré et sonore qui nous entoure, toute la Nature en un mot.

Telle est la conception primitive dans toute sa pureté. Il ne reste plus qu'à chercher dans les différents cas quelle valeur il convient de donner à cet exposant afin de rendre compte de tous les faits. C'est sur ce modèle que Laplace par exemple a construit sa belle théorie de la Capillarité; il ne la regarde que comme un cas particulier de l'attraction, ou, comme il dit, de la pesanteur universelle, et personne ne s'étonne de la trouver au milieu de l'un des cinq volumes de la Mécanique Céleste. Plus récemment, Briot croit avoir pénétré le dernier secret de l'Optique quand il a démontré que les atomes d'éther s'attirent en raison inverse de la 6e puissance de la distance; et Maxwell, Maxwell lui-même, ne dit-il pas quelque part que les atomes de gaz se repoussent en raison inverse de la 5e puissance de la distance. Nous avons l'exposant — 6, ou — 5 au lieu de l'exposant — 2, mais c'est toujours un exposant.

Parmi les théories de cette époque, une seule fait exception, celle de Fourier; il y a bien des atomes, agissant à distance l'un sur l'autre; ils s'envoient mutuellement de la chaleur, mais ils ne s'attirent pas, ils ne bougent pas. A ce point de vue, la théorie de Fourier devait apparaître aux yeux de ses contemporains, à ceux de Fourier lui-même, comme imparfaite et provisoire.

Cette conception n'était pas sans grandeur; elle était séduisant, et beaucoup d'entre nous n'y ont pas définitivement renoncé; ils savent qu'on n'atteindra les éléments ultimes des choses qu'en débrouillant patiemment l'écheveau compliqué que nous donnent nos sens; qu'il faut avancer pas à pas en ne négligeant aucun intermédiaire, que nos pères ont eu tort de vouloir brûler les étapes, mais ils croient que quand on arrivera à ces éléments ultimes, on y retrouvera la simplicité majestueuse de la Mécanique Céleste.

Cette conception n'a pas non plus été inutile; elle nous a rendu un service inappréciable, puisqu'elle a contribué à préciser en nous la notion fondamentale de la loi physique. Je m'explique; comment les anciens comprenaient-ils la Loi? C'était pour eux une harmonie interne, statique pour ainsi dire et immuable; ou bien c'était comme un modèle que la nature s'efforçait d'imiter. Une loi, pour nous, ce n'est plus cela du tout; c'est une relation constante entre le phénomène d'aujourd'hui et celui de demain; en un mot, c'est une équation différentielle.

Voilà la forme idéale de la loi physique; eh bien, c'est la loi de Newton qui l'a revêtue la première. Si ensuite on a acclimaté cette forme en physique, c'est précisément en copiant autant que possible cette loi de Newton, c'est en imitant la Mécanique Céleste.

Néanmoins, il est arrivé un jour où la conception des forces centrales n'a plus paru

suffisante, et c'est la première de ces crises dont je vous parlais tout à l'heure.

Que fit-on alors ? On renonça à pénétrer dans le détail de la structure de l'univers, à isoler les pièces de ce vaste mécanisme, à analyser une à une les forces qui les mettent en branle et on se contenta de pendre pour guides certains principes généraux qui ont précisément pour objet de nous dispenser de cette étude minutieuse. Comment cela ? Supposons que nous ayons en face de nous une machine quelconque ; le rouage initial et le rouage final sont seuls apparents, mais les transmissions, les rouages intermédiaires par lesquels le mouvement se communique de l'un à l'autre sont cachés à l'intérieur et échappent à notre vue ; nous ignorons si la communication se fait par des engrenages ou par des courroies, par des bielles ou par d'autres dispositifs. Dirons-nous qu'il nous est impossible de rien comprendre à cette machine tant qu'on ne nous permettra pas de la démonter ? Vous savez bien que non et que le principe de la conservation de l'énergie suffit pour nous fixer sur le point le plus intéressant ; nous constatons aisément que la roue finale tourne dix fois moins vite que la roue initiale, puisque ces deux roues sont visibles ; nous pouvons en conclure qu'un couple appliqué à la première fera équilibre à un couple dix fois plus grand appliqué à la la seconde. Point n'est besoin pour cela de pénétrer le mécanisme de cet équilibre et de savoir comment les forces se compenseront à l'intérienr de la machine ; c'est assez de s'assurer que cette compensation ne peut pas ne pas se produire.

Eh bien, en présence de l'univers, le principe de la conservation de l'énergie peut nous rendre le même service. C'est aussi une machine, beaucoup plus compliquée que toutes celles de l'industrie, et dont presque toutes les parties nous sont profondément cachées ; mais en observant le mouvement de celles que nous pouvons voir, nous pouvons, en nous aidant de ce principe, tirer des conclusions qui resteront vraies quels que soient les détails du mécanisme invisible qui les anime.

Le principe de la conservation de l'énergie, ou principe de Mayer, est certainement le plus important, mais ce n'est pas le seul, il y en a d'autres dont nous pouvons tirer le même parti. Ce sont :

Le principe de Carnot, ou principe de la dégration de l'énergie.

Le principe de Newton, ou principe de l'égalité de l'action et de la réaction.

Le principe de la relativité, d'après lequel les lois des phénomènes physiques doivent être les mêmes, soit pour un observateur fixe, soit pour un observateur entraîné dans un mouvement de translation uniforme ; de sorte que nous n'avons et ne pouvons avoir aucun moyen de discerner si nous sommes, oui ou non, emportés dans un pareil mouvement.

Le principe de la conservation de la masse ou principe de Lavoisier.

J'ajouterai le principe de moindre action.

L'application de ces cinq ou six principes généraux aux différents phénoménes physiques suffit pour nous en apprendre ce que nous pouvons raisonnablement espérer en connaître. Le plus remarquable exemple de cette nouvelle Physique Mathématique est sans contredit la théorie électromagnétique de la Lumière de Maxwell. Qu'est-ce que l'éther, comment sont disposées ses molecules, s'attirent-elles ou se repoussent-elles ? nous n'en savons rien ; mais nous savons que ce milieu transmet à la fois les pertubartions optiques et les perturbations eléctriques ; nous savons que cette transmission doit se faire conformément aux principes généraux de la Mécanique et cela nous suffit pour établir les équations du champ électromagnétique.

Ces principes sont des résultats d'expériences fortement généralisés ; mais ils semblent emprunter à leur généralité même un degré éminent de certitude. Plus ils sont généraux,

en effet, plus on a fréquemment l'occasion de les contrôler et les vérifications, en se multipliant, en prenant les formes les plus variées et les plus inattendues, finissent par ne plus laisser de place au doute.

Telle est la seconde phase de l'histore de la Physique Mathématique et nous n'en sommes pas encore sortis. Dirons-nous que la première a été inutile, que pendant cinquante ans la science avait fait fausse route et qu'il n'y a plus qu'à oublier tant d'efforts accumulés qu'une conception vicieuse condamnait d'avance à l'insuccès? Pas le moins du monde. Croyez-vous que la seconde phase aurait pu exister sans la première? L'hypothèse des forces centrales contenait tous les principes; elle les entraînait comme des conséquences necéssaires; elle entraînait et la conservation de l'énergie, et celle des masses, et l'égalité de l'action et de la réaction, et la loi de moindre action, qui apparaissaient, il est vrai, non comme des vérités expérimentales, mais comme des théorèmes; et dont l'énoncé avait en même temps je ne sais quoi de plus précis et de moins général que sous leur forme actuelle.

C'est la Physique Mathématique de nos pères qui nous a familiarisés peu à peu avec ces divers principes, qui nous a habitués à les reconnaître sous les différents vêtements dont ils se déguisent. On les a comparés aux données de l'expérience on a vu comment il fallait en modifier l'énoncé pour les adapter à ces données; par là on les a èlargis et consolidés. On a été conduit ainsi à les regarder comme des vérités expérimentales; la conception des forces centrales devenait alors un soutien inutile, ou plutôt une gêne, puisqu'elle faisait participer les principes de son caractère hypothétique.

Les cadres ne se sont donc pas brisés, parce qu'ils étaient élastiques; mais ils se sont élargis; nos pères, qui les avaient établis, n'avaient pas travaillé en vain; et nous reconnaissons dans la science d'aujourd'hui les traits généraux de l'esquisse qu'ils avaient tracée.

Allons-nous entrer maintenant dans une troisième phase? Sommes-nous à la veille d'une seconde crise? Ces principes sur lesquels nous avons tout bâti vont-ils s'écrouler à leur tour? Depuis quelque temps, on peut se le demander.

En m'entendant parler ainsi, vous pensez sans doute au radium, ce grand révolutionnaire des temps présents, et en effet je vais y revenir tout à l'heure; mais il y a autre chose; ce n'est pas seulement la conservation de l'énergie qui est une cause; tous les autres principes sont également en danger, comme nous allons le voir en les passant successivement en revue.

Commençons par le principe de CARNOT. C'est le seul qui ne se présente pas comme une conséquence immédiate de l'ypothèse des forces centrales; bien mieux, il semble sinon contredire directement cette hypothèse, du moins ne pas se concilier avec elle sans un certain effort. Si les phénomènes physiques étaient dus exclusivement aux mouvements d'atomes dont les attractions mutuelles ne dépendraient que de la distance, il semble que tous ces phénomènes devraient être réversibles; si toutes les vitesses initiales étaient renversées, ces atomes toujours soumis aux mêmes forces devraient parcourir leurs trajectoires en sens contraire, de même que la terre décrirait dans le sens rétrograde cette même orbite elliptique qu'elle décrit dans le sens direct, si les conditions initiales de son mouvement avaient été renversées. A ce compte, si un phénomène physique est possible, le phénomène inverse doit l'être également et on doit pouvoir remonter le cours du temps. Or, il n'en est pas ainsi dans la Nature, et c'est précisément ce que le principe de CARNOT nous enseigne, la chaleur peut passer du corps chaud sur le corps froid, et il est impossible ensuite de lui faire reprendre le chemin inverse et de rétablir

des différences de température qui se sont effacées. Le mouvement peut être intégralement dissipé et transformé en chaleur par le frottement; la transformation contraire ne pourra jamais se faire que d'une manière partielle.

On s'est efforcé de concilier cette apparente contradiction. Si le monde tend vers l'uniformité, ce n'est pas parce que ses parties ultimes, d'abord dissemblables, tendent à devenir de moins en moins différentes, c'est parce que, se déplaçant au hasard, elles finissent par se mélanger. Pour un oeil qui distinguerait tous les éléments, la variété resterait toujours aussi grande; chaque grain de cette poussière conserve son originalité et ne se modèle pas sur ses voisins; mais comme le mélange devient de plus en plus intime, nos sens grossiers n'aperçoivent plus que l'uniformité. Voilà porquoi, par example, les températures tendent à se niveler sans qu'il soit possible de revenir en arrière.

Qu'une goutte de vin tombe dans un verre d'eau: quelle que soit la loi du mouvement interne du liquide, nous le verrons bientôt se colorer d'une teinte rosée uniforme et à partir de ce moment on aura beau agiter le vase, le vin et l'eau ne paraîtront plus pouvoir se séparer. Ainsi voici quel serait le type du phénomène physique irréversible: cacher un grain d'orge dans un tas de blé, c'est facile; l'y retrouver ensuite et l'en faire sortir, c'est pratiquement impossible. Tout cela, MAXWELL et BOLTZMANN l'ont expliqué, mais celui qui l'a vu le plus nettement, dans un livre trop peu lu parce qu'il est un peu difficile à lire, c'est Gibbs, dans ses principes élémentaires de Mécanique Statique.

Pour ceux qui se placent à ce point de vue, le principe de CARNOT n'est qu'un principe imparfait, une sorte de concession à l'infirmité de nos sens; c'est parce que nos yeux sont trop grossiers que nous ne distinguons pas les éléments du mélange; c'est parce que nos mains sont trop grossières que nous ne savons pas les forcer à se séparer; le démon imaginaire de MAXWELL, qui peut trier les molécules une à une, saurait bien contraindre le monde à revenir en arrière. Y peut-il revenir de lui-même, cela n'est pas impossible, cela n'est qu'infiniment peu probable; il y a des chances pour que nous attendions longtemps le concours des circonstances qui permettraient une rétrogradation; mais, tôt ou tard, elles se réaliseront, après des années dont il faudrait des millions de chiffres pour écrir le nombre. Ces réserves, cependant, restaient toutes théoriques, elles n'étaient pas bien inquiétantes et le principe de CARNOT conservait toute sa valeur pratique. Mais voici que la scène change. Le biologiste, armé de son microscope, a remarqué il y a longtemps dans ses préparations des mouvements désordonnés des petites particules en suspension; c'est le mouvement brownien. Il a cru d'abord que c'était un phénomène vital, mais il a vu bientôt que les corps inanimés ne dansaient pas avec moins d'ardeur que les autres; il a alors passé la main aux physiciens. Malheureusement, les physiciens se sont longtemps désintéressés de cette question; on concentre de la lumière pour éclairer la préparation microscopique, pensaient-ils; la lumière ne va pas sans chaleur, de là des inégalités de température et dans le liquide des courants intérieurs qui produisent les mouvements dont on nous parle.

M. GOUY eut l'idée d'y regarder de plus près et il vit, ou crut voir, que cette explication est insoutenable, que les mouvements deviennent d'autant plus vifs que les particules sont plus petites, mais qu'ils ne sont pas inflnencés par le mode d'éclairage. Si alors ces mouvements ne cessent pas, ou plutôt renaissent sans cesse, sans rien emprunter à une source extérieure d'énergie, que devons-nous croire? Nous ne devons pas, sans dout renoncer pour cela à la conservation de l'énergie, mais nous voyons sous nos yeux tantôt le mouvement se transformer en cha-

leur par le frottement, tantôt la chaleur se changer inversement en mouvement, et cela sans que rien ne se perde, quisque le mouvement dure toujours. C'est le contraire du principe de CARNOT. S'il en est ainsi, pour voir le monde revenir en arrière, nous n'avons plus besoin de l'oeil infiniment subtil du démon de MAXWELL, notre microscope nous suffit. Les corps trop gros, ceux qui ont, par exemple, un dixième de millimètre, sont heurtés de tous les côtés par les atomes en mouvement, mais ils ne bougent pas parce que ces chocs sont très nombreux et que la loi du hasard veut qu'ils se compensent; mais les particules plus petites reçoivent trop peu de chocs pour que cette compensation se fasse à coup sûr et sont incessamment ballottées. Et voilà déjà l'un de nos principes en péril.

Venons au principe de relativité; celui-là non seulement est confirmé par l'expérience quotidienne, non seulement il est une conséquence nécessaire de l'hypothèse des forces centrales, mais il s'impose à notre bons sens d'une façon irrésistible; et pourtant lui aussi est battu en brèche. Supposons deux corps électrisés; bien qu'ils nous semblent en repos, ils sont l'un et l'autre entraînés par le mouvement de la Terre; une charge électrique en mouvement, ROWLAND nous l'a appris, équivaut à un courant; ces deux corps chargés équivaudront donc à deux courants parallèles et de même sens et ces deux courants devront s'attirer. En mesurant cette atraction, nous mesurerons la vitesse de la Terre; non pas sa vitesse par rapport au Soleil ou aux Etoiles fixes, mais sa vitesse absolue.

Je sais bien ce qu'on va dire, ce n'est pas sa vitesse absolue que l'on mesure, c'est sa vitesse par rapport à l'éther. Que cela est peu satisfaisant! Ne voit-on pas que du principe ainsi compris on ne pourra plus rien tirer? Il ne pourrait plus rien nous apprendre justement parce qu'il ne craindrait plus aucun démenti. Si nous parvenons à mesurer quelque chose, nous serons toujours libres de dire que ce n'est pas la vitesse absolue, et si ce n'est pas la vitesse par rapport à l'éther, cela pourra toujours être la vitesse par rapport à quelque nouveau fluide inconnu dont nous remplirions l'espace.

Aussi bien l'expérience s'est chargée de ruiner cette interprétation du principe de relativité; toutes les tentatives pour mesurer la vitesse de la Terre par rapport à l'éther ont abouti à des résultats négatifs. Cette fois la physique expérimentale a été plus fidèle au principe de la Physique Mathématique; les théoriciens en auraient fait bon marché afin de mettre en concordance leurs autres vues générales; mais l'expérience s'est obstinée à le confirmer. On a varié les moyens, enfin MICHELSON a poussé la précision jusqu'à ses dernières limites; rien n'y a fait. C'est précisément pour expliquer cette obstination que les mathématiciens sont forcés aujourd'hui de deployer toute leur ingéniosité.

Leur tâche n'était pas facile, et si LORENTZ s'en est tiré, ce n'est qu'en accumulant les hypothèses.

L'idée la plus ingénieuse a été celle du temps local. Imaginons deux observateurs qui veulent régler leurs montres par des signaux optiques; ils échangent des signaux, mais comme ils savent que la transmission de la lumière n'est pas instantanée, ils prennent soin de les croiser. Quand la station B aperçoit le signal de la station A, son horloge ne doit pas marquer la même heure que celle de la station A au moment de l'émission du signal, mais cette heure augmentée d'une constant représentant la durée de la transmission. Supposons, par exemple, que la station A envoie son signal quand son horloge marque l'heure zéro, et que la station B l'aperçoive quand son horloge marque l'heure t. Les horloges sont réglées si le retard égal à t représente la durée de la transmission, et pour la vérifier la station B expédie à son tour un signal

quand son horloge marque zéro, la station A doit alors l'apercevoir quand son horloge marque t. Les montres sont alors réglées.

Et en effet elles marquent la même heure au même instant physique, mais à une condition, c'est que les deux stations soient fixes. Dans le cas contraire, la durée de la transmission ne sera pas la même dans les deux sens, puisque la station A par exemple marche au devant de la perturbation optique émanée de B, tandis que la station B fuit devant la perturbation émanée de A. Les montres réglées de la sorte ne marqueront donc pas le temps vrai, elles marqueront ce qu'on peut appeler le temps local, de sorte que l'une d'elles retardera sur l'autre. Peu importe, puisque nous n'avons aucun moyen de nous en apercevoir. Tous les phénomènes qui se produiront en A par exemple seront en retard, mais tous le seront également, et l'observateur ne s'en apercevra pas puisque sa montre retarde ; ainsi, comme le veut le principe de relativité, il n'aura aucun moyen de savoir s'il est en repos ou en mouvement absolu.

Cela malheureusement ne suffit pas, et il faut des hypothèses complémentaires ; il faut admettre que les corps en mouvement subissent une contraction uniforme dans le sens du mouvement. L'un des diamètres de la Terre par exemple est raccourci de $\frac{1}{200000000}$ par suite du mouvement de notre planète, tandis que l'autre diamètre conserve sa longueur normale. Ainsi se trouvent compensées les dernières petites différences. Et puis il y a encore l'hypothèse sur les forces. Les forces, quelle que soit leur origine, la pesanteur comme l'élasticité, seraient réduites dans une certaine proportion, dans un monde animé d'une translation uniforme, ou plutôt c'est ce qui arriverait pour les composantes perpendiculaires à la translation ; les composantes parallèles ne changeraient pas. Reprenons alors notre exemple de deux corps électrisés; ces corps se repoussent, mais en même temps, si tout est entraîné dans une translation uniforme, ils équivalent à deux courants parallèles et de même sens qui s'attirent.

Cette attraction électrodynamique se retranche donc de la répulsion électrostatique et la répulsion totale est plus faible que si les deux corps étaient en repos. Mais comme, pour mesurer cette répulsion, nous devons l'équilibrer par une autre force, et que toutes ces autres forces sont réduites dans la même proportion, nous ne nous apercevons de rien. Tout semble ainsi arrangé, mais tous les doutes sont-ils dissipés ? Qu'arriverait-il si on pouvait communiquer par des signaux qui ne seraient plus lumineux et dont la vitesse de propagation différerait de celle de la lumière ? Si après avoir réglé les montres par le procédé optique, on voulait vérifier le réglage à l'aide de ces nouveaux signaux, on constaterait des divergences qui mettraient en évidence la translation commune des deux stations. Et de pareils signaux sont-ils inconcevables, si l'on admet avec LAPLACE que la gravitation universelle se transmet un million de fois plus vite que la lumière ?

Ainsi le principe de relativité a été dans ces derniers temps vaillamment défendu, mais l'énergie même de la défense prouve combien l'attaque était sérieuse.

Parlons maintenant du principe de NEWTON, sur l'égalité de l'action et de la réaction. Celui-ci est intimement lié au précédent et il semble bien que la chute de l'un entraînerait celle de l'autre. Aussi ne devons-nous pas nous étonner de retrouver ici les mêmes difficultés.

Les phénomènes électriques, pense-t-on, sont dus aux déplacements de petites particules chargées appelées électrons et plongées dans le milieu que nous nommons éther. Les mouvements de ces électrons produisent des perturbations dans l'éther avoisinant ; ces perturbations se propagent dans tous les sens avec la vitesse dela lumière, et à leur tour

d'autres électrons, primitivement en repos, se trouvent ébranlés quand la perturbation atteint les parties de l'éther qui les touchent. Les électrons agissent donc les uns sur les autres, mais cette action n'est pas directe, elle se fait par l'intermédiaire de l'éther. Dans ces conditions peut-il y avoir compensation entre l'action et la réaction, du moins pour un observateur qui ne tiendrait compte que des mouvements de la matière, c'est-à-dire des électrons, et qui ignorerait ceux de l'éther qu'il ne peut pas voir ? Evidemment non. Quand même la compensation serait exacte elle ne saurait être simultanée. La perturbation se propage avec une vitesse finie, elle n'atteint donc le second électron que quand le premier est depuis longtemps rentré dans le repos. Ce second électron subira donc, avec un retard, l'action du premier, mais certainement à ce moment il ne réagira pas sur lui puisqu'autour de ce premier électron rien ne bouge plus.

L'analyse des faits va nous permettre de préciser davantage. Imaginons, par exemple, un excitateur de HERTZ comme ceux que l'on emploie en télégraphie sans fil ; il envoie de l'énergie dans tous les sens ; mais nous pouvons le munir d'un miroir parabolique, comme l'a fait HERTZ avec ses plus petits excitateurs, afin de renvoyer toute l'énergie produite dans une seule direction. Qu'arrive-t-il alors, d'après la théorie ? c'est que l'appareil va reculer, comme s'il était un canon et si l'énergie qu'il a projetée était un boulet, et cela est contraire au principe de NEWTON, puisque notre projectile ici n'a pas de masse, ce n'est pas de la matière, c'est de l'énergie. Il en est encore de même d'ailleurs avec un phare pourvu d'un réflecteur puisque la lumière n'est autre chose qu'une perturbation du champ électromagnetique. Ce phare devra reculer comme si la lumière qu'il envoie était un projectile. Quelle est la force qui doit produire ce recul ? c'est ce qu'on a appelé la pression MAXWELL-BARTHOLDI ; elle est très petite et on a eu bien du mal à la mettre en évidence avec les radiomètres les plus sensibles ; mais il suffit qu'elle existe.

Si toute l'énergie issue de notre excitateur va tomber sur un récepteur, celui-ci se comportera comme s'il avait reçu un choc mécanique, qui représentera en un sens la compensation du recul de l'excitateur ; la réaction sera égale à l'action, mais elle ne sera pas simultanée, le récepteur avancera, mais pas au moment où l'excitateur reculera. Si l'énergie se propage indéfiniment sans rencontrer de récepteur, la compensation ne se fera jamais.

Dira-t-on que l'espace qui sépare l'excitateur du récepteur et que la perturbation doit parcourir pour aller de l'un à l'autre n'est pas vide, qu'il est rempli non seulement d'éther, mais d'air ou même, dans les espaces interplanétaires, de quelque fluide subtil, mais encore pondérable ; que cette matière subit le choc comme le récepteur au moment où l'énergie l'atteint et recule à son tour quand la perturbation la quitte ? Cela sauverait le principe de NEWTON, mais cela n'est pas vrai ; si l'énergie en se propageant restait toujours attachée à quelque substratum matériel, la matière en mouvement entraînerait la lumière avec elle et FIZEAU a démontré qu'il n'en est rien, au moins pour l'air c'est ce que MICHELSON et MORLEY ont confirmé depuis. On peut supposer aussi que les mouvements de la matière proprement dite sont exactement compensés par ceux de l'éther, mais cela nous amènerait aux mêmes réflexions que que tout à l'heure. Le principe ainsi entendu pourra tout expliquer, puisque, quels que soient les mouvements visibles, on aura toujours la faculté d'imaginer des mouvements hypothétiques qui les compensent. Mais s'il peut tout expliquer, c'est qu'il ne nous permet de rien prévoir, il ne nous permet pas de choisir entre les différentes hypothèses possibles, puisqu'il explique tout d'avance. Il devient donc inutile.

Et puis les suppositions qu'il faudrait faire sur les mouvements de l'éther ne sont pas très satisfaisantes. Si les charges électriques doublent, il serait naturel d'imaginer que les vitesses des divers atomes d'éther doublent aussi, et, pour la compensation, il faut que la vitesse moyenne de l'éther quadruple.

C'est pourquoi j'ai longtemps pensé que ces conséquences de la théorie, contraires au principe de NEWTON, finiraient un jour par être abandonnées et pourtant les expériences récentes sur les mouvements des électrons issus du radium semblent plutôt les confirmer.

J'arrive au principe de LAVOISIER sur la conservation des masses. Certes, c'en est un auquel on ne saurait toucher sans ébranler la mécanique. Et maintenant certaines personnes pensent qu'il ne nous paraît vrai que parce qu'on ne considère en mécanique que des vitesses modérées, mais qu'il cesserait de l'être pour des corps animés de vitesses comparables à celle de la lumière. Or, ces vitesses, on croit maintenant les avoir réalisées ; les rayons cathodiques et ceux du radium seraient formés de particules très petites ou d'électrons qui se déplaceraient avec des vitesses, plus petites sans doute que celle de la lumière, mais qui en seraient le dixième ou le tiers.

Ces rayons peuvent être déviés soit par un champ électrique, soit par un champ magnétique et on peut, en comparant ces déviations, mesurer à la fois la vitesse des électrons et leur masse (ou plutôt le rapport de leur masse à leur charge). Mais quand on a vu que ces vitesses se rapprochaient de celle de la lumière, on s'est avisé qu'une correction était nécessaire. Ces molécules, étant électrisées, ne peuvent se déplacer sans ébranler l'éther ; pour les mettre en mouvement, il faut triompher d'une double inertie, de celle de la molécule elle-même et de celle de l'éther. La masse totale ou apparente que l'on mesure se compose donc de deux parties : la masse réelle ou mécanique de la molécule, et la masse électrodynamique représentant l'inertie de l'éther.

Les calculs d'Abraham et les expériences de KAUFFMAN ont alors montré que la masse mécanique proprement dite est nulle et que la masse des électrons, ou au moins des électrons négatifs, est d'origine exclusivement électro-dynamique. Voilà qui nous force á changer la définition de la masse ; nous ne pouvons plus distinguer la masse mécanique et la masse électro-dynamique, parce qu'alors la première s'évanouirait ; il n'y a pas d'autre masse que l'inertie éléctro-dynamique ; mais dans ce cas la masse ne peut plus être constante, elle augmente avec la vitesse ; et même, elle dépend de la direction, et un corps animé d'une vitesse notable n' opposera pas la même inertie aux forces qui tendent à le dévier de sa route, et à celles qui tendent à accélérer ou à retarder se marche.

Il y a bien encore une ressource : les éléments ultimes des corps sont des électrons, les uns chargés négativement, les autres chargés positivement. Les électrons négatifs n'ont pas de masse, c'est entendu ; mais les électrons positifs, d'aprés le peu qu'on en sait, semblent beaucoup plus gros. Peut-être, ont-ils, outre leur masse électro-dynamique, une vraie masse mécanique. La véritable masse d'un corps, ce serait alors la somme des masses mécaniques de ses électrons positifs, les éléctrons négatifs ne compteraient pas ; la masse ainsi définie pourrait encore être constante.

Hélas ! cette ressource aussi nous échappe. Rappelons-nous ce que nous avons dit au sujet du principe de relativité et des efforts faits pour la sauver. Et ce n'est pas seullement un principe qu'il s'agit de sauver, ce sont les résultats indubitables des expériences de MICHELSON. Eh bien, ainsi que nous l'avons vu plus haut, pour rendre compte de ces résultats, LORENTZ a été obligé de supposer que toutes les forces, quelle que soit

leur origine, étaient réduites dans la même proportion dans un milieu animé d'une translation uniforme ; ce n'est pas assez, il ne suffit pas que cela ait lieu pour les forces réelles, il faut encore qu'il en soit de même pour les forces d'inertie ; il faut donc, dit-il, que *les masses de toutes les particules soient influencées par une translation au même degré que les masses électro-magnétiques des électrons.*

Ainsi les masses mécaniques doivent varier d'après les mêmes lois que les masses eléctrodynamiques ; elles ne peuvent donc pas être constantes.

Ai-je besoin de faire observer que la chute du principe de LAVOISIER entraîne celle du principe de NEWTON. Ce dernier signifie que le centre de gravité d'un système isolé se meut en ligne droite ; mais s'il n'y a plus de masse constante, il n'y a plus de centre de gravité, on ne sait même plus ce que c'est. C'est pourquoi j'ai dit plus haut que les expériences sur les rayons cathodiques avaient paru justifier les doutes de LORENTZ au sujet du principe de NEWTON.

De tous ces résultats, s'ils se confirmaient, sortirait une mécanique entièrement nouvelle qui serait surtout caractérisée par ce fait qu'aucune vitesse ne pourrait dépasser celle de la lumière (1) pas plus qu'aucune température ne peut tomber au-dessous du zéro absolu. Pour un observateur, entraîné lui-même dans une translation dont il ne se doute pas, aucune vitesse apparente ne pourrait non plus dépasser celle de la lumière ; et ce serait là une contradiction, si l'on ne se rappelait que cet observateur ne se servirait pas des mêmes horloges qu'un observateur fixe, mais bien d'horloges marquant le «temps local».

Nous voici alors en face d'une question que je me borne à poser. S'il n'y a plus de masse, que devient la loi de NEWTON?

La masse a deux aspects, c'est à la fois un coefficient d'inertie et une masse attirante comme facteur dans l'attraction newtonienne. Si le coefficient d'inertie n'est pas constant, la masse attirante pourra-t-elle l'être ? Voilà la question.

Du moins le principe de la conservation de l'énergie nous restait encore et celui-là paraissait plus solide. Vous rappellerai-je comment il fut à son tour jeté en discrédit ? L'événement a fait plus de bruit que les précédents et il est dans toutes les mémoires. Dès les premiers travaux de Becquerel et surtout quand les CURIE eurent découvert le radium, on vit que tout corps radioactif était une source inépuisable de radiation. Son activité semblait subsister sans altération à travers les mois et les années. C'était déjà là une entorse aux principes ; ces radiations, c'était en effet de l'énergie, et de ce même morceau de radium, il en sortait et il en sortait toujours. Mais ces quantités d'energie étaient trop faibles pour être mesurées ; du moins on le croyait et on ne s'en inquiétait pas trop.

La scène changea quand CURIE s'avisa de mettre le radium dans un calorimètre ; on vit alors que la quantité de chaleur incessamment créée était très notable.

Les explications proposées furent nombreuses ; mais en pareille matière on ne peut pas dire qu'abondance de biens ne nuit pas ; tant que l'une d'elles n'aura pas triomphé des autres, nous ne pourrons pas être sûrs qu'aucune d'entre elles soit bonne. Depuis quelque temps toutefois, une de ces explications semble prendre le dessus et on peut raisonnablement espérer que nous tenons la clef du mystère.

Sir W. RAMSAY a cherché à montrer que le radium se transforme, qu'il renferme une provision d'énergie énorme, mais non inépuisable. La transformation du radium produirait alors un million de fois plus de chaleur que toutes les transformations connues ; le radium s'épuiserait en 1250 ans ; c'est bien court, mais vous voyez que nous sommes du

(1) Car les corps opposeraint une inertie croissante aux causes qui tendraient à accélérer leur mouvement; et cette inertie deviendrait infinie quand on approcherait de la vitesse de la lumière.