GAZETA DE MATEMÁTICA

Publicação bianual da Sociedade Portuguesa de Matemática Ano LXIII | Julho 2002 nº143

5 Euros

Quinto Centenário do nascimento de Pedro Nunes

O Nónio de Pedro Nunes

António Estácio dos Reis
Academia de Marinha

Este artigo foi primeiramente publicado na revista Oceanos nº 38, Abril/Junho de 1999 e é aqui reproduzido com a generosa permissão do autor e daquela revista.

A navegação astronómica teve início ainda no século XV, quando os navegadores portugueses, ao afastarem-se da costa tiveram de recorrer a instrumentos de altura para determinar a posição do navio. Para o efeito, usaram quadrantes e astrolábios náuticos que, necessariamente, tinham de estar bem divididos pois, só assim, se assegurava o rigor dos cálculos que efectuavam.

Esta exigência era tal que, no século seguinte, o *Regimento do Cosmógrafo-mor*, promulgado em 1592, estabelecia a obrigatoriedade de exame dos mestres das cartas de marear e fabricantes de instrumentos náuticos, assim como a verificação pelo Cosmógrafo-mor, que neles devia apôr a sua assinatura como atestado de qualidade. O *Regimento* ia ao ponto de aplicar penas aos fabricantes não examinados e aos mestres aprovados que não submetessem as suas obras a exame.

A operação de dividir a escala de um quadrante ou de um astrolábio não era fácil. Simão de Oliveira, na sua *Arte de Navegar*, publicada em 1606, diz-nos: *" Descrito o astrolábio (Fig 1) resta dividi-lo, a qual divisão se fará desta maneira. Divide-se cada quadrante superior em 3 partes iguais, cada uma das quais se repartirá em outras 3, e serão 9 e destas cada uma pelo meio sairão 18 que divididas cada uma em 5 ficará o quadrante dividido em 90 e cada uma das quais e ao centro do círculo ajuntando uma regra* [régua] *se tirarão por elas linhas pequenas, lançando as que se tirarem de 10 em 10 graus, por ambos os intervalos e as de 5 em 5 por um intervalo e parte do outro e as de um em um por um intervalo só, fazendo um grau branco e outro preto, aos quais se lhe porão os números de 10 em 10 começando os dez do ponto A e acabando em C e D onde se porão 90.*

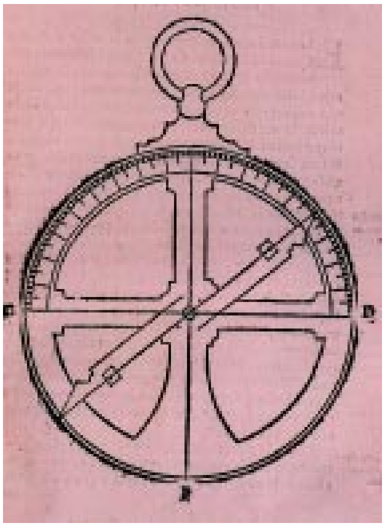


Fig. 1. Gravura do astrolábio náutico, apresentado por Simão de Oliveira na *Arte de navegar*, Lisboa, 1606.
Biblioteca Central de Marinha, Lisboa.
Fotografia de Lama Castro Caldas e Paulo Cintra.

Descrito e dividido o astrolábio em papel passar-se-ão ao astrolábio de latão assim os círculos como as linhas em a mesma distância, divisão e número que tiveram no papel, descrevendo os círculos com um compasso de pontas de aço e as linhas com uma ponta do mesmo, para que corte o latão divisando os graus com umas riscas pequenas, assim como em papel se usa fazer um em branco e outro em preto".

Em resumo: o artista tinha que fazer o desenho no papel e depois tranferí-lo para o quadrante ou astrolábio, cometendo necessariamente vários erros que começavam pelo facto de não existirem métodos geométricos de dividir o quarto de círculo (a não ser como mais adiante se indica) e que terminavam pela falta de rigor da gravação.

No século XVIII já se tinha melhorado o processo de divisão das escalas. John Bird (1709-1776) publica, em 1767, uma obra intitulada *Method of dividing astronomical instruments,* onde apresenta alguns métodos inovadores, que considera mais adequados, aconselhando a fazer o trabalho durante a manhã, em condições de temperatura constante, escolhendo para o efeito certas épocas do ano, como por exemplo a Primavera e o Outono.

Para obviar a dificuldade da divisão do quadrante, devido ao facto de não haver um método geométrico para o fazer, o artífice George Graham (1673-1751) sugere a divisão em 96 partes, isto é, primeiro em 3 partes e depois bissectando sucessivamente até alcançar aquele número. Uma tabela de conversão facilmente daria o valor do ângulo medido em graus. Todavia, esta solução, que foi defendida pelo cientista João Jacinto de Magalhães, não chegou a ter sucesso.

Um modo de fugir ao penoso problema de dividir as escalas circulares, era recorrer a instrumentos que, destinados à medida de ângulos, usassem escalas rectilíneas, como acontecia com a *balestilha,* também foi usada pelos pilotos portugueses, a partir do início do século XVI.

Perante todas estas dificuldades, tornava-se indispensável e urgente encontrar uma solução mecânica para resolver este premente problema. Depois de tentativas, feitas por outros, Jesse Ramsden (1731-1800), entre 1768 e 1773, concebeu e desenvolveu a máquina de dividir escalas circulares (Fig 2) que obteve verdadeira notariedade. A máquina veio a ser apresentada na obra *Description of an engine for dividing mathematical instruments*, publicada em Londres, no ano de 1787, consagrando Ramsden como um dos mais notáveis fabricantes de instrumentos do seu tempo.

Fig. 2. Máquina de dividir circular inventada por Jesse Ramsden. Desenho incluído na sua obra *Description of an engine for dividing mathematical instruments, Londres,* 1787. Biblioteca Central de Marinha, Lisboa. Fotografia de Lama Castro e Paulo Cintra.

A grande inovação deste artista, que tinha oficina em Londres, foi incluir na sua máquina uma roda com 2160 dentes ligada a um parafuso sem fim que, por cada rotação, permitia uma divisão de 10 minutos de arco. E, como esse parafuso era accionado por outra roda dividida em 60 partes, a máquina atingia os 10 segundos, muito mais do que era exigido a um instrumento náutico, mas que foi extremamente útil na manufactura de material destinado a observações astronómicas em terra. Escolhida a divisão adequada, e usando um estilete, riscava-se o próprio limbo do instrumento, fazendo em curto espaço de tempo, um trabalho que, até então, demorava dias e cujo rigor não tinha qualquer comparação.

Se Ramsden tivesse nascido noutro país teria sido, talvez durante algum tempo, o único a beneficiar do invento. Mas em Inglaterra, o *Board of Longitude*, que tinha sido criado para encontrar uma solução prática para determinar a longitude no mar, contempla o autor com 300 libras esterlinas, como prémio da sua invenção. Mas, mais, Ramsden recebe ainda 315 libras com a condição de publicar uma memória descritiva e se colocar à disposição de dez dos seus colegas artífices, escolhidos pelo Board, para ensinar a fabricar máquinas equivalentes e a usá-las.

Esta sábia medida foi uma das principais razões que explicam o espantoso desenvolvimento tecnológico e a consolidação do prestígio já então alcançado pelos fabricantes ingleses, não só de instrumentos náuticos como também de outros comummente chamados de matemática.

Além disso, e o facto constituiu uma medida de grande estímulo, Jesse Ramsden é feito membro da *Royal Society*, quando, sabemos bem, em outras

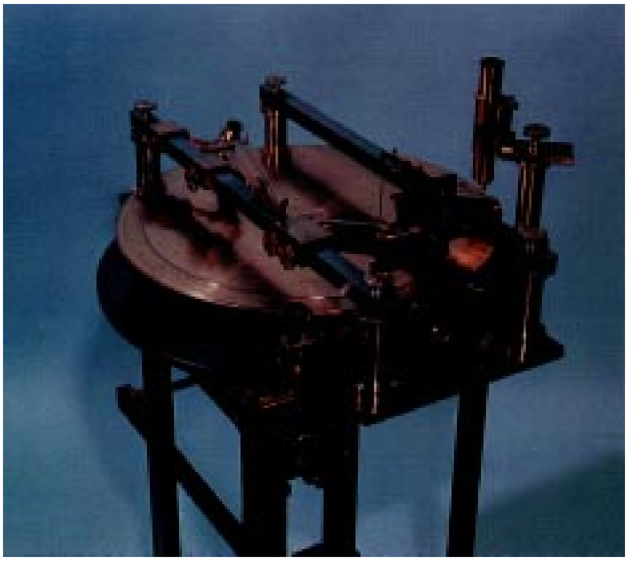


Fig. 3. Máquina de dividir escalas circulares, fabricada pela firma *Froment*, Paris, 1855. Instituto Superior Técnico, Lisboa.

academias congéneres, não tinha acesso um *simples* artífice. Aliás, um outro mestre, Peter Dollond (1730-1820) foi também membro daquela prestigiada instituição, por ter sabido corrigir as aberrações cromáticas das lentes empregadas nos instrumentos destinados à observação dos astros. Ramsden beneficiou do uso da patente desta invenção, quando, em 1765, casou com a irmã de Dollond.

Não temos conhecimento de quais foram os primeiros artífices portugueses que usaram este tipo de máquina de dividir escalas. O mais antigo exemplar que existe em Portugal, julgamos ser o que se encontra no Museu do Instituto Superior Técnico. Foi fabricado em França no ano de 1855, pela firma Froment (Fig 3).

Deixamos para agora um outro problema respeitante aos instrumentos de medida, que consiste na leitura das fracções da mais pequena divisão de uma escala que, certamente, se podia fazer por estima, mas que se tornava numa operação pouco rigorosa e que, além disso, dependia da avaliação pessoal do observador.

Levi ben Gerson (1288-1344) é o nome de um judeu que viveu no sul de França e que deixou um manuscrito em hebreu que, em 1342, Petrus de Alexandria verteu para latim por ordem do papa Clemente VI. Neste manuscrito, Levi propõe o uso de uma *escala transversal*, também chamada *diagonal* (Fig 4). É no entanto indispensável dizer-se que, no passado, a prioridade deste método foi atribuída a Thomas Digges (1546-1593) que, em 1576, o apresentou na obra *A perfil description of the celestial orbes*. Ficamos, no entanto, sem saber se Digges conhecia a obra de Levi, porque, no passado, era prática corrente referir ou usar invenções de outros, sem qualquer preocupação de indicar os seus verdadeiros autores.

Na prática, este método consiste em expandir, de modo engenhoso, a largura da mais pequena dimensão da escala, usando diagonais entre os seus valores extremos, mas respeitantes a escalas paralelas. Deste modo, torna-se possível obter o espaço necessário para gravar as subdivisões, tanto nas escalas rectilíneas como nas circulares.

São conhecidos instrumentos que dispõem de escala transversal, como acontece com o *Coimbra*, um astrolábio náutico, possivelmente dos fins do século XVII, existente no Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra (Fig 5). Este mesmo tipo de escala foi usado nos primeiros octantes, fabricados nos meados do século seguinte.

Estamos certos que Pedro Nunes (1502-1577), quando se preocupou com este problema, não conhecia o trabalho de Levy, que apesar de traduzido para latim devia ter tido uma divulgação muito limitada, por se tratar de um manuscrito. E, muito menos a obra de Digges que, apesar

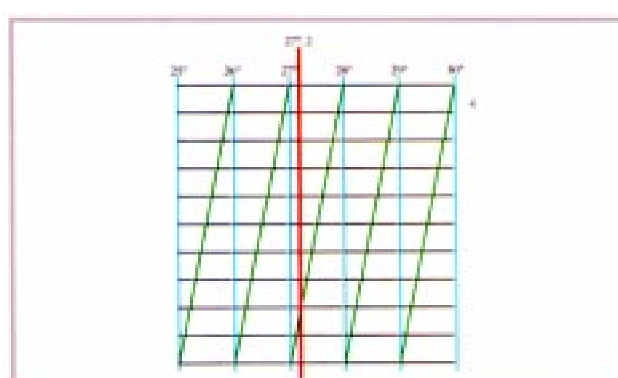


Fig. 4. Desenho de uma escala transversal ou diagonal que mostra como pode ser expandida a largura da mais pequena divisão de uma escala.

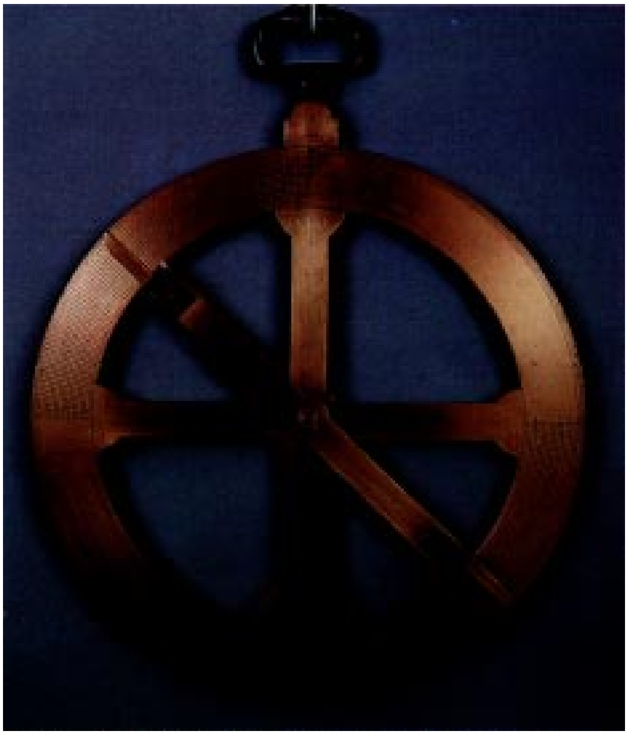


Fig. 5. O astrolábio náutico *Coimbra*. Apesar de, pela suas dimensões (diâmetro 508 mm, peso 10170 g) não ter sido usado a bordo, dispõe de escala diagonal. Exemplar do séc. XVIII. Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra.

de impressa, é posterior à sua invenção. Aliás, se tal tivesse acontecido, talvez o facto desmotivasse o nosso ilustre sábio, pois o seu conceito de nónio tem o mesmo objectivo que a escala diagonal.

O *nónio* aparece na obra *De Crepusculis* (Fig 6), publicada em 1542. Na segunda parte desta obra, a proposição número três reza assim: "*Construir um instrumento que seja muito apropriado às observações dos astros, e com o qual se possam determinar rigorosamente as respectivas alturas*".

A ideia que estimulou o nosso cosmógrafo, aliás descrita na sua obra intitulada *De arte atque ratione navigandi*, foi uma passagem do *Almagesto* (página 9 da edição de 1515), em que Ptolemeu considera que o valor do arco de meridiano entre os dois trópicos corresponde à fracção 11/83 da circunferência. Diz ainda que o limbo do instrumento utilizado para esta medição deve ser dividido em graus e cada grau em partes do grau, sem fixar o número delas.

Pedro Nunes, sabendo que na época do sábio alexandrino não existiam instrumentos que permitissem tal precisão, e inspirando-se talvez na proporção entre aqueles dois números inteiros, desenvolveu a proposição atrás referida, imaginando o que ficou conhecido pelo nome de nónio.

Num astrolábio graduado de 0 a 90 graus, construam-se mais 44 escalas concêntricas, mas sucessivamente divididas em 89, 88, 87, até chegar a 46 partes. Nestas condições, ao medir-se um determinado ângulo, que não corresponda a um número exacto de graus, é muito provável que o seu valor caia rigorosamente, ou muito próximo, de uma divisão das referidas escalas. Vamos supor que desejávamos medir o ângulo de 37 graus e 23 minutos. Verifica-se que pela tabela que apresentamos (Fig 7), onde foram incluídas todas as posições do nónio entre 37 e 38 graus, a 27ª posição da escala 65 de divisões mede 37 graus e 23.08 minutos, o que permite fazer uma leitura com o afastamento de apenas 8 centésimos de minuto. Para ficarmos com uma ideia mais clara do que se passa no sec-

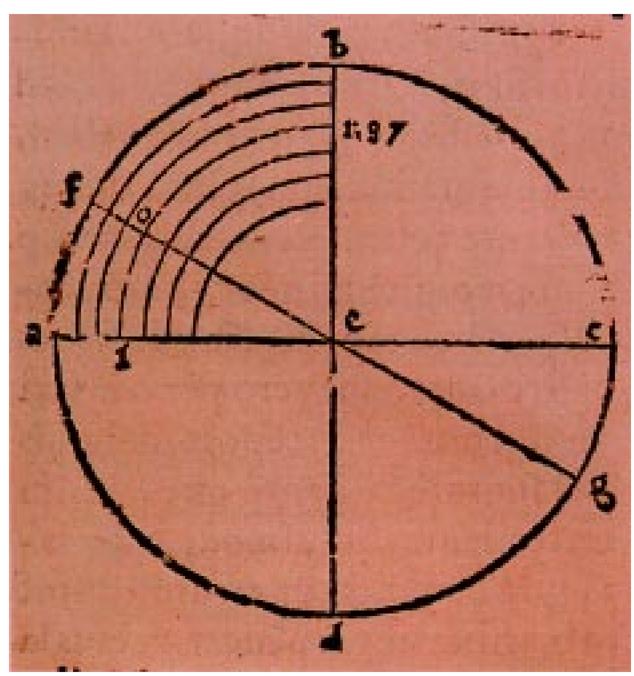


Fig. 6. Desenho segundo a gravura apresentada por Pedro Nunes, em *De Crepusculis*, que acompanha a descrição do nónio.
Lisboa, 1542. Biblioteca Nacional, Lisboa.

(37/90)	37° 00'
(21/51) (28/68) (35/85)	03.52
(33/80)	07.5
(26/63)	08.57
(19/46)	10.43
(31/75)	12
(24/58) (36/87)	14.48
(29/70)	17.14
(34/82)	19.02
(22/53)	21.48
(27/65)	23.08
(32/77)	24.16
(37/89)	24.94
(20/48) (25/60) (30/72) (35/84)	30
(33/79)	35.69
(28/67)	36.71
(23/55)	38.18
(36/86)	40.46
(31/74)	42.16
(26/62)	44.51
(34/81)	46.67
(21/50)	48
(29/69)	49.56
(37/88)	50.45
(24/57) (32/76)	53.68
(35/83)	57.11
(27/64)	58.13
(38/90)	38° 00'

Fig. 7. Posições do nónio entre os 37° e 38°, distribuídas pelas diversas escalas que o constituem. Constata-se que algumas posições são repetidas em escalas diferentes. Entre parêntesis, do lado esquerdo da tabela, estão indicadas primeiro a posição na escala e, em seguida, o número de divisões em que foi dividida essa escala. No lado direito da tabela menciona-se o valor angular de cada posição ou posições quando estas são coincidentes.

tor atrás mencionado, elaboramos um desenho, no qual não foi cumprida a escala (Fig 8), em que podemos apreciar as posições do nónio nele contidas.

No exemplo que apresentamos, o afastamento foi de 8 centésimos. Nem sempre se consegue tal aproximação, dado que o afastamento médio entre duas posições é superior. De facto, se dividirmos o quadrante pelo número de posições do nónio não repetidas, verificamos que a separação média é pouco superior a 2 minutos de arco.

Todavia, esta separação média é enganosa, dado que a distribuição das posições do nónio é muito irregular. Apesar de termos calculado, como atrás referimos, todas as suas posições, não nos apercebemos que existem largos sectores, que chegam a alcançar os 30', nos quais não há uma única posição. Esta descoberta devemo-la a Jean Widemann, que calculou os valores da separação entre todas as posições do nónio, o que o conduziu a resultados surpreendentes. Transcrevemos alguns dos vazios mais significativos:

— entre 44° 30' e 45° 30', só existe a graduação dos 45°;

— entre 29° 40' e 30° 20', só há a posição dos 30° e, como no nónio se verifica uma rigorosa simetria em relação aos 45°, também entre os 59° 40' e 60° 20', apenas aparece a graduação dos 60°;

— entre 22° 15' e 22° 45' e entre 67° 15' e 67° 45', encontram-se exclusiva e respectivamente, as posições 22° 30' e 67° 30'.

Os exemplos seguem-se, mas as separações vão,

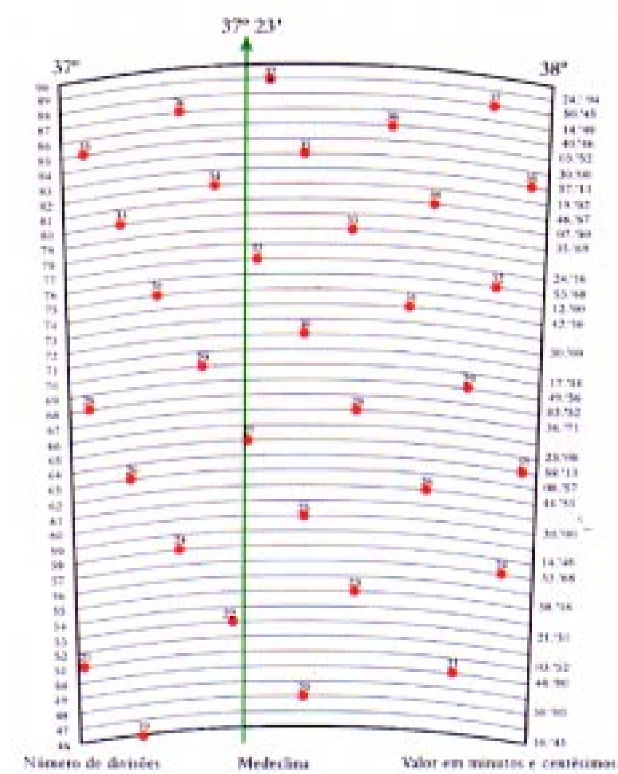


Fig. 8. Esquema em que se mostram graficamente as posições do nónio, entre os 37 e 38°, referidas na Fig 7. Seguindo o exemplo apresentado no texto, se desejarmos medir um ângulo de 37° 23' (onde se colocou a mediclina), constata-se que a posição do nónio mais perto deste valor é a 27ª na escala dividida em 65 posições. A leitura teria sido feita com um erro de .08' que, neste caso, é inferior ao erro médio de 2.13 minutos indicado no texto.

naturalmente, diminuindo. Sem dúvida que o nónio seria de enorme utilidade (desconhecia-se então a irregular distribuição das suas posições) quando integrado num astrolábio, pois foi este o instrumento escolhido por Nunes para a aplicação do seu invento. Todavia, a gravação das 45 escalas (estamos a incluir a escala principal , de zero a 90º) era, para a época, um trabalho extremamente difícil pela circunstância de não existirem processos geométricos para efectuar a sua correcta divisão. Além disso ainda havia a questão do espaço. De facto, se num astrolábio planisférico ou náutico de disco, com 20 ou 25 centímetros de diâmetro, a gravação já tinha as suas limitações, esta tornava-se impossível quando se tratasse de um astrolábio náutico de roda, como se constata na Fig 1.

Nesta nossa caminhada ao longo de tão apaixonante assunto, procuramos averiguar qual teria sido a divulgação que teve este invento noniano e quais os instrumentos que o usaram.

Nestes aspectos, em Portugal, encontramos uma descrição do nónio na *Arte de Navegar*, de 1596, que o padre Francisco da Costa designa por "*quadrante dos quadrantes*", sem fazer a mais pequena referência ao seu autor.

Já antes de Francisco da Costa, um outro português, João Baptista Lavanha, no seu *Tratado del Arte de Navegar*, de 1588, escrito em castelhano, apresenta uma pormenorizada descrição do nónio, onde também não faz a mais pequena alusão ao sábio salaciano.

No que respeita a instrumentos dotados de nónio que tenham existido no nosso país, não encontramos um único exemplar, nem tão pouco qualquer notícia a seu respeito. Todavia, Francisco Stockler, em 1818, diz-nos que todas as dúvidas que porventura subsistam acerca do nónio poder-se-iam desvanecer "*se ainda existissem os instrumentos de que Pedro Nunes se servia, e que ele havia em grande parte feito construir, porém quis a desgraça que todo esse precioso depósito, indo parar ao poder dos religiosos beneditinos do colégio que esta ordem monástica tem em Coimbra, o abade que governava aquele colégio, quando se fizeram as grades do adro da igreja, sendo informado que se precisava de uma porção de metal amarelo, para se fundirem umas carrancas, ou peças metálicas, que ainda actualmente adornam as sobreditas grades; entendendo que aqueles instrumentos astronómicos, de que os frades não faziam uso algum, eram trastes absolutamente inúteis, os deu para se converterem nos indicados ornatos. Assim acabaram, vítimas de uma ignorante economia, monumentos científicos, preciosos pela sua antiguidade, e respeitáveis em consideração do homem de génio que tinha inventado uns, aperfeiçoado outros, e manejado todos com singular habilidade*". Stockler esclarece que esta "anedota" era corrente em Coimbra, quando ele se formou naquela Universidade, e que lhe foi "*transmitida por pessoa muito curiosa, sisuda, e verídica*".

Admitimos, como perfeitamente possível, que tal pudesse ter acontecido, porque, infelizmente, não é caso único a destruição, no nosso país, de património científico.

Todavia, não encontramos qualquer suporte documental que confirme a afirmação de Stockler. Acontece até que as grades onde estavam as referidas carrancas foram demolidas com a igreja há longos anos. Mas mesmo que tal episódio tivesse acontecido, nada nos prova que Pedro Nunes possuísse instrumentos dispondo do seu nónio. Em primeiro lugar porque, como já atrás referimos, não conhecemos uma única notícia a este respeito e, em segundo lugar, porque a divisão e a gravação das escalas dum nónio, como já dissemos, era um trabalho árduo, exigindo artífices de grande perícia que, na época, não existiam em Portugal.

O mesmo não aconteceu no estrangeiro, durante a segunda metade do século XVI, onde em várias cidades como Augsburgo, Nuremberga ou Antuérpia, famosos artistas tais como Christoph Schissler, Tobias Volckmer e Gemma Frisius, só para citar alguns, nos deixaram instrumentos da mais alta qualidade. Isto porque estes artífices, para além de uma noção perfeita da função desses mesmos instrumentos, conheciam de tal maneira os processos de fabrico e usavam-nos com tal perícia, que nos deixaram obras tão elaboradas que, ainda hoje, nos causam a maior admiração.

No nosso país nada disto acontecia. Para além do astrolábio náutico, que foi, na época e sem qualquer dúvida, o instrumento de alturas de maior prestígio, que os portugueses desenvolveram e fabricaram, mas cuja tecnologia era elementar, não há memória de aqui se ter feito, por exemplo, um astrolábio planisférico, que foi ferramenta indispensável dos cosmógrafos de antanho. E destes belos instrumentos, chegaram até aos nossos dias mais de 1300, pois a lista que refere este número é de 1955 e sabemos que já foram catalogados muitos outros.

Na sequência destas considerações, arriscamos mesmo em afirmar que Pedro Nunes não possuíu um único exemplar do nónio que concebeu. Até recentemente só havia conhecimento de dois quadrantes usando o nónio. São referidos por Tycho Brahe (1546-1601), na sua obra *Astronomiae Instauratae Mechanica,* cuja primeira edição

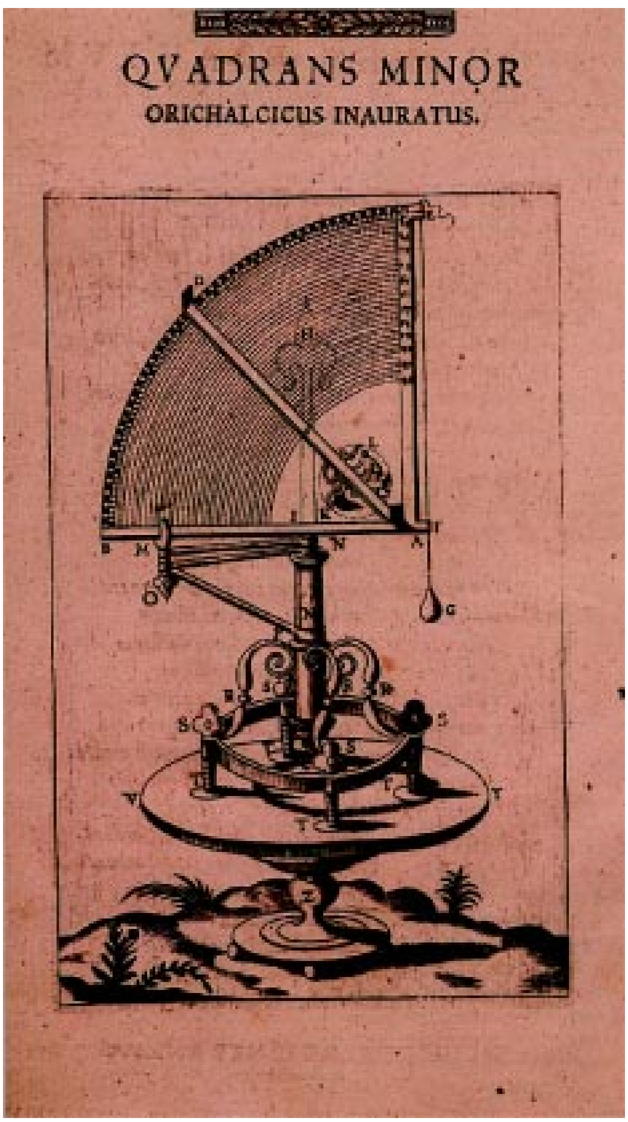


Fig. 9. Quadrante, com o raio de 390 mm, dispondo do nónio de Pedro Nunes. Gravura inserida na *Astronomiae Instauratae Mechanica,* ed 1602, de Tycho Brahe.
Biblioteca da Ajuda, Lisboa.

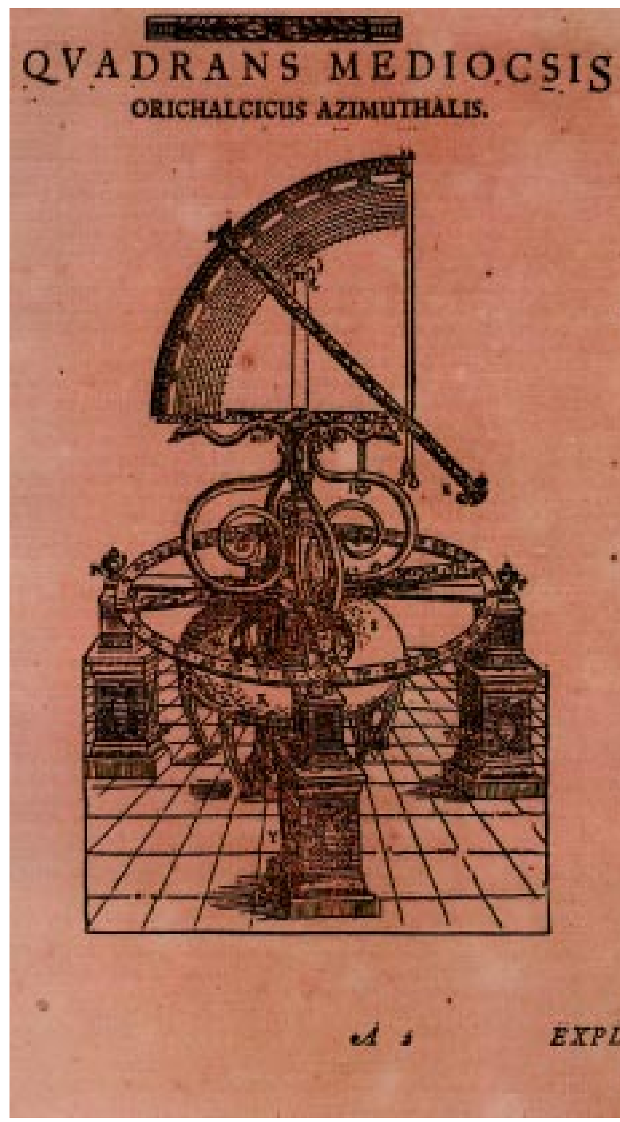


Fig. 10. Quadrante, com raio de 580 mm, dispondo do nónio de Pedro Nunes e também de escala diagonal. Gravura inserida na *Astronomiae Instauratae Mechanica,* ed 1602, de Tycho Brahe.
Biblioteca da Ajuda, Lisboa.

é de 1598. Nesta obra, além de serem apresentadas gravuras (Figs 9 e 10) dos referidos quadrantes, o autor afirma - estamos a seguir a tradução inglesa de 1946 - que estes estão divididos com as usuais transversais, mas também utilisam o nónio do *"famoso matemático espanhol"*. A tradução parece-nos incorrecta porque o termo efectivamente usado por Brahe é "hispanicus", que julgamos abranger todos os habitantes da Península Ibérica e não, particularmente, os espanhóis. Além disso aquele astrónomo dinamarquês afirma que Pedro Nunes atribui o método a Ptolomeu, o que dificilmente o convence, afirmação que, a nosso ver, constitui uma homenagem à modéstia do nosso grande matemático.

A razão que levou Tycho Brahe a usar o nónio resulta da sua preocupação em fazer as observações astronómicas com grande precisão, o que o levou a estabelecer importantes conceitos, que fizeram escola e foram responsáveis pelo nascimento de uma nova Astronomia. Só assim foi possível elaborar as efemérides dos fenómenos celestes com o indispensável rigor. Pelo facto, este astrónomo ocupa um destacado lugar na História da Astronomia.

Sabemos que Brahe fabricava os seus próprios instrumentos, possivelmente com a ajuda de ajudantes. Nas duas décadas em que teve o seu observatório na ilha de Ven, a 27 quilómetros de Copenhaga, observatório que lhe foi oferecido pelo rei da Dinamarca Frederico II, construiu 20 instrumentos dos quais nem um só sobreviveu, como aliás aconteceu a todos os outros que produziu. Assim, perdemos a oportunidade de ver a invenção de Nunes concretizada na obra do maior astrónomo do seu tempo.

O nónio não foi usado por Brahe durante muito tempo. Com efeito, em 20 de Janeiro de 1587, aquele famoso dinamarquês escrevia ao matemático Cristóvão Rothmann: *"Mas, logo que em seguida, comecei a tomar rigorosamente a altura dos astros com a ajuda de quadrantes e me apercebi pela experiência, que a divisão comum, levada o mais longe possível, não era suficiente nos pequenos instrumentos, recorri ao subtil processo que Nunes apresenta na terceira preposição do seu* De Crepusculis, *e o tornei mais exacto, aumentando o número de subdivisões e calculando tábuas pelas quais se poderia conhecer imediatamente e com precisão a altura de um ponto qualquer. E, como esta invenção de Nunes, assim como a experiência me tinha provado, não satisfazia as suas promessas, eu pergunto-me se o processo, pelo qual se chega, por meio de pontos transversais, a dividir uma recta em partes muito pequenas, não poderia aplicar-se também às linhas curvas"*.

Esta carta traz-nos algumas novidades. A primeira mostra que Tycho aumentou o número de posições do nónio, o que pela análise das duas gravuras apresentadas na *Astronomiae Instauratae Mechanica* não se descortina. Admitimos que esta experiência tenha sido feita num quadrante de grandes dimensões de que não nos chegou notícia.

A segunda diz-nos que Brahe elaborou tábuas para o cálculo dos ângulos correspondentes às numerosas posições do nónio, o que constituiu um árduo trabalho, tanto mais que admitimos que esse cálculo teria sido feito para um ou mais nónios dispondo de mais posições do que aquelas concebidas pelo seu inventor. Mais adiante vamos saber que Clavius calculou tábuas para uma nova versão do nónio.

Relativamente ao abandono do nónio, já esboçado por Tycho Brahe, no texto acima transcrito, temos ainda uma informação de Delambre, do início do século XIX, que nos afirma que Tycho renunciou à sua utilização, *"o que ele não teria feito se os erros não fossem maiores que um ou dois minutos"*.

A mais importante utilização teórica do nónio deve-se ao comandante George Waymouth que, no manuscrito *The Jewell of Artes*, apresenta vários quadrantes para uso na astronomia e na artilharia. E é precisamente nesta obra que encontramos pela primeira vez o nónio na avaliação de ângulos horizontais (Fig 11).

Quando, o que até agora dissemos, era em linhas gerais o que sabíamos acerca deste assunto, aconteceu-nos um facto imprevisto. Estávamos em Nova Iorque, e decidimos visitar o Hayden Planetarium. Fizemo-lo porque admitimos que, à semelhança do que acontece com o seu congénere de Chicago, possuidor da mais importante colecção de instrumentos científicos dos Estados Unidos, podia ali haver alguns objectos que nos interessassem. E havia!

De facto, e devido a uma espantosa coincidência — será isto a tal serendipidade — a firma IBM apresentava uma exposição de réplicas de instrumentos científicos do passado. Entre eles, expostos em belas vitrines, deparamos com o *Galileo's Proportional Compass*.

Tratava-se de um quadrante dispondo de nónio cuja legenda indicava que o original, fabricado por Galileu, cerca de 1597, era resultado de melhoramentos feitos em dispositivos similares. A legenda, apesar de errada, informava ainda que *"This replica is based upon an original Galilean Compass in the Museum of History of Science in Florence"*. Se fosse verdade teríamos encontrado o primeiro instrumento da época, dispondo do nónio de Pedro Nunes.

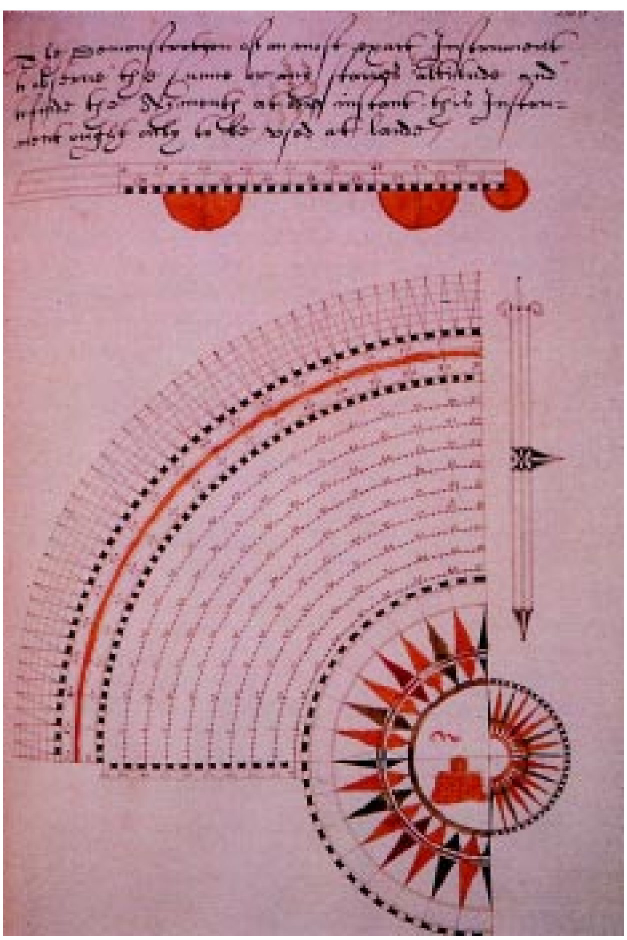


Fig. 11. Uma das gravuras inseridas por George Waymouth, em *Jewell of Artes*, de 1604, a única obra que conhecemos em que o nónio de Pedro Nunes é utilizado em escalas azimutais.
British Library, Londres.

Como estávamos num domingo e no dia seguinte regressávamos a Lisboa, foi daqui que escrevemos ao Planetário de Nova Iorque pedindo uma fotografia da referida réplica e a cota do original no Museu de Florença para sua identificação. Ao fim de algum tempo, recebemos, não do Planetário, mas sim da IBM, via Amesterdão, um catálogo respeitante a uma exposição sobre Leonardo da Vinci, sem qualquer explicação e que, naturalmente, nada tinha a ver com o assunto.

Face à situação, decidimos dirigir-nos ao Instituto e Museu de História da Ciência, de Florença, onde a legenda situava o tal *Galileo's Proportional Compass,* para assim obtermos os elementos indispensáveis ao seu estudo. Em resposta recebemos a fotografia de um simples compasso de proporção.

Como admitimos que a confusão residia, não no instrumento, mas sim na sua identificação, dirigimo-nos directamente a Mara Miniati, conservadora daquele prestigioso Museu e que bem conhecemos, porque é membro, como nós, da *Scientific Instrument Society,* de Londres. Dissemos-lhe o que procurávamos. Devido à sua preciosa diligência, recebemos a fotografia de um instrumento dispondo de nónio (Fig 12), mas que, seguramente, nada tinha a ver com a réplica de Nova Iorque.

Trata-se de um quadrante para a medição de alturas, ao qual lhe falta a alidade. O limbo horizontal graduado, em que assenta o quadrante, está em parte danificado e da bússula de orientação só existe o suporte. Todavia, o nónio, que é o que mais nos interessa, está em perfeito estado de conservação e reproduz *exactamente* o que foi concebido por Pedro Nunes.

O fabricante deste instrumento, James Kynuyn, teve actividade em Londres, entre 1569 e 1610, e o seu nome foi grafado de vários modos. A data de fabrico deste

Fig. 12. Quadrante fabricado por James Kynuyn, em 1595, conforme indicado no catálogo do Instituto e Museu de História da Ciência de Florença. É possivelmente o único instrumento que existe dispondo do nónio de Pedro Nunes.

instrumento, conforme indicado no catálogo do Museu, é c. 1595, mas na sua descrição, não é feita qualquer alusão ao nónio, o que mostra que a obra de Pedro Nunes, ao contrário do que aconteceu no passado, é hoje desconhecida no estrangeiro.

Ficamos naturalmente satisfeitos com a descoberta deste instrumento de Kynuyn, porque se trata do primeiro exemplar que nos aparece, e talvez o único, dispondo da célebre invenção noniana. Julgamos, por isto, que o assunto tem o maior interesse para a História da Ciência.

Um dos aspectos mais apaixonantes na pesquisa histórica é, precisamente, o trajecto percorrido pelas obras de ciência ou de arte desde o momento em que são concebidas até chegarem a um museu que é, sem dúvida, o seu natural destino. Conhecer o nome de quem as encomendou e do fabricante que as produziu, dos seus possuidores ao longo dos tempos, os preços que por elas se pagaram, que restauros sofreram, é um objectivo que o investigador nem sempre consegue. É como andar para trás com a máquina do tempo, mas a máquina, a maior parte das vezes, emperra. Todavia, neste caso, funcionou.

Apuramos que o quadrante, de que nos estamos a ocupar, pertenceu a Robert Dudley, que também possuiu outros instrumentos científicos que levou para Itália.

Este Robert Dudley (1573-1649), duque de Northumberland, era filho do conde de Leicester, que foi ministro e favorito de Isabel I de Inglaterra e de Lady Douglas Sheffield.

Sir Robert teve uma vida atribulada. Foi estudante da Christ Church, Oxford, e em 1594, com a idade de 21 anos, surge comandante de dois navios que foram para as Índias Ocidentais e à Guiana. Nesta missão explora as bocas do rio Orinoco, no território que é hoje a Venuzuela. Dois anos depois participa na expedição naval contra Cadiz e é feito cavaleiro pela sua bravura. O facto de ser filho ilegítimo cria-lhe complicações e, em 1605, abandona para sempre a Inglaterra, ali deixando mulher e filhos, acompanhado por uma das belezas da época, Elizabeth Southwell. Estabelece-se em Florença, converte-se ao catolicismo, casa-se com a sua nova companheira e, por tudo isto, os seus bens são confiscados e vendidos.

Na sua pátria adoptiva, é acolhido por Cosme II (1590-1621) gran-duque da Toscana e, depois, fica ao serviço do seu sucessor Ferdinando II (1610-1670), discípulo do grande Galileu, que muito se interessou pelas artes e ciências.

Robert Dudley foi geógrafo e engenheiro naval, tendo desenhado e construído navios para os Medici, recebendo em troca a protecção destes grandes senhores de Florença. Drenou os pântanos entre Pisa e Livorno e construiu o porto de mar que serve esta última cidade. Como demonstração dos seus conhecimentos publica, no fim da sua vida, em 1646-7, *Dell'Arcano del Mare*, um tratado, constituído por cinco partes reunidas em três volumes, que dedica ao gran-duque Ferdinando. Desta obra, de belo aspecto gráfico e preciosas ilustrações, existe um exemplar na Biblioteca da Ajuda. Nela são apresentados vários assuntos ligados às coisas do mar, como um tratado de estratégia naval, um manual de construção naval, directivas para a edificação de fortificações costeiras, instruções para os navegadores

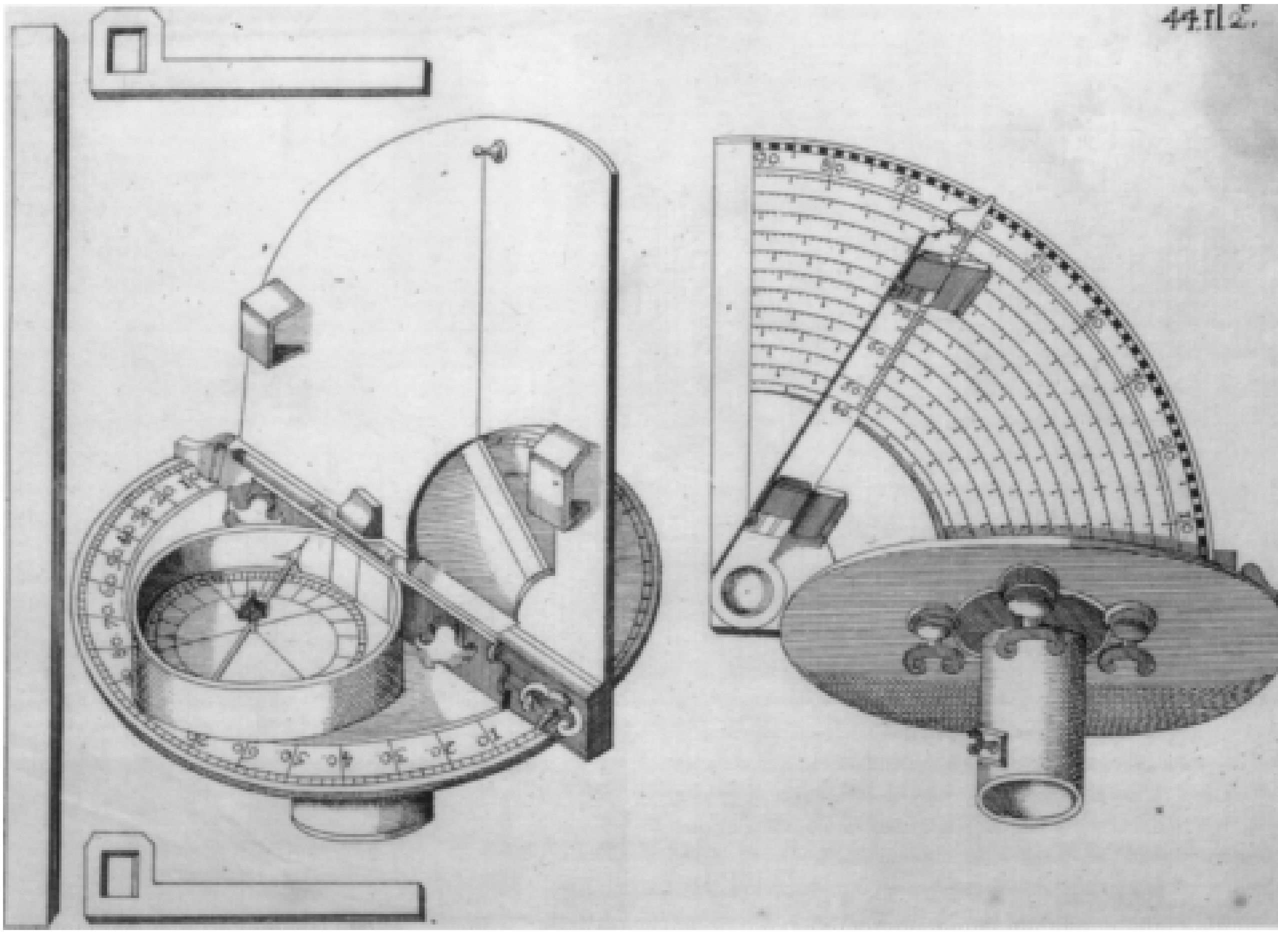


Fig. 13. Gravura apresentada por Robert Dudley em *Dell'Arcano del Mare*, editado em 1646-7, que reproduz o quadrante de Kynuyn antes de ter perdido a mediclina e a bússola.Biblioteca da Ajuda, Lisboa.

e uma colecção de mapas do mundo, isto para referir apenas o que há de mais importante nesta obra de excepção. Na parte V, consagrada à navegação e instrumentos náuticos, aparece uma gravura de excepcional interesse (Fig 13), porque reproduz o instrumento de Kynuyn, que, como dissemos atrás, está incompleto.

Este quadrante, juntamente com outros instrumentos de Dudley, após a sua morte, torna-se propriedade granducal, para, a seguir, iniciar uma viagem à volta de Florença. De facto, em 1654, a colecção passa para a Galleria degli Uffizi, onde permanece até que, entre 1769 e 1775, é integrado no Museu de Física e História Natural. Em 1930, após a criação do Instituto e Museu de História da Ciência, aqui fica depositado definitivamente. É curioso notar que, neste museu, e proveniente do espólio de Dudley, existe um astrolábio náutico do fabricante português Francisco de Goes Rapozo, que exibe a data de 1608.

Terminada a nossa pesquisa florentina, decidimos voltar ao mistério nova-iorquino. Através da IBM de Lisboa conseguimos uma fotografia polaróide da réplica que vimos na exposição do Hayden Planetarium e que passou a decorar o gabinete do presidente da IBM, Nova Iorque.

A fotografia, apesar da sua deficiente definição, permite constatar que a pretensa réplica era afinal cópia fiel de um dos quadrantes usados por Tycho Brahe, e incluídos na sua obra *Astronomiae Instauratae Mechanica,* aos quais já atrás nos referimos. Nestas condições, estaríamos perante um das três seguintes situações:

1. A réplica é cópia do original de Tycho Brahe. Apesar de todas as informações que dispomos afirmarem que os

instrumentos deste astrónomo desapareceram, não podemos abandonar esta pista;

2. A réplica é cópia de uma réplica dum quadrante daquele célebre astrónomo. Neste caso, seria de grande interesse saber onde ela se encontra;

3. A réplica foi copiada do desenho inserido na referida obra de Brahe.

Quando procurávamos novos meios para tentar esclarecer este assunto, pois já tínhamos perdido a esperança de resposta às cartas dirigidas à IBM, recebemos uma missiva desta conceituada firma, proveniente do "Office of IBM Director of Brand Management, Corporate Communications", que transcrevemos integralmente:

"November 15, 1994

Dear Mr dos Reis

I am responding to your letter to IBM concerning the Galileo Proportional Compass.

The Compass is no longer on public exhibition, or available for inspection.

I regret that we cannot be more helpful in your studies.

Sincerely,

Charles E. Pankenier"

Com esta resposta fechou-se, desagradavelmente, a porta da IBM que, está bem claro, não pretende fazer qualquer esforço para esclarecimento da verdade. Tudo nos leva a crer que esta postura, se destina, simplesmente, a esconder o erro cometido, que aliás julgamos não ser da responsabilidade da IBM. De facto, o que parece habitual é as firmas contratarem empresas para a prestação de serviços especiais, como admitimos ser, para a IBM, a organização e montagem de exposições.

Todavia, ainda que pareça incrível e sem qualquer espécie de humor, estamos muito gratos à IBM e ao autor da falsa legenda que, sem suspeitar, nos conduziram ao museu de Florença, no qual Mara Miniati, a quem estamos imensamente reconhecidos, nos identificou o único nónio vivo de Pedro Nunes.

O nónio, tal com foi concebido por Pedro Nunes era de difícil concretização. Alguns contemporâneos do matemático português esforçaram-se por melhorar o conceito original. Um deles foi o padre jesuíta Cristóvão Clavius, de nome original Schlussel (1537-1612), nascido em Bamberg, na Baviera, e que ficou com um lugar na História da Ciência, por ter sido o principal responsável pela reforma do calendário, missão que lhe foi confiada pelo papa Gregório XIII. Um outro, de nome Jacob Curtius (J. Kurtz ou Curz), também de nacionalidade alemã, foi chanceler do imperador Rudolfo II e que, como ele, se dedicou ao estudo da astronomia e matemática. Não é possível, dadas as dimensões do presente escrito, ocuparmo-nos da contribuição destes dois cientistas. Um leitor mais interessado poderá consultar *O único exemplar vivo do nónio de Pedro Nunes?,* onde desenvolvemos este assunto.

Foi, no entanto, Pierre Vernier que acabou por encontrar uma solução prática. Pierre Vernier (1584-1638) nasceu em Ornans, perto de Besançon, no leste da França, e recebeu de seu pai o gosto pelas matemáticas, que também o iniciou nas ciências exactas e suas aplicações práticas, especialmente no que respeita aos instrumentos usados na cartografia. Leu as obras de Tycho Brahe e de Clavius. Foi capitão do castelo de Besançon, que comandou até falecer, tendo sido feito cidadão honorário desta cidade, como prova de reconhecimento por ter organizado a defesa militar, quando a região se encontrava ameaçada pelas incursões das hostes do alemão Ernest de Mansfeld.

Tendo-se dedicado, com o seu pai, à cartografia, deu conta da imperfeição dos instrumentos empregados sobre o terreno e, procurando aplicar os métodos preconizados pelo Padre Clavius, para medir os ângulos por meio do compasso e de uma escala especial, foi levado à concepção do *sector móvel,* descoberta que apresentou na obra *La construction l'usage et les proprietés du quadrant nouveau de mathématiques*, publicada em Bruxelas, no ano de 1631. Este nónio, também designado *vernier,* em alguns países, é pois um cursor graduado coincidente com a escala do instrumento, e que por ela deslisa, concebido de modo a que *n* divisões da escala correspondem a *n-1* ou *n+1* divisões do cursor, tendo os primeiros a designação de nónios

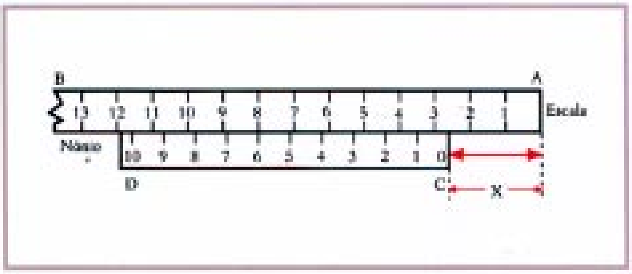


Fig. 14. Esquema destinado a mostrar o funcionamento do nónio de Vernier. Usamos um nónio rectilíneo directo onde cada divisão do nónio CD corresponde a 9/10 de cada uma das divisões da escala AB.

retrógrados e os segundos nónios directos. Como exemplo, escolhemos um nónio da segunda espécie (escolhemos para o efeito uma escala rectilínea), onde é fácil de ver que cada divisão do nónio CD corresponde a 9/10 de cada uma das divisões da escala AB (Fig 14).

Se quisermos medir o comprimento X, vamos procurar a graduação do nónio que coincide ou fica mais próxima de uma divisão da escala AB. No caso da gravura é a sexta divisão e, assim, a medida de X é exactamente 2.6. De facto, as 8 divisões da escala AB correspondem à soma do comprimento X com as seis divisões do nónio que, como vimos, valem 9/10 daquelas. Portanto 8=6x9/10+X, onde X=2.6.

O nónio de Vernier foi, sem dúvida, uma solução genial, pois era de fácil fabrico e fornecia de imediato o valor da fracção da menor divisão da escala.

Pierre Vernier acaba os seus dias na cidade onde nasceu, com 57 anos de idade, sem que a sua invenção tivesse alcançado a divulgação que merecia, tendo, mesmo, passado despercebida durante longo tempo. A não existência de Academias e sociedades científicas que, a partir do século seguinte, desempenharam um papel preponderante na divulgação da Ciência foi, talvez, a principal razão do esquecimento.

A verdadeira consagração de Vernier começou, talvez, quando, em 1725, o rei Jorge I, de Inglaterra, mandou construir ao seu relojoeiro George Graham, um quadrante mural para o Observatório de Greenwich. Robert Smith exprime-se assim: *"Para poupar o trabalho da subdivisão do quadrante em partes mais pequenas, o telescópio dispõe de uma pequena peça em cobre que desliza sobre o limbo, e que se chama* nónio *do nome daquele que foi o seu inventor*".

Este tipo de nónio teve grande expansão a partir da segunda metade do século XVIII, não só nos octantes e noutros instrumentos náuticos da mesma família de dupla reflexão como em muitos outros instrumentos de medida. Todavia, esta invenção de Vernier acabou por ser destronada, já neste século, quando começaram a ser fabricados os chamados sextantes de *leitura rápida*, nos quais as fracções do grau são lidas num tambor, graduado de zero a 60 minutos. Com estes sextantes a altura do astro é conseguida com a maior das simplicidades no momento da colimação (Fig 15).

Acabamos de expor os métodos imaginados por Pedro Nunes e por Pierre Vernier, mas ficaram por esclarecer dois

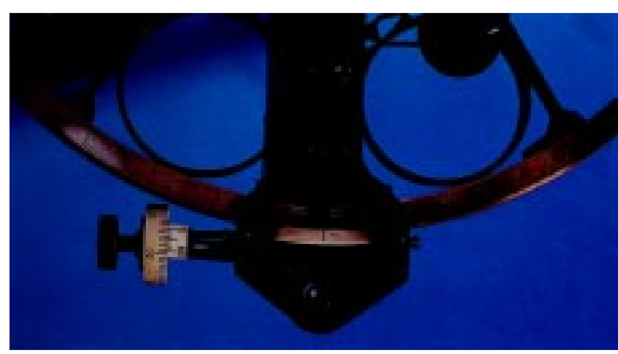


Fig. 15. Sistema de leitura rápida, incluído em sextante fabricado por Salmoiraghi, 1938. Sistema usado nos sextantes desde há pelo menos meio século e que permite a leitura de ângulos com a aproximação ao minuto de arco.
Museu de Marinha, Lisboa.

aspectos, que se mantém controversos:

1. A quem se deve atribuir a verdadeira invenção do nónio, ao qual Vernier deu a forma prática?

2. Qual a designação que deve ser utilisada: nónio ou vernier?

Esta discussão foi iniciada provavelmente por Lalande, quando em 1771 publicou a sua *Astronomia*. onde afirma que *"La division qui est aujourd'hui la plus employée dans plusiers auteurs* division de Nonnius, *quoique Nonnius n'en soit pas tout-à-fait l'auteur; mais il en avait imaginé une autre qui eut beaucoup de célébrité, & qui pouvait conduire à celle que nous avons aujourd'hui. Voyez son traité* De Crepusculis, *imprimé en 1542. Le véritable auteur de la nôtre dans son état actuel fut Pierre Vernier,..."*, e, assim, *"je crois donc qu'il est juste de rétablir le véritable auteur dans ses droites, & d'appeller* Vernier, *au lieu de nonnius, la pièce que forme la division dont'il s'agit"*.

A primeira reacção a esta afirmação devêmo-la a João Jacinto de Magalhães, já atrás citado, que numa das suas obras, publicada em 1775, afirma:

"1. Je conserve l'ancien nom de Nonius *à cette pièce, que Messieurs les Petits-Maitres de la Littérature instrumentale commencerent à appeller* Vernier *depuis peu d'années, avec un succés pareil à celui des coeffures de femme qui, malgré tout le ridicule d'une nouveauté inutile & gênante ne manque pas d'être imitées dans la suite par quelques femmes de bon sens, de peur d'être marquées au coin du mauvait goût.*

2. C'est avec une vraie joie que je recommande à ces Messieurs un autre nom bien plus joli pour la même piece, savoir celui de Clavius. *La pronunciation est agréable, qu'il ne manquera pas de faire fortune parmi tous les Astronomes & Instrumentistes du bon ton.*

3. Mon garant pour cette nouveauté, est le Père Pezenas, dans le chapitre , page 83 de son Astronomie des Marins, *ímprimé à Avignon en 1766, in-8º où il observe que son confrére le Pére Clauvius avoit déjà parlé de cette division du* Nonius, *vingt ans avant Pierre Vernier. Il est remarquable que le même Auteur conserve, aprés cette anecdote, le même nom de* Nonius. *C'est apparement qu'il n'a pas plus de bon goût que moi. J'en suis bien fâché pour tous les deux."*

Muitas tem sido as opiniões acerca deste apaixonante assunto, e é perfeitamente natural que sejam tomadas posições diferentes. De facto, os autores portugueses escolhem o nome de nónio, enquanto os de expressão francesa preferem o de vernier, o que nem sempre é seguido por todos, pois temos o testemunho de Delambre que, citando Bailly, afirma em 1818 que *"le vernier n'est qu'un instrument perfectionné, et que le nom de Nonius y reste avec les traces de son génie"*. Quanto a nós, se nos é permitido dar uma opinião, optamos pela designação de nónio, porque julgamos que a solução de Vernier não é mais do que uma fase na evolução de um processo que se iniciou com Pedro Nunes, foi aperfeiçoado por Curtius e Clavius, que esteve à beira do sucesso, acabando por ser ultrapassado, quando os sextantes, e outros instrumentos de medida, começaram a usar o já citado sistema de leitura rápida.

Bibliografia

Bird, John, *Method of dividing astronomical instruments*, Londres, 1767.

Brahe, Tycho, *Astronomiae Instauratae Mechanica*, 2ª ed., Wandesburgo, 1602.

Brahe, Tycho, *Dani Mundi Aetherei Recentioribus Phenomenis Liber secundis*, Praga, 1610.

Carvalho, Joaquim de, *Defensão e Tratado de Rumação do Globo para a Arte de Navegar*, in *Obra Completa*, Lisboa, 1987, vol. V, pp. 341-370.

Carvalho, Joaquim de, *Pedro Nunes, Obras*, vol. II, *De Crepusculis,* Academia das Ciências de Lisboa, 1943, pp. 395-8.

Carvalho, Joaquim de, *Sobre a origem do nónio*, in *Obra Completa*, Lisboa, 1987, vol V, pp. 329-339.

Carvalho, Rómulo de, *Posição Histórica da Invenção do Nónio de Pedro Nunes*, in revista *Palestra*, nº 9, 1961.

Chapman, Allan, *Dividig the Circle, the development of critical mesurement in astronomy 1500-1850,* Chicester, 1994.

Clavius, Cristóvão, *Geometria Practica*, Roma, 1604.

Clavius, Cristóvão, *Opera Mathematica*, Mogúncia, 1611-2.

Daumas, Maurice, *Scientifique instruments of the seventeenth and eighteenth centuries and their makers*, Londres, 1989 (tradução daedição francesa de 1953).

Delambre, Jean-Baptiste Joseph, *Histoire de l'Astronomie du Moyen-Age*, Paris, 1818.

Digges, Thomas, *A perfil description of celestial orbes*, Londres, 1576.

Dudley, Robert, *Dell'Arcano del Mare*, Florença, 1646-7.

Goldstein, Bernard R., *Levi Ben Gerson: on instrumental errors and the transversal scale*, in *Journal for the History of Astronomy*, 1977 Guimarães, Rodolfo de, *Investigações Históricas sobre as Obras de Pedro Nunes, Nónio*, in *Instituto*, Coimbra,1901, pp. 396-401.

Guimarães, Rodolfo de, *O Livro de Vernier*, in *Boletim da Biblioteca da Universidade de Coimbra*, Coimbra, 1917, vol. 4 .

Guimarães, Rodolfo de, S*ur la vie et l'oeuvre de Pedro Nunes,* Coimbra, 1915.

Lalande, Le François de, *Astronomie,* Paris, 1771.

Lavanha, João Baptista, *Tratado del Arte de Navegar,* 1588, ms 2317, Universidade de Salamanca.

Magalhães, João Jacinto de, *Description des octants et sextants anglois ou quarts de cercle de reflection*, Paris, 1775.

Michel, Henry, *Le "Vernier"et son inventeur L'Ingenieur Pierre Vernier d'Ornans,* in *Memoires de la Société d'Emulation du Doubs,* huitiéme série, septiéme volume, Besançon, 1913, pp. 320.

Mota, A.Teixeira da, *Os Regimentos do Cosmógrafo-mor de 1559 e 1592 e as origens do ensino náutico em Portugal*, Lisboa, 1969.

Museu di Storia della Scienza-Firenze, Catalogo a cura di Mara Miniati, Florença, 1991.

Nunes, Pedro, *De Crepusculis*, Lisboa,1542.

Nunes, Pedro, *De Arte atque ratione navigandi libri duo,* Basileia, 1566.

Oliveira, Simão de, *Arte de navegar*, Lisboa, 1606.

Pearson, William, *Graduation of Astronomical Instruments*, in *Cyclopaedia or Universal Dictionary of Arts, Sciences and Literature*, by Abraham Rees, Londres, 1819.

Ramsden, Jesse, *Description of an engine for dividing mathematical instruments*, Londres, 1787.

Reis, A. Balcão Reis, *Introdução à obra de Pedro Nunes (1502-11 Agosto 1578),* in *Anais do Clube Militar Naval*, número especial, 1960, pp. 90-93.

Reis, A. Estácio dos, *O único exemplar vivo do nónio de Pedro Nunes?,* Lisboa, Academia de Marinha, 1995.

Roslund, Curt, *Tycho Brahe Innovations in Instrument Design*, in *Bulletin of Scientific Instrument Society,* nº 22, 1989.

Smith, Robert, *A complet system of Optics*, Londres, 1738.

Stockler, Francisco de Borja Garção, *Ensaio histórico sobre a origem e progressos das mathematicas em Portugal*, Paris, 1818.

Taylor, E.G.R.,*The Mathematical practioners of Tudor and Stuart,* Cambridge, 1954.

Teixeira, Francisco Gomes, *História das matemáticas em Portugal*, Lisboa, 1934.

Tycho Brahe's description of his instruments and scientific work, translated and edited by Hans Raeder, Elis Stromgren and Bengt Stromgren, Kobenhaven, 1946.

Vernier, Pierre, *La construction, l'usage et les proprietés du quadrant nouveau de mathematiques*, Bruxelas, 1631.

Waters, David, *The Art of Navigation in Elizabethan and Early Stuart Times,* Londres, 1958.

Waymouth, George, *The Jewell of Artes*, Add.Ms 19889, Londres,1604.

Widemann, Jean, *Recherche sur les instruments et les méthodes de mesure au Portugal du XVI ème siècle*, Université de la Sorbonne-Nouvelle Paris III, U.F.R. d'Études Iberiques et Latino-Americaines, 1995.

Pedro Nunes,Ímpar na Hispânia Quinhentista

J.A. Sampaio Martins
Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

Nones, m e adj. Ant. O mesmo ou melhor que nunes. (...)
Nunes, m e adj. Pop. Diz-se do número ímpar: *«Já podia ser par; mas de pariato há tanto que prefiro ficar em nunes.» Castilho, Misantropo, 88.* [1]

Intróito

"... Produz desânimo e desalento porque anda hoje dormente em Portugal aquele sentimento da dignidade nacional..., tudo anda ignorado, tudo segue pela estrada da indiferença e do mais doloroso abandono." [2]

Muito se escreveu e disse já, acerca de PEDRO NUNES. António Ribeiro dos Santos, seu primeiro biógrafo em 1806, Diogo Pacheco de Amorim, Francisco Gomes Teixeira, Joaquim Bensaúde, Luciano Pereira da Silva, Manuel Sousa Ventura, Rodolfo Guimarães e outros [3-9], relataram detalhadamente, em livros e artigos, a vida e obra do notável salaciense; foi título de publicação em história da ciência [a] , efígie em moeda e selos; desde 1935 dá nome a uma cratera lunar; depois, a um asteróide; encontramo-lo, hoje, navegando na *web* e mergulhando em ramificáveis páginas [10]; pouco mais de original, então, se poderá ainda ambicionar encontrar. Afinal, talvez tudo o que não é incerto esteja já dito ou escrito; porém, a celebração do quinto centenário do seu nascimento não poderia ficar omissa na Gazeta de Matemática. Mesmo que - como nesta nota - em simples e deambulante afloração...

A Cena Histórica

"Nam há duuida que as nauegações deste reyno de cem ãnos a esta parte: sam as mayores: mais marauilhosas: de mais altas e mais discretas conjeyturas: que as de nenhua outra gente do mundo. (...) Ora manifesto he que estes descubrimentos de costas: ylhas: e terras firmes: nam se fezeram, indo a acertar: mas partiam os nossos mareantes muy ensinados e prouidos de estormentos e regras de astrologia e geometria: que sam as cousas de que os Cosmographos ham d'ãdar apercebidos(...). Levauã cartas muy particularmente rumadas: e nã ja as de que os antigos vsauam..."

(Pedro Nunes *in 'Tratado en defensam da carta de marear'*, 1537)

A cultura matemática em Portugal esteve, no dealbar do seu desenvolvimento, inextricavelmente ligada à náutica. Nos medievos anos do infante D. Henrique, a universidade criada por D. Dinis, seu trisavô, não possuía ainda sequer qualquer cadeira destinada ao ensino da astronomia. Mas o infante, mestre da Ordem de Cristo, duque de Viseu e beneficiário de outras rendas, foi zeloso [5, 6] nas suas funções de governador e *protector* da universidade

a *Petrus Nonius:* publicação do Grupo Português da História das Ciências. Apenas 7 volumes foram publicados, (1937-1943), durante os conturbados anos da Guerra, tendo o último sido impresso apenas em 1950/51. *NONIUS* é ainda um *Arquivo Electrónico de Matemática* - ver [10] - e tem sido, também, o nome de algumas publicações de estudantes.
E mais se poderia contar, querendo ser-se exaustivo...

de Lisboa, "*desejando o bem e acrescentamento destes regnos e especialmente em sabedoria donde todo o bem nasce...*", conforme escreveu em 1431 na carta de doação de novas casas para aí serem ensinadas *as sete artes liberais* - com a astronomia, a aritmética e a geometria[b] - e poderem os futuros pilotos aprender o que lhes viesse a ser necessário.

Eram os *phísicos* de então os cultores da ciência médica e da astronomia (ou astrologia), em frequente simultaneidade. Porém, pese embora a grande importância que lhes era dada, nem sempre os astrónomos reais foram ouvidos: *mestre* Abraão Guedelha, que predissera a invencibilidade de Nuno Álvares Pereira, debalde terá aconselhado D. Duarte a adiar o dia da sua aclamação invocando a fatalidade da data escolhida, por "*estar Júpiter retrógrado e o Sol em decaimento*", como diz o cronista Rui de Pina [12]. Mais avisado se mostrou o infante D. Pedro, que pediu ao mesmo astrólogo a escolha de um dia com melhores augúrios para findar a regência e entregar a governação a seu sobrinho D. Afonso V [c]. As obras de *Regiomontanus* [d] e seus discípulos testemunham bem a popularidade da astrologia na Alemanha - e resto da Europa. Os seus *calendários* e *almanaques*, ou *efemérides*, redigidos em Viena e Nuremberga (e ainda algumas obras portuguesas análogas contemporâneas) e o seu livro *'Temporal'*, continham observações astronómicas, previsões de tempo, conselhos sobre sangrias e seus proveitos, etc.

Fig. 1 - Página do "*Reportório dos tempos*", de Valentim Fernandez, Lisboa, 1563.

Muito em Portugal se alterou com o *Príncipe Perfeito*. Da leitura das '*Décadas da Ásia*", de João de Barros, inferiram Garção Stockler [14] e outros historiadores ter D. João II criado uma *Junta de Mathemáticos* [e], à qual incumbiria o estudo dos problemas náuticos, nomeadamente o da determinação das latitudes a sul da *equinocial* (o equador), já ultrapassada pelos navegadores portugueses em 1471.

b Assim se justificaria a escolha do nome do *Infante D. Henrique* para um dos anfiteatros do Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra, inaugurado a *17 de Abril de 1969*. Bem conhecida ficou a crise académica que nessa cerimónia de inauguração teve início e levou, 5 anos depois, à mudança daquele nome. Ao lado está a sala **Pedro Nunes**. Luís de Albuquerque [11], contudo, refere: "*Na Universidade, só num rol do século XV se encontra citado um professor de Matemática, mas é de crer que o ensino desta ciência fosse fruste...*" Veja-se, adiante, a criação da cadeira de astronomia por D. Manuel, em 1518.

c Numa '*Epítome de las Historias Portuguesas*' escrita em 1626 [13] - editada em castelhano, por ser o português "*lengua que por su grandeza y magestad se tiene dificultada à las demas Naciones*", - pode ler-se que, igualmente, D. Sebastião terá ignorado o conselho de **Pedro Nunes** quanto à escolha do dia do seu 14º aniversário para a assunção do poder real, com o fatídico fim que se conhece.

d Aliás Johann Müller, de Koenigsberg ou *Joannis de Monterégio* (1436-1476). O '*Temporal*' foi dedicado ao rei húngaro Matias, a quem tratou durante a sua estada em Buda.

e Ou *Junta de Cartógrafos*. A sua existência oficial foi, porém, desmentida por L. Pereira da Silva e é hoje, geralmente, rejeitada. Poderá, todavia, ter existido uma espécie de conselho consultivo do rei, nem sempre com a mesma composição.

Foi então proposta a medição da altura meridiana do sol com o astrolábio [f], a qual, conjuntamente com a declinação e procedendo-se de modo análogo ao ensinado nos livros de Afonso X, *o Sábio* [g], forneceria a latitude procurada. Assim, - e com a provável utilização de uma tábua de declinações do sol, de Abraão Zacuto, astrónomo judeu de Salamanca - veio a ser prescrito um modo de proceder, ou *regimento*. Tal cânone [h] estará, certamente, contido no posterior *'Regimento do Astrolábio'* - ou de Munique (ali descoberto por Bensaúde), a mais antiga das versões que perduraram - e no mais moderno *'Regimento da Declinação do Sol'*, ou de Évora [17, 18].

Da «*Junta*» fariam parte, segundo aquele cronista, *mestre* Josepe Judeo, *mestre* Rodrigo (médicos do rei) e um tal Martin *da Bohemia*. Com os dois primeiros esteve ainda, em 1483, Diogo Ortiz [i], - cosmógrafo, que seria mestre do futuro D. João III - desaconselhando o apoio ao projecto de Colombo de atingir a Índia navegando para oeste; conhecidas já as reais dimensões da Terra, foi dada preferência à rota de África, ao invés do que *Monetarius* [j] viria a sugerir a D. João II.

Deve o Josepe ser o famoso cosmógrafo judeu de D. João II, José Vizinho, que numa viagem à Guiné em 1485, munido de astrolábio e bússola, usou o novo método para calcular latitudes [19]. O Martin citado, será Martin Behaim, (1459-1507), pretenso discípulo de *Regiomontanus*. Foi, a

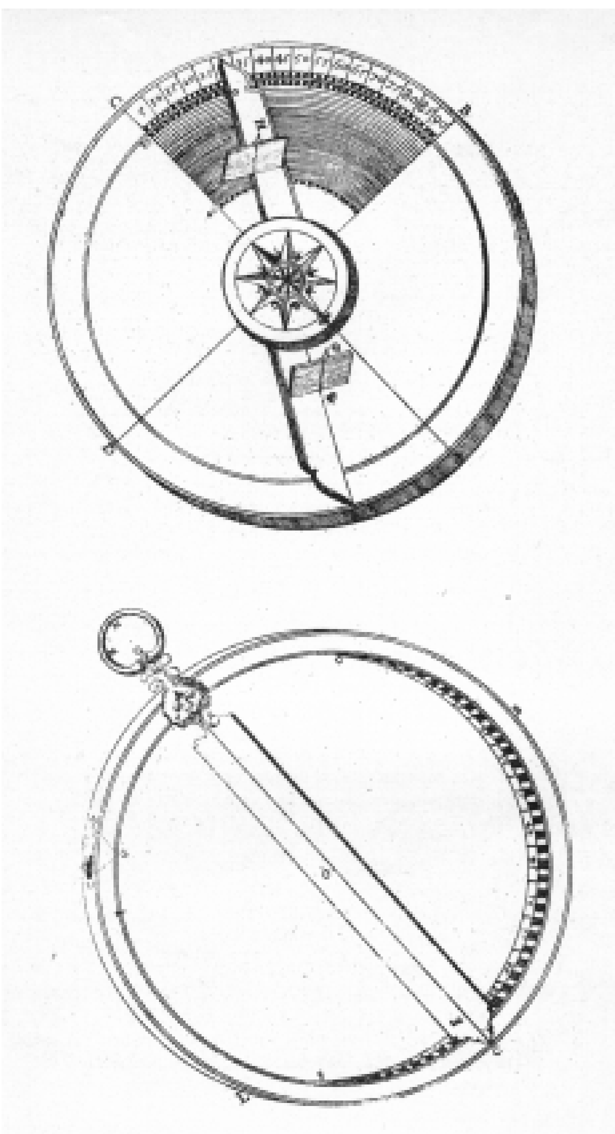


Fig. 2 - Astrolábio náutico com nónio, 1607 [38].

f O *astrolábio* - cujo nome, do grego $\alpha\sigma\tau\eta\rho$ (estrela) + $\lambda\alpha\beta$ (apanhar, perceber), parece dever-se a Hiparco, no séc. II a.C. - deveria já ser conhecido por Eudoxo de Cnido (século IV a.C.) e o seu conhecimento foi transmitido aos latinos pelos árabes da Hispânia islâmica. O *quadrante*, ou «*quadra astrolabii*», provém de uma simplificação do astrolábio.
A concepção da *bússola* tem sido reivindicada para os marinheiros (Flávio Gioia, 1302?) de Amalfi - uma das primeiras repúblicas italianas formadas após a queda do império romano. Mas os chineses já conheceriam as propriedades dos magnetes, muito séculos a.C. e, tal como os *vikings*, terão usado um instrumento rudimentar. Um aperfeiçoamento de Gioia, transformando-o em bússola, poderá estar na origem do orgulho amalfitano, *"Primo dedit nautis usum magnetis Amalphis"*, mas para o historiador Charles de la Ronciére, Gioia não passa de um mito. [15]

g Afonso X (1221-1284), rei de Castela, pai da rainha D. Beatriz de Portugal, avô materno de D. Dinis, e a quem se referem as famosa *'Tábuas Afonsinas'*. O processo de cálculo aqui referido, usando as alturas meridianas da *estrela polar*, não era aplicável no hemisfério sul.

h De acordo com a *'1ª Década'* de João de Barros, dele faria uso Vasco da Gama, em Santa Helena, na sua viagem para a Índia. E Vespúcio, que o aprendera numa expedição portuguesa, introduziria o seu ensino na escola de pilotos de Sevilha da marinha espanhola.
Duarte Pacheco Pereira, (c.1460-1533), um dos negociadores do Tratado de Tordesilhas, entitulou assim um capítulo do seu *'Esmeraldo de situ orbis'* [16]:
"De como se ham-d'ajuntar os graaos que o sol subir, aos graaos de sua decrinaçam ou se ham-de tirar há decrinaçam da'ltura que asy sobir".

i Castelhano que, após ter previsto, num horóscopo, a invasão de Castela por D. Afonso V e o sucesso dessa campanha, se teria refugiado em Portugal [19].

j Ou Hieronymus Münzer, de Nuremberga; datou de 14 de Julho de 1493 a missiva onde, referindo o imperador Maximiliano I, primo direito de D. João II, incitava à navegação para ocidente. Sendo difícil que ignorasse o resultado da viagem de Colombo, no ano anterior, terá presumido que ele apenas encontrara ilhas, não impedindo a passagem para a Ásia [17, 18].

este Behaim, atribuído por alguns historiadores, alemães em maioria, um importante papel no desenvolvimento da astronomia náutica em Portugal, segundo as teses do erudito explorador e naturalista Alexander von Humboldt (1769-1859) e discípulos, para os quais *"na Peninsula não existia ciência cosmográfica na época dos descobrimentos marítimos"*, e apontavam *"os alemães como os fundadores da geografia moderna"* [k]. Contudo, os historiadores Visconde de Santarém - amigo de Humboldt, diplomata, historiador e a quem se deve o termo *"cartographia"* - e *Joaquim Bensaúde* [l], mostraram os erros daquelas teses, nomeadamente o não terem sido as tábuas de *Regiomontanus*, mas as de Zacuto, que vieram a servir aos *Regimentos*, conforme se pode ler nas *'Lendas da Índia'* de Gaspar Correia:

"COMO ELREY PEDIO RAZÃO AO **ESTROLICO ÇACUTO** D'ESTAS NAOS NÃO ACHAREM CONTRASTE DE TEMPOS CONTRARIOS E TORMENTAS, (...) E **ÇACUTO** LHO DECLAROU.

(...) ElRey houve muyto contentamento e (...) lhe muito encomendou que desse cabo a tão boa causa como tinha começado. Ao que ***o judeu*** *se offereceo, e como já tudo tinha exprimentado, e sabido a certeza do decurso do sol, e os mudamentos que fazia, tomando o exprimento polas estrellas com suas artes da estrolomia, fez hum* ***regimento desta declinação do sol*** *(...)* ***o Judeu*** *ensinou a alguns pilotos, que lhe Elrey mandou, como e de que modo hauião de tomar o sol em o ponto do meo dia com o estrolabio, ensinandolhe a conta que hauião de fazer polas tauoadas do regimento (...)*"

Está hoje, enfim, desacreditado o mito de Behaim, que em Portugal mais aprendeu que ensinou. Segundo Jaime Cortesão [22], também hoje já não sofre contestação a prioridade portuguesa nas descobertas reivindicadas [m]. Faltará esclarecer a *Pedra de Dighton*...

Com o *Plano da Índia* entre mãos, D. Manuel I manteve-se, naturalmente, interessado nos matemáticos que lidavam com a astronomia, cosmografia e navegação - e, talvez não menos, com a astrologia dita *judiciária* [n].

Em 1496 surge o primeiro livro ligado às Matemáticas e impresso em Portugal, o *'Almanach perpetuum celestium motuum'* [18]. Foi seu autor o já citado Abraão Zacuto, (1452-1522), famoso astrólogo salamantino e talvez professor de astronomia, desde 1492 fixado em Lisboa, fosse por convite do monarca português de quem viria a ser astrónomo, fosse pela expulsão dos judeus de Espanha, - antecipando em alguns anos a que se verificaria em Portugal, de onde viria a fugir para o norte de África e Damasco. Quanto veio esse êxodo judeu iniciado no tempo do *Venturoso* - e que arrastaria também a família de Espinosa - a contribuir para a decadência científica e económica do reino? Enfim, poucos anos depois, foi criada, pela primeira vez, uma cadeira de astronomia na universidade.

---

k Afirmava Humboldt: *"O astrolábio(...) que Behaim estabeleceu em Lisboa, em 1484,(...) não era mais, talvez, que o «meteoroscópio» de Regiomontanus(...). Behaim recebeu do rei de Portugal, D. João II, a ordem de calcular uma tábua de declinação do sol e de ensinar os pilotos a guiarem-se pelas alturas do sol e das estrelas."*

l Joaquim Bensaúde conseguiu, enfim, inculcar a verdade dos factos passados [20]. Mais tarde, o geógrafo britânico Sir Clements Markham, afirmaria: *"A great injustice has been done to the Portuguese by the german claim(...) They are pure inventions"*.
E outras opiniões realçaram os méritos portugueses no avanço da ciência náutica: para George Sarton [21], *"a primeira discussão impressa sobre a declinação ocorre no 'Tractado del esphera y del arte del marear' de Francisco Faleiro (Sevilha, 1535), português ao serviço de Espanha.* ***Pedro Nunes*** *(...) desenvolveu a teoria de Faleiro no seu* ***Tratado da Sphera****."*
Mas, crê-se que Francisco e seu irmão Ruy terão seguido Fernão de Magalhães até Sevilha, - em 1517, para com ele prepararem a viagem - já conhecedores do que em Portugal havia sobre a ciência náutica.
Veja-se ainda *'**Pedro Nunes** espoliado por Alonso de Santa Cruz'* [7], sobre um alegado melhoramento de um «*instrumento*» *de Felipe Guillem*, referido por Sarton.

m Foram similarmente expandidas teses francesas, atribuindo a marinheiros de Dieppe a precedência em certos descobrimentos na costa da Guiné, teses que Humboldt chegou a apoiar; mas o Visconde de Santarém [23] calaria os seus prosélitos, após uma intervenção no Instituto de França. Humboldt escreveria depois ao Visconde, elogiando-o e retirando o apoio às teses normandas.

n Ou astrologia *individual* ou *genetlíaca*, que se ocupa do destino individual: *tirar juízos* significava fazer horóscopos. Há quem julgue ter a criação da cadeira de astronomia muito a ver com a credulidade do monarca nesta astrologia, pois *"...ao partir das náos para a India, ou no tempo que se esperavam, mandava tirar juizo por um afamado astrologo portuguez,... e depois d'este fallecer, por Thomaz de Torres, seu Fysico..."*
Saliente-se a quase contemporaneidade do célebre astrólogo Michel de Notre Dame, ou *Nostradamus* (1503-1566).

Entretanto, Gil Vicente (c.1465-c.1536), embora confundindo astrólogos e astrónomos nas suas sátiras, mostrava como a astrologia já caía em descrédito, no início do séc. XVI. Saboreemos, a propósito, um pouco da sua mordacidade no *'Auto da Feira'* (1528):

Mercúrio:

"Eu sou estrella do ceo,
e depois vos direy qual
e quem me ca decendeo,
e a que, e todo o al
que me a mi aconteceo.

E porque a **astronomia** [o]
anda agora muy maneyra,
mal sabida e lisongeyra,
eu aa honrra deste dia
vos direy a verdadeyra.

Porem querovos preegar,
sem mentiras nem cautellas
o que per curso destrellas
se poderaa adevinhar,
pois no ceo naci com ellas.

E se **Francisco de Melo**, [p]
que sabe sciencia avondo,
diz que o ceo he redondo
e o sol sobre amarelo,
diz verdade, não lho escondo.

Que se o ceo fora quadrado,
nam fora redondo, senhor;
e, se o sol fora azulado,
dazul fora a sua cor
e nam fora assi dourado."

Também no *'Auto dos Físicos'* [q] lemos uma provável alusão trocista de Gil Vicente a Thomaz de Torres, médico e astrólogo de D. Manuel, que ensinou ao príncipe herdeiro D. João *"alguas"* coisas de astrologia e foi professor (após mestre Felipe, de 1518 a 1521) da recente cátedra de astronomia, até à saída da universidade da capital.

D. João III nasce no mesmo ano de Pedro Nunes. Manda transferir a universidade de Lisboa para Coimbra, o que, definitivamente, se verifica em 1537; e preocupa-se com o desenvolvimento do ensino das matemáticas. Ensinava-se então a geometria de Euclides, o tratado da esfera, a teoria dos planetas. Todavia, entre cerca de 40 cadeiras, uma apenas estava dedicada à matemática, não obstante a sua desde há muito reconhecida importância para a navegação [9].

Embora criticado por Herculano, o monarca em cuja corte podiam ser encontrados Damião de Góis, Garcia de Resende, Gil Vicente, Luís de Camões, Pedro Nunes, D. João de Castro e outras figuras de vulto, deve ser considerado um protector da cultura: viveu-se um período de certo modo notável, em que poderemos já incluir a publicação do *'Tratado da pratica Darysmetica'* de Gaspar Nicolas, (no reinado anterior, 1519) e as obras iniciais de Pedro Nunes. Mas o declínio vai chegar: D. João III, tendencialmente absolutista e, coetâneo de Calvino e Lutero, receoso das heresias, permite uma repressão à liberdade da circulação das ideias, da qual Gil Vicente - ou antes, a sua obra, pois no *'Rol dos livros defesos do anno de 1551'*, figuram alguns dos seus *Autos* - é uma das primeiras vítimas; outra será Damião de Góis, (1502-1574), o cronista ilustre, diplomata e humanista, amigo de Durer, Erasmo e Lutero.

o Refere-se à astrologia judiciária.
Segundo Gomes Teixeira recorda [5], Kepler (1571-1630) ainda iria dizer: *"a astronomia tem uma filha muito louca, a astrologia, mas a mãe não despreza a filha pois esta é rica e sustenta a mãe que é pobre"* !

p Francisco de Melo (1490-1536), teólogo e o mais famoso matemático português da época anterior a Pedro Nunes; foi reitor da universidade, bispo de Goa e membro do Conselho de D. João III.

q Ainda em *"Mofina Mendes"* e *"Clérigo da Beira"* se podem encontrar sarcasmos dirigidos aos pretensos adivinhos.

E, com a obstrução à teoria de Copérnico, regressa o estudo das obras imbuídas de ideias astrológicas, embora Pedro Nunes, referindo-se ao infante seu pupilo e futuro cardeal-rei, D. Henrique, tenha afirmado: *"Compraz-se de modo admirável com a teórica da Astronomia, isto é, da ciência que se ocupa do curso dos astros e da universal composição do céu, que não na crendice vã e já quase rejeitada que emite juízos sobre a vida e a fortuna..."* [24]. Em 1585, somente, seria essa astrologia oficialmente condenada, por uma bula de Sisto V.

Foi com este cenário, onde surgia eminente a ciência náutica das descobertas, que PEDRO NUNES entrou no palco da história.

A Personagem

"... Pedro Nunez, más connocido por su apellido latinizado Nonnius, "el matemático de más nombre que tuvo Portugal y toda Espana, en el siglo XVI ", como dice su biógrafo, Ribeiro dos Santos. (...) Para poder iluminar com un rayo de luz el sombrio cuadro de nuestra Historia matemática, nos ocuparemos com alguna extensión de este hombre nacido en Portugal, y residente en Espana mucho tiempo; (...) Nos quedan tres nombres: una esperanza halaguena, que es Fr. Ortega (...); dos realidades brillantes, que son Nonnius y Alvaro Tomás. A estes nombres sigue un vacío de siglos..." [25]

Nasceu Pedro Nunes em Alcácer do Sal; sobre o ano, escreveu *"... sit anno Domini 1502, quo ego natus sum"* [26]; quanto ao dia, nenhures parece estar mencionado; das linhagens, crê a maioria dos historiadores provir de família de cristãos novos, com base em testemunhos coevos [6, 9]. Verdade é terem os seus netos sido condenados pela Inquisição; porém, segundo Pacheco de Amorim [4], que refuta tal teoria, apenas o foram pela a acusação de que *"judaizavam"*. E as origens, que nos dias de hoje são, enfim, orgulho para um povo reencontrado, foram negadas nos seus depoimentos, repelindo a imputação que pretendiam ser caluniosa ao recordarem ter sido o avô *"cavaleiro professo do hábito de N. S. J. Cristo,... para* [o que] *lhe foram tiradas informações da sua geração, ascendência e limpeza do sangue... sem que se lhe achasse raça alguma de mouro, judeu ou cristão-novo..."* [27]. Também são factos o não ter sido perseguido Pedro Nunes - teve Abraão Zacuto de se refugiar no estrangeiro - e o ter sido descrito por Damião de Gois [4] e por seu neto Matias como um *«português de nação»*. Obviamente, é de todo irrelevante a genealogia do ilustre matemático, apenas o interesse histórico da questão e o enquadramento na época a fazem aqui ser relembrada.

Sabe-se, apesar das confusões havidas com dois outros *Pedro Nunes* contemporâneos, que estudou Medicina, Línguas e Filosofia na universidade de Lisboa, onde se tornou bacharel em Medicina e, mais tarde, licenciado; é provável que na sua juventude tenha vivido em Salamanca - onde terá estudado e casado, em 1523, com a castelhana Guiomar de Arias [r] - e em Alcalá de Henares. Em novembro de 1529 recebeu a nomeação para *cosmógrafo do reino*; logo, nos meses seguintes, foi provido na cadeira de *Filosofia Moral* da universidade portuguesa e foi-lhe atribuída a regência da cadeira de *Lógica*. Em 1531 foi incumbido de ler *Metafísica*, por não ter ouvintes em Filosofia Moral, e convidado para mestre dos infantes [s]; em 1532 deixou a universidade e no ano de 1537 era publicado o *'Tratado da Sphera'*.

Entre 1538 e 1544 viveu em Salamanca, onde recebeu o convite de D. João III para ir reger as Matemáticas, em Coimbra. Foi investido no cargo de *cosmógrafo-mor*, em dezembro de 1547, e feito *Cavaleiro do Hábito de Nosso Senhor Jesus Cristo* no ano seguinte. Regressado a Lisboa

r A informação dada em [9] é errada. Ficaram conhecidos os seguintes filhos seus: Pedro, Apolónio, Briolanja, Francisca, Isabel e Guiomar. Os netos julgados pela Inquisição, Pedro Nunes e Matias Pereira, eram filhos de Isabel.

s Aos infantes D. Luís (pai do futuro pretendente, o prior do Crato) e D. Henrique dedicou algumas das suas obras; segundo [13], também D. Sebastião terá sido discípulo de **Pedro Nunes**.

em fevereiro de 1557 mandou a rainha regente D. Catarina que continuasse a receber da universidade [t]. Aqui, foi-lhe concedida a jubilação a 2 de julho de 1562, mas D. Sebastião ainda o encarregou, mais tarde, da reforma dos pesos e medidas do reino, promulgada em 1575.

O papa Gregório XIII quis que se pronunciasse sobre o projecto da reforma do calendário, em 1577; o tempo, porém, fugiu-lhe...

Os seus últimos dias, em Coimbra, foram ensombrados pelo escândalo que rodeou o fim do noivado e a profissão, na ordem de Santa Clara, da filha Guiomar [u].

Morre, enfim, no ano de Alcácer Quibir [v], no iminente crepúsculo da pátria, o sábio que tão bem tinha estudado os crepúsculos.

Foi Pedro Nunes considerado o mais célebre matemático de Portugal no seu século - e mesmo da península ibérica - e um dos mais importantes da Europa [w]. O alemão *Clavius* [x], dito o *Euclides do século XVI*, o famoso astrónomo dinamarquês Tycho Brahe (1546-1601), o flamengo Simon Stevin (1548-1620), engenheiro dos diques holandeses que ensinou a operar com decimais em *'La Disme'* e Jean-Baptiste Delambre (1749-1822), astrónomo e académico francês [y], são apenas alguns dos cientistas que o citaram em seus trabalhos, embora por vezes com censuras. Outras referências encontram-se esparsas nesta nota.

"Não admira que se celebre a glória de Pedro Nunes cuja mente abrange as terras, os mares e os astros." [31]

A Obra

*"Durante uma breve aliança entre a Inglaterra e a Espanha,(...) alguém levou para Inglaterra um livro espanhol, de 1551, de Martin Cortés (...) Este livro, «Breve compendio de la sphera y de la arte di navigar», embora pequeno em comparação com o '**Tratado da Sphera**' de **Pedro Nunes** de 1537, foi traduzido para inglês (...) e mudou a história do mundo (...)"* [32]

A primeira obra que se sabe certamente ser sua, o *'Tratado da Sphera, com a theorica do Sol e da Lua. E ho primeiro livro da geographia de CLAUDIO PTOLOMEU Alexandrino. Tirados novamente de latim en lingoagem pello Doutor Pedro Nunez, etc'*, foi dedicada ao *Ifante Dom Lvys* e é a única publicada na língua portuguesa [33].

Surgida em Lisboa, 1537, a sua primeira parte não passa de uma tradução, com bastantes anotações, do *'Tratactus de Sphaera'*, de Sacrobosco [z] (sobre a *esfera* do mundo). Era este uma das mais antigas obras latinas dedicadas à astronomia, com transcrições nos *'Regimentos'* - de Munique e de Évora - e que, por sua vez, resumia parte do *'Almagesto'*

t A este privilégio já foram apontadas nefastas consequências: *"Depois da regência de **Pedro Nunes** na universidade, o estudo das Matemáticas entrou em decadência em Coimbra. Começou a princípio regendo-se a cadeira por substitutos, com um ordenado insignificante, para se não tolherem os vencimentos a **Pedro Nunes**. Daí a irregularidade da regência e necessidade de procurarem compensar com salários doutras cadeiras, noutras faculdades, a míngua de vencimentos. Pouco a pouco, a cadeira foi abandonada por falta de interesse para quem a regia."* [28]

u O epíteto de *Dama da Cutilada* faz referência ao facto de Guiomar ter golpeado o noivo que a repudiara. Em [29] é referida a trova popular:
Senhora D. Guiomar / Que moráveis na Calçada
Mereceis tença del Rei / Pois destes a cutilada.

v Crê-se que a 11 de agosto de 1578, uma semana depois do desastre marroquino.

w Os historiadores espanhóis Menendez y Pelayo e Fernandez Vallin, opinaram [25]:
*"Os astrónomos espanhóis do século XVI eram considerados os mais eminentes da Europa e vinham estrangeiros receber os seus ensinamentos; [Pedro] **Nunes** pode ser visto em pé de igualdade com Vieta, pai da Álgebra; (...) **Nunes**, Pedro Ciruelo, (...) tiveram no seu tempo tanta notoriedade como os grandes matemáticos estrangeiros." E "**Pedro Nunez** adiantou-se a [Edward] Wright, [Edmond] Halley e Leibniz na doutrina das curvas loxodrómicas e refutou os erros de Tartaglia"*.

x Aliás Christoph Schlüssel, (1538-1612), jesuíta matemático e astrónomo, que em 1555 foi enviado a Coimbra, para estudar no Colégio das Artes. Embora R. Guimarães e outros [30] o contem, com D. João de Castro, entre os mais famosos discípulos de **Pedro Nunes** - *"Clavius ist einer seiner Schuller"* , - tal parece não ser verdade. Já em Roma, foi encarregado por Gregório XIII da reforma do calendário, da qual foi o principal responsável e que foi aprovada e adoptada em Portugal em 1582.

y Que, com Pierre Méchain, (1744-1804), levou a cabo a medição do arco de meridiano terrestre - entre Dunquerque e Barcelona - que conduziu ao sistema métrico.

z *Joannis de Sacrobosco*, (c.1190-1256), aliás John of Holywood [Halifax, no Yorkshire].

de Ptolomeu (c.90-c.168) e escritos de Albaténio[α] e Alfragano[β]. Aos quatro capítulos extraídos de Sacrobosco, junta Pedro Nunes uma nota final sobre os climas; e, após as traduções da *'Theorica'* de Purbach [γ] e da *'Geographia'* acrescenta as *'Annotações a este primeiro livro de Ptolomeo'* com correcções e justificações originais e onde explica que *"ho estromento Meteoroscopio se chama assi porque per elle se alcanção as cousas que estão no alto"*.

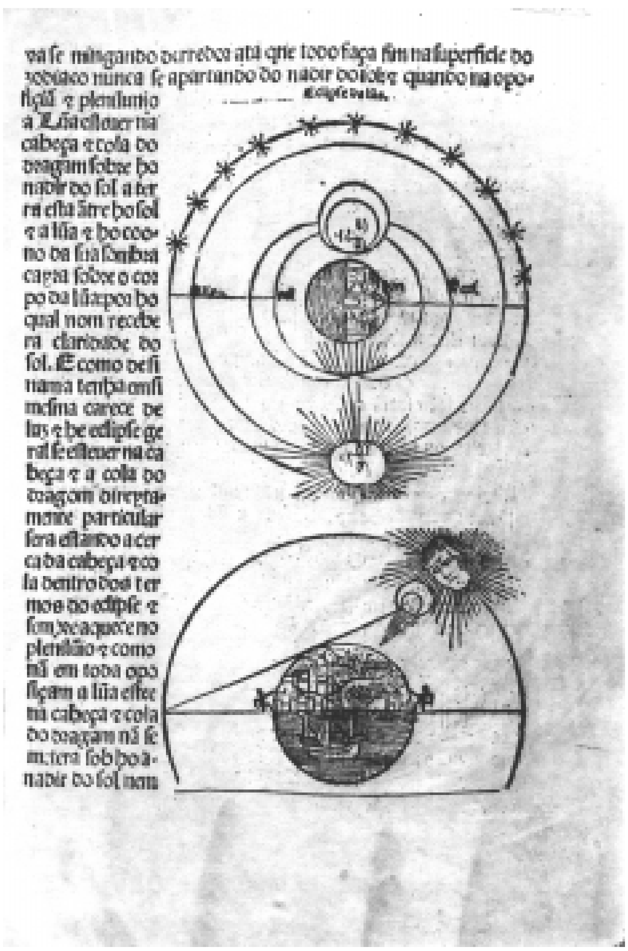


Fig. 3 - Página do *"Tractado da Spera do Mundo"*, Regimento de Évora, [18].

Pedro Nunes foi considerado por Gomes Teixeira como o último dos grandes comentadores das doutrinas do *'Almagesto'* (na linha da famosa escola de Toledo[δ] e de Purbach; e pode, assim, ser visto como o continuador de Zacuto, Vizinho, Pacheco Pereira e João de Lisboa, no estudo da astronomia náutica, que tão fundamental era na prossecução das extraordinárias viagens dos descobrimentos.

Luciano Pereira da Silva, no seu vultoso trabalho *'A Astronomia dos Lusíadas'* [7], releva a grande influência que, em sua opinião, Pedro Nunes terá tido, através do *'Tratado da Sphera'* e opúsculos anexos, na feitura do poema épico de Camões. Na sua perspectiva, a interpretação de certos trechos fica clara ao conhecer-se o incipiente desenvolvimento da astronomia no século XVI. Porque então, a autoridade científica de Pedro Nunes não era passível de contestação e, assim, a sua obra seria a fonte natural para quem nessa ciência pretendesse alguma instrução. Mesmo que ainda eivada das ideias geocêntricas de Ptolomeu, como ao pretender mostrar-se

"Que a Terra seja centro do mundo -

Que ho assento da terra seja no meo do firmamento se proua desta maneira. Quer as estrellas estê no meo do ceo; quer no oriente; quer no occidente de hûa mesma quantidade parece aos que estam na face da terra; e a rezao he porque estaa igualmente a terra dellas apartada (...)" ('Tratado da sphera', p.11)

Pedro Nunes expõe a divisão da «máquina» ou *sphera* do mundo à maneira de Sacrobosco: *"Substancialmente se divide a esfera em 9 esferas: a 9ª que é o 1º móbil; a das estrelas fixas que se chama o firmamento; e as sete esferas dos sete planetas..."* Porém, numa anotação na margem, contesta essa divisão e opina ser a 9ª, conforme a *"comum escola dos astrólogos"*, o 2º móbil ou cristalino, para explicar o movimento da precessão dos equinócios, sendo a 10ª o 1º móbil, ou esfera do movimento diurno.

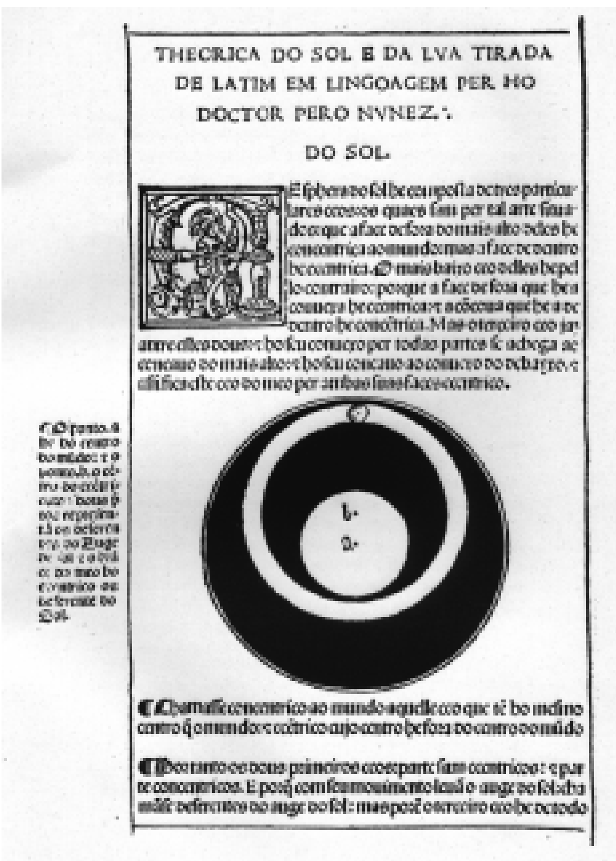
α Ou *Albategnius*, ou Mahomed al-Battani, astrónomo (e príncipe?) árabe (c.852-929); determinou a inclinação do plano do equador sobre o da órbita da Terra e, independentemente do matemático indiano Aryabhata (c.476-550), introduziu os senos na trigonometria.

β Ou Al-Farghani, (séc. IX) autor duma obra baseada nas de Ptolomeu e que, na tradução latina, se chamou *'Muhamedis Alfragani Arabis Chronologica et Astronomica Elementa'*.

γ Georg von Peurbach, ou Purbach, (1423-1461), matemático e astrónomo austríaco, mentor de *Regiomontanus* em Viena.

δ Importante centro cultural desde o domínio muçulmano, fortalecido por Afonso X o Sábio, que aí organizou um observatório astronómico, e onde o 'Almagesto' tinha sido traduzido.

Mas, enquanto o cosmógrafo continua a falar nas *'esferas'* e chama *'céus'* às *'orbes'* de Purbach (por exemplo, a esfera do Sol tem três céus - veja-se a figura seguinte, da *Theorica do Sol e da Lua* -, a da Lua tem quatro, etc.), Camões vai usar indistintamente, por questões de métrica ou rima, os termos esfera, céu e orbe.


THEORICA DO SOL E DA LVA TIRADA DE LATIM EM LINGOAGEM PER HO DOCTOR PERO NVNEZ.

DO SOL.

Fig. 4 - *A esfera do Sol*, in Tratado da Esphera, Pedro Nunes, 1537.

As provas citadas por Luciano Pereira da Silva são bastantes:

No canto X, a Vasco da Gama é dada a *"mercê de ver o que não pode a vã ciência dos mortais"* e, levado por Tétis, ouve-a assim descrever-lhe o globo:

"Vês aqui a grande máquina do Mundo,... "

Adiante, Camões refere-se à décima esfera, que giraria logo a seguir ao imóvel empíreo e surgia aparentemente limitada pelo contorno que designa por *círculo*:

"Debaixo deste círculo, onde as mundas
Almas divinas gozam, que não anda,
Outro corre, tão leve e tão ligeiro,
Que não se enxerga: é o Móbil primeiro."

depois, à nona esfera (a do movimento da precessão), muito menos ligeira que Febo - o [*condutor do carro do*] Sol - :

"Debaixo deste leve anda outro lento,
Tão lento e subjugado a duro freio
Que, enquanto Febo, de luz nunca escasso,
Duzentos cursos faz, dá ele um passo."

e à oitava, o firmamento:

"Olha est'outro debaixo, que esmaltado
De corpos lisos anda, e radiantes,
Que também nele tem curso ordenado
E nos seus axes correm cintilantes. "

À maneira ptolomaica, Pedro Nunes situa Júpiter na 6ª esfera e Vénus na 3ª. Leia-se Camões (canto II, 33) quando, no episódio da traição dos mouros e fuga do piloto, se refere à deusa que viera socorrer as naus e vai, em seguida, implorar a Júpiter, seu pai, a protecção de que o Gama precisava:

"Já penetra as Estrelas luminosas,
Já na terceira Esfera recebida
Avante passa, e lá no sexto Céu,
Para onde estava o Padre, se moveu."

Na mesma publicação foram acrescentados dois trabalhos originais: o *'Tratado sobre certas duvidas da navegação'* e o *'Tratado em defensam da carta de marear, cõ o regimento da altura'*. Ciente dos erros das cartas planas, que esqueciam a curvatura da Terra, Pedro Nunes esclarece as dúvidas surgidas ao navegador Martim Affonso de Souza durante uma viagem de regresso do Brasil e refere, a propósito, duas maneiras de navegar, provando a sua distinção: seguindo os rumos, por uma *"linha curva e irregular"*, ou por círculos maiores, a navegação dita *ortodrómica*.

Ressalta aqui a sua primeira alusão à *loxodromia* [ε] - de *loxos* (oblíquo) + *dromos* (carreira) - curva que cruza todos os meridianos terrestres segundo um ângulo constante (*rumo*) e cujas volutas se dirigem para o pólo, sem o atingirem em tempo finito. E Pedro Nunes refere-se às cartas de marear (*locais*, diríamos hoje) com as *loxodrómicas* representadas por linhas rectas, pois que, diz, *"nem se pode fazer de linhas curvas nenhum planisfério que tanto conforme seja ao nosso meio de navegar"*.

Em 1541, Gerhard Krämer (1512-1594), aliás Mercator, terá traçado, de facto, uma curva loxodrómica num globo geográfico (descoberto em Gand), o que levou a que lhe tivesse sido atribuída a sua descoberta ou, pelo menos, a primeira aplicação à cartografia.

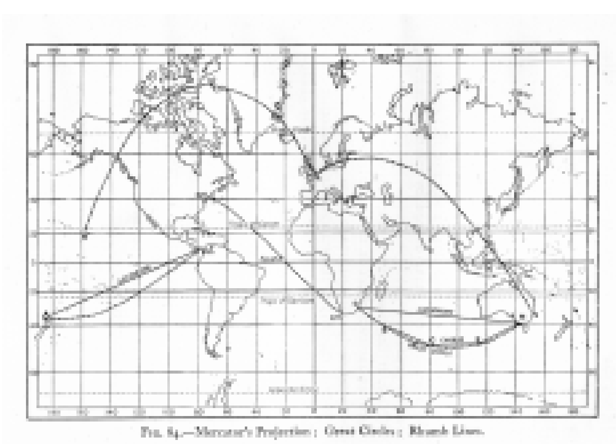


Fig. 5 - *Projecção de Mercator*, in The Study of Map Projections, Steers, 1927.

Sobre a primazia na descoberta, testemunhou o historiador alemão Moritz Cantor [12]: *"Nunes foi o primeiro a dizer que a rota do barco que cortasse todos os meridianos da superfície da Terra sob o mesmo ângulo agudo, (...) não seguiria nenhuma linha recta nem nenhum círculo máximo da esfera terrestre nem tão pouco poderia ser um caminho composto por porções circulares. Ela seria antes*

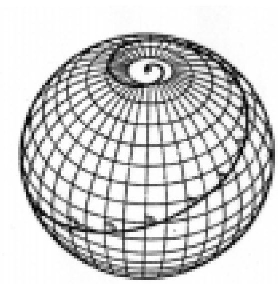


Fig. 6 - Globo com loxodromia, in Encyclopaedia of Mathematics, Kluwer, 1990.

(...) como uma espiral que resultasse da acção de dois movimentos combinados, formando uma linha singular, dita rumbus. *Assim se deu a descoberta dessa linha (...) que, no início do séc. XVII, [1624] através de Snellius*, [Willebrord Snell, 1580-1626], *recebeu o nome de loxodromia."*

Para George Sarton, *"a história da loxodromia começa com Pedro Nunes, o primeiro a concebê-la claramente e a mostrar que havia curvas espirais rodeando mas não atingindo os pólos (...)* [porém] *Nunes não foi capaz de desenhar as loxodromias correctamente num mapa e não há mapas portugueses com loxodromias correctas antes de Mercator"* [21].

Mas ambos os *'Tratados'* foram alvos de críticas violentas: a primeira por parte de um cosmógrafo contemporâneo, Diogo de Sá, que pretendendo apontar erros nestes trabalhos náuticos, publicou *'De Nauigationi libri tres'*, em Paris, em 1549. Não lhe merecendo qualquer resposta, Pedro Nunes não lhe dedicou atenção [34]. Depois, foi o próprio D. João de Castro a censurar as *"pessoas que sem nenhuma esperiencia, tendo muita copia de letras, e grande pratica na sciencia das Matematicas alcansam a sombra desta arte* [de navegar] *e não a verdadeira sciencia"* [35]. Mais recentemente, *'A Sciência Náutica dos Pilotos Portugueses nos Séculos XV e XVI'* [36], não se eximindo aos maiores encómios a Nunes como matemáti-

ε O primeiro estudo da loxodromia, por Pedro Nunes, viria a ser completado, já após a invenção dos logaritmos, por Gottfried Leibniz (1646-1716), que se lhe refere como "le plus important probléme de la Geometrie de la navigation".
Edmond Halley (1656-1742) identificou depois a loxodromia com uma projecção estereográfica da espiral logarítmica.

co, desvaloriza-lhe a acção em prol dos navegantes.

Porém veio a saber-se, há poucos anos, de um trabalho de Pedro Nunes que teve por objectivo responder às críticas feitas a essas mesmas obras:

"Ly o tratado que hum Bacharel [que ficou desconhecido] *compos sobre o aRumar do globo a fim segundo por elle vejo de reprehender o que sobriso escreui na obra que deregi a V. A."* Assim se dirige *"Pero Nunez ao sereniíssimo principe o ifante don Luys"*, a quem já dedicara o volume do *'Tratado da Sphera'*, admitindo-se que este manuscrito, nunca impresso, tenha sido redigido antes de 1541 [ζ].

'De crepusculis liber unus' teria bastado para dar a Pedro Nunes um lugar na história da ciência. Publicado em Lisboa, em 1542, foi a obra que lhe granjeou maior celebridade e é considerada, decerto, a mais original. Na primeira parte é exposta a *teoria dos crepúsculos*; na segunda, dedicada a problemas que envolvem a declinação e a ascensão recta dum astro e as latitude e longitude do local, apresenta-nos um novo instrumento destinado a medir ângulos com grande precisão: *o nónio*.

Como introdução, apresenta os elementos de astronomia de posição que irá usar - e se reportam, afinal, à trigonometria esférica. Resolve, depois, as questões da duração dos crepúsculos matutino e vespertino para um local da Terra e uma posição do Sol dados; a da sua variação com a latitude do lugar e a declinação solar; e finaliza a primeira parte determinando, para um lugar dado, o dia do crepúsculo *mínimo* e a sua duração. Sabe-se que, em finais do século seguinte, já após a criação do cálculo diferencial, Jakob e Johann Bernoulli (1654-1705 e 1667-1748) estudaram este mesmo problema, desconhecendo os resultados de Nunes; que foi esta questão considerada difícil e que o mais novo dos dois irmãos chegou, finalmente, à solução de Pedro Nunes quanto ao dia de menor crepúsculo, mas não determinou a sua duração.

Finalmente, é ainda comentada (e corrigida) a tradução latina *'Liber de Crepusculis'* que Gerardo [η] de Cremona fizera de um tratado de Alhazen [θ].

É de Pedro Nunes a ideia original do *nónio* [38], para aplicação ao astrolábio; *Clávius* simplificou-a, substituindo as 45 escalas concêntricas de Pedro Nunes por duas apenas, e para um arco de 60° [4]; Vernier apresentou, quase um século mais tarde [39], uma versão mais prática, onde uma das escalas é móvel e ligada à alidade.

No nónio original [ι], aos 90 graus do limbo eram sobrepostas 89 divisões do primeiro quadrante interior, depois 88 e assim sucessivamente até às 46, sendo procurada a escala onde a *linha da fé* da alidade se sobrepusesse a uma divisão exacta. Tycho Brahe interessou-se logo por esta invenção e usou-a, mas achou-a pouco manejável. A forma do dispositivo moderno mantém a ideia original, de Pedro Nunes, da justaposição de duas escalas com iguais amplitudes, uma delas com mais uma divisão que a outra, e esta móvel, à moda de Vernier. Na figura 2 vê-se um astrolábio com um nónio, de 1607, [38]. Também em [40] se encontra um quadrante de Thyco Brahe com o nónio de Pedro Nunes [ver Fig. 9 no artigo de E. Reis, nesta revista].

'De erratis ORENTII FINAEI, Regii Mathematicarum Lutetiae Professoris', de 1546 e impresso em Coimbra, foi um libelo contra Oronce Finé, cartógrafo e primeiro professor na cátedra de matemática do Colégio de França - criado em 1530 por Francisco I -, que numa publicação de 1544, entre outras incorrecções, presumira apresentar soluções dos problemas da quadratura do círculo, da trissecção do ângulo e da duplicação do cubo. Uma recente monografia [41] ocupa-se, detalhadamente, deste trabalho. Como se sabe, a primeira questão só foi resolvida

ζ Identificado, em 1949, por J. Carvalho na biblioteca de Florença; tinha sido oferecido, em 1670, pelo cosmógrafo Luís Serrão Pimentel, ao *"Sereníssimo senhor Cosmo Terceiro, da Toscana, este Manvscripto do insigne Petro Nonio salaciense"*. [37]

η Matemático e tradutor da escola de Toledo (Cremona, 1114-Toledo, 1187), a quem se deve a tradução latina dita *'Almagesto'* - do árabe e grego, al + megistos - , após ali ter aprendido a língua árabe (1175). A tradução árabe da *'Megale syntaxis'* (Μεγαλη ματηματιχη συνταξις) de Ptolomeu foi ordenada pelo califa Al-Mamoun (fins do séc. IX).

θ Ou Allacem, ou Ibn al-Haitham al-Hazen (965-1039), físico e matemático árabe.

ι *"Se debe al genial Pedro Nunez la invencion de este método de subdivisión en partes alícuotas del grado..."* [15]

em 1882, - pela negativa, como as outras, - quando Carl Lindemann provou ser π transcendente.

Numa edição de 1556 da *'Sphaera'* de Sacrobosco, em Paris, é acrescentada *'Petri Nonii Salaciensis annotatio in extrema verba capitis de climatibus Joannis de Sacrobosco'*, uma versão da nota sobre o capítulo dos climas, antes publicada no volume do *'Tratado da esfera'*, traduzida para latim por Elias Vinet $^{\kappa}$. Pedro Nunes demostrara ali - embora de um modo que Delambre criticou - a afirmação de que a largura das faixas climáticas diminui com a aproximação dos pólos, conforme *"dizem todos os autores que nesta matéria falam, mas nenhum demonstra"*.

Em Basileia, 1566, imprime-se *'Petri Nonii salaciensis opera'* com as versões em latim, muito modificadas e ampliadas, dos dois tratados originais publicados em 1537: *'De duobus problematis circa navigandi artem' e 'De regulis & instrumentis, ad varias rerum tam maritimarum quam & coelestium apparentias deprehendendas, etc'*. Ainda, *'In theoricas planetarum Georgii Purbachii annotationes aliquot'* expõe, anotada, a teoria dos planetas de Purbach, que se resumiria, afinal, à teoria ptolomaica, aperfeiçoada pelos astrónomos de Afonso *o Sábio*. Porém, com a próxima adopção do sistema de Copérnico, era inevitável o rápido esquecimento da teoria geocêntrica, bem como das obras de Purbach e de Pedro Nunes que ainda lhe foram dedicadas.

Julgou-se estar-se perante uma nova edição de *'De arte atque ratione navigandi'*, supostamente já dada à estampa, em 1546, por António Mariz, de Coimbra; mas L. Pereira da Silva provou nunca ter existido tal edição [42]. Pois Mariz, que reimprimira *'De crepusculis'* e *'De erratis'* em 1571, reproduziria em 1573, a obra de Basileia, agora com o título *'Petrii Nonii Salaciensis, De arte atque ratione navigandis libri duo, etc'*. Assim, de novo nesta edição coimbrã, que Gomes Teixeira considera o mais importante de todos os tratados escritos até então e dedicados à ciência náutica, Nunes reformula, corrige e desenvolve os seus primeiros escritos sobre cartas e técnicas usadas na navegação, e inclui sugestões de novos instrumentos: *o anel graduado* e o *instrumento de sombras* ou *instrumento jacente no plano*, para a determinação da altura do sol. E foi, por isso, mais dirigida aos cientistas de todas as línguas da Europa que aos navegantes, escrita em latim.

Mas a última publicação $^{\lambda}$ de Nunes foi muito mais marcante:

«O quan bueno fuera, si los Autores que escriuieron en las sciencias Mathematicas, nos dexaran escriptos los sus inuentos por la misma via, y com los mismos discursos que hizieron, hasta que pararon en ellos.»

(Pedro Nunes, *'Libro de algebra'*, p.114.v)

«...He Algebra nome Arauigo que significa restauraçaõ, porque tirando o sobejo, & restaurando o diminuto, vimos em conhecimento do que buscamos (...) Ho primero liuro que de Algebra se imprimio, he o que Frey Lucas de Burgo compos em lingoa Veneciana, mas tam obscuramente & tam sem methodo, que passa de 60 annos que foy impresso, & ajnda oje em Espanha ha muy poucos que tenham noticia de Algebra. »

('Libro de algebra', prólogo)

Em Antuérpia - centro económico europeu da época, nos Países Baixos então ainda sob o domínio de Filipe II - foi publicado, em 1567, o *'Libro de algebra en arithmetica y geometria'*, versão castelhana de um tratado que terá sido, antes, escrito em português $^{\mu}$, quando era ainda débil o desenvolvimento da álgebra. Pois pode ler-se, na carta que consta do prólogo e, em 1564, Pedro Nunes dirigiu ao cardeal D. Henrique, então regente na menoridade de D. Sebastião:

κ O humanista francês Elias Vinet (1509-1587), veio de Bordéus para o Colégio das Artes de Coimbra, trazido, com mais sábios, pelo seu fundador André de Gouveia (1497-1548), que fora reitor da universidade de Paris e era *principal* do colégio de Guiena, na universidade bordalesa. Vinet conheceu, assim, **Pedro Nunes** e a sua obra, regressando a França em 1549. A sua tradução das *'Anotações'* mostra o renome que este ia já merecendo além fronteiras.

λ Encontrou-se ainda, na biblioteca do palácio da Ajuda, um pequeno opúsculo de **Pedro Nunes**, sem data nem local de impressão, intitulado *'Astronomia introductorii de spaera epitome'*.

μ Um manuscrito encontrado na biblioteca municipal de Évora por John Martyn, em 1990, conterá, alegadamente, a versão inicial (resumida) do 'Libro de algebra' [43].

"(...)Esta obra há perto de xxx annos que foy per my cõposta (...) E primeiramente a escreui em nossa lingoa Portuguesa, & assi a uio V.A. mas despois considerando que ho bem quanto mais cõmum & vniuersal, tanto he mais excellente, & porque a lingoa Castelhana he mais cõmum em toda Espanha que a nossa, por esta causa a quis trasladar em lingoa Castelhana, para nella se auer de imprimir, porque nam careça della aquela naçaõ tanto nossa vizinha, com a qual tanto cõmunicamos, & tanta amizade temos".

Recorde-se que a língua castelhana era frequentemente usada na corte [ν], Gil Vicente já escrevera também em castelhano a *'Visitaçam'* [ξ] ou *'Monólogo do Vaqueiro'*, e Pedro Nunes vivera, estudara e casara em Salamanca.

Esta obra tem sido descrita como a mais clara das que, dedicadas aos mesmos temas, até então tinham surgido, com demonstração de tudo o que era afirmado (mantendo-se ainda, porém, a ausência dos números negativos) e é composta por três partes principais. Na primeira, com seis capítulos e essencialmente dedicada às equações do 2º grau, explica Pedro Nunes o seu propósito:

"En esta Arte de Algebra el fin que se pretende, es manifestar la quantidad ignota. El medio de que vsamos para alcançar este fin, es ygualdad.(...)"

Expõe seguidamente as regras correspondentes a seis casos dessas equações, onde figuram as quantidades nu*mero*, *cosa*, - que é a *"raiz de qualquer quadrado"*, incógnita ou coisa desconhecida - e *censo*, quadrado da incógnita (caso particular das *dignidades* ou potências da incógnita: *cubo* é x^3, x^4 é *censo de censo, relato primo* é x^5, x^6 é *censo de cubo* ou *cubo de censo*, etc.); mostra a aplicação prática destas regras e apresenta demonstrações geométricas. Por exemplo, a equação $x^2+ax=b$ é aí referida como um caso de conjugação composta, *"censo y cosas yguales a numero"*.

Usando linguagem *sincopad*a, com as notações de Pacioli [o], a adição e subtracção representadas por *p* e *m* (*plus* e *minus*) etc., a expressão

.7. p .2.co. m .ce. p .5.cu. significa $7 + 2x - x^2 + 5x^3$

Na segunda parte apresenta os *algoritmos* das dignidades, das raízes - representadas por R - e das proporções, com demonstrações literais.

A terceira parte, a mais extensa, é considerada a mais importante, tratando ainda de algumas equações de grau superior, referindo e criticando a regra, entretanto aparecida, para a resolução duma equação do 3º grau. Aí ainda faz a aplicação dos seus métodos a problemas de aritmética, como o seguinte:

" 2. Busquemos vn numero que siendo multiplicado por si mesmo, y el producto por .4. y que sacando de la suma .20. , queden .100. Pornemos esse tal numero ser .1.co. la qual multiplicada por si, hara .1.ce. este censo multiplicado por .4. hara .4.ce. destos .4.ce. sacaremos .20. y quedaran .4.ce.m.20 que seran yguales a .100.

Ygualaremos restaurando lo diminuto, y resultaran .4.ce. yguales .120. que es conjugacion simple. Partiremos por tanto .120. por .4. , y vernan .30. por valor de .1.ce. y sera luego la cosa R.30. y tanto sera el numero que buscauamos."

E também de geometria - geralmente na forma de exercícios abstractos, em arrepio ao costume da época dos problemas concretos - como este outro, sobre um triângulo cuja altura é designada por *perpendicular*:

"42. Si en el triangulo la proporcion de los lados fuere sabida, y la perpendicular fuere conoscida, cada vno de los lados sera conoscido."

e ensina, em seguida, a resolução.

ν Eram então constantes os casamentos com infantas espanholas: assim o foram as três rainhas esposas de D. Manuel, a de D. João III e a nora deste, mãe de D. Sebastião.

ξ Dedicado à rainha D. Maria, mãe de D. João III, por altura do nascimento deste.

o Ou Frei Luca di Borgo Sansepolcro (c.1445-c.1510), autor da famosa 'Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni e Proportionalita'.

Além de criticar a obra de Pacioli, Pedro Nunes também não poupa Cardan $^{\pi}$ e Tartaglia $^{\rho}$, admitindo, porém, ser este - ou del Ferro $^{\sigma}$ - o verdadeiro inventor do método de resolução das equações do 3º grau, conhecido como *método de Cardan*:

"Y aqui acabo esta obra, supplicando a los lectores que se no me quieran dar culpa, por no traer esta ***Regla de cosa y cubo yguales a numero****, y las otras de dignidades disproporcionales; porque el trabajo era grande, y muy chico el loor, principalmentee no me contentando aquella maneyra de notificar el valor de la cosa. Alla lo hallaran todo tratado por el Cardano o bien o mal. Y si Dios nos diere a entender outro mejor, traerloemos en outro Libro."*

O algebrista francês Guillaume Gosselin admitiu que as principais fontes de inspiração para o seu trabalho *'De Arte Magna'*, foram o português Pedro Nunes - *"in cujus verba juravit"* $^{\tau}$ - e o italiano *Tartaglia* [45]. E, no dizer de Gomes Teixeira [5], *"nenhum matemático quinhentista se aproximou tanto como Pedro Nunes da Álgebra moderna"*, ultrapassando *Regiomontanus*, Pacioli, Cardan e *Tartaglia* em clareza e rigor.

O próximo aparecimento da álgebra literal na *'In Artem Analyticam Isagoge'* de Vieta $^{\varphi}$, - em 1591, indo mais longe que *Jordanus Nemorarius* em *'De numeris datis'* - tornaria rapidamente obsoleto o *'Libro de algebra'*. E talvez também, porque *"em Anvers gostava-se pouco da Espanha"*, segundo o jesuíta belga e historiador da ciência H. Bosmans. No entanto, e para contrariar esse olvido, [46] proclama:

«De Tartaglia, Cardan et Stifel $^{\chi}$ à Viète, il s'écoule cinquante ans. Bien à tort l'histoire de l'algèbre s'en occupe peu. Pendant tout se temps, des hommes de talent font progresser lentement, mais sûrement la science (...), des hommes vraiment grands, (...) Gosselin, Peletier, Petri Nunez ! (...) Viéte a donc eu des précurseurs. Nunez fut l'un des principaux. Aucun contemporain ne le surpasse en rigueur, Maurolyco $^{\psi}$ seul l'atteint par l'abstraction et la généralité du raisonnement, par l'élégance et l'heureux choix de l'algorithme. (...) Nunez n'en est pas moins un des algebristes les plus éminents du xvi^e siècle.

C'est l'une des gloires du Portugal.»

Epílogo

"E deste meu trabalho tenho por muy justo premio aproveitaremse dell os que desta Arte carecem (...)"

(Pedro Nunes, dedicatória do *'Libro de Algebra'*)

"O governo português devia mandar fazer uma edição de todas as obras de Pedro Nunes, pondo-as assim ao alcance dos estudiosos, enriquecendo a literatura matemática nacional e prestando uma homenagem merecida a este ilustre homem de ciência do século XVI (...)"

(Luciano Pereira da Silva, 1913)

No prefácio do volume I das *'Obras de Pedro Nunes'*, relatou Pedro Cunha a génese dessa publicação: Luciano Pereira da Silva, possuidor de um raro exemplar da primeira edição de *'Petri Nonii salaciensis opera'*, defendera em 1913, num artigo da *Revista da Universidade de Coimbra*, que o Governo mandasse reimprimir todas as obras do matemático e cosmógrafo [33]. Entusiasmou-se o académico Rodolfo Guimarães e levou a proposta à assembleia geral da Academia das Ciências de Lisboa, em dois anos consecutivos.

Enfim, em decreto de 1915, manifestou-se a governativa

π Ou Gerolamo Cardano (1501-1576).

ρ Aliás Niccolò Fontana (c. 1505-1557).

σ Scipione del Ferro (c.1465-1525), foi o primeiro a resolver uma equação do tipo $x^3+px=q$. O seu pupilo Antonio Maria Fior terá proposto esse desafio a *Tartaglia*, em 1535, e este, durante uma noite, encontrou a solução [44], que mais tarde mostrou a Cardan, em 1539.

τ *"por cujas palavras podia jurar"*, na dedicatória de *'De Arte Magna'*, Paris, 1577.

φ François Viète (1540-1603).

χ Michael Stifel (1487-1567), monge luterano, professor em Koegnigsberg e Jena.

ψ Francesco Maurolico (1494-1575), editor (com correcções, por vezes) de textos matemáticos anteriores, também autor de 'Arithmeticorum libri duo'.

adesão ao projecto; sem que esse bom propósito tivesse implicações orçamentais, porém... Teve ainda Luciano Pereira da Silva ocasião para planificar a ordenação da nova edição de todas as obras; em vão o fez. Os ânimos políticos da primeira república, durante e após a grande guerra, desviavam as atenções e o erário para outros fins. (Bensaúde financiava de seu bolso a oferta, mundo fora, de volumes onde se lia *"por ordem do Governo"*...)

Eis pois que, ainda em 1926, com as palavras citadas no *Intróito* se lastimava Joaquim Bensaúde, ao mesmo tempo que lamentava a morte brutal do amigo: *"aos 18 de agosto de 1926, Luciano Pereira da Silva, vítima da agressão de um louco, era tragicamente arrebatado ao seu labor científico, em plena floração da sua inteligência criadora"*, relata João Pereira Dias no prólogo de *'Obras Completas'* [7]. Mas já houvera outros percalços, no percurso para a meta editorial: em 1927, a edição italiana de *'A short account of the Hystory of Mathematics', informa que "una morte immatura vietò al Guimaraes di portare a compimento l'edizione delle opere del Nunez, decretata dal Governo portoghese."* [47]

Finalmente, constitui-se uma *comissão académica* encarregada da publicação das obras de Pedro Nunes, formada por Abel Fontoura da Costa, Aureliano de Mira Fernandes, Joaquim de Carvalho, Manuel António Pereira Júnior e Pedro José da Cunha; pela morte do primeiro, entra Victor Hugo Duarte de Lemos. Em 1940, em edição da Academia das Ciências, surge da Imprensa Nacional o volume I, contendo o *'Tratado da Sphera'* e a *'Astronomicii Epitome'*, com tradução latina da primeira obra, inúmeras anotações e um apêndice onde, entre outras notas, Pereira Júnior derruba a crítica de Delambre referente ao *capítulo dos climas*. Em 1943 surge o volume II, com *'De crepusculis'* e a correspondente tradução portuguesa, além de várias notas. O *'Libro de Algebra'*, que pela semelhança das línguas não é traduzido mas muito comentado e acompanhado por anotações histórico-bibliográficas e diversas outras notas, constitui, em 1950, o tema do volume VI. Em 1960, enfim, publica-se o volume III, dedicado ao *'De erratis'*. Nada mais, nos últimos 40 anos. Prometida estava uma biografia de Pedro Nunes, para rematar a edição; resta-nos esperar...

Afinal, estamos num novo século e o ano é de Pedro Nunes.[ω]

Posfácio

"Mudam-se os tempos, mudam-se as vontades ...
Continuamente vemos novidades,
Diferentes em tudo da esperança;
Do mal ficam as mágoas na lembrança,
E do bem, se algum houve, as saudades."
(Luís de Camões[#], *Sonetos*)

Referi, atrás, ter-se preocupado D. João III com o desenvolvimento do ensino das Matemáticas. E ter, o mesmo monarca, chamado Pedro Nunes, então em Salamanca, para reger essa cadeira na universidade portuguesa. Mandou, ainda, fundar o Colégio das Artes, em Coimbra, para preparação dos candidatos ao ensino superior.

John Wallis (1616-1703), que foi professor de Isaac Newton em Cambridge, escreveu a respeito da sua própria instrução - no segundo quartel do séc. XVII - [44]:

"As Matemáticas eram, (naquele tempo, connosco) raramente olhadas como uma disciplina académica mas, isso sim, um assunto (...) para negociantes, mercadores, marinheiros, agrimensores e, talvez, autores de almanaques em Londres. Em mais de 200 alunos (nessa época) no meu Colégio, não conheci (...) quem soubesse mais Matemática do que eu e, então, não era muita; e muito poucos em toda a Universidade. "

ω Informação recente da Academia das Ciências aponta para uma nova reedição, completa e corrigida, com o apoio da Fundação Gulbenkian.

\# Poeta português do século XVI, cuja obra foi considerada de estudo imprescindível para a formação intelectual dos jovens estudantes, até final do século XX: *"O ensino de Camões nas escolas tem a ver com o problema da própria língua. Como ensinar a língua sem passar, desde muito cedo, pelo poeta que a fundou, sobretudo num contexto de globalização que tende a esbater a diversidade cultural e linguística?"* (Manuel Alegre, Expresso, 13.10.01)

Nos quase quatro séculos que, desde então, decorreram, muito mudou na civilização ocidental, nomeadamente na importância atribuída à Matemática. Esta é, em 2002, uma ciência omnipresente, com as mais importantes e vastas aplicações. Sem os espantosos avanços que a Matemática conheceu, não se testemunhariam os desenvolvimentos tecnológicos do século XX, da física quântica à navegação espacial.

Porém tenho tido, nos últimos anos, ocasiões para indagar se não recuámos quatro séculos, até à época de Wallis... E no entanto, não surgem todos os dias génios matemáticos como John Wallis! Por isso, neste ano de Pedro Nunes, espero que não mais a preparação científica dos mestres venha a ser desvalorizada...

Há 500 anos, D. João III preocupou-se com o ensino das Matemáticas...,

&c. *

Referências

[1]- in Novo Dicionário da Língua Portuguesa de Cândido de Figueiredo, Livraria Bertrand, Lisboa, sexta edição.

[2]- J. Bensaúde, 1926, in prólogo de Obras completas de Luciano Pereira da Silva, vol. I.

[3]- A. R. Santos, Da vida e escriptos de Pedro Nunes, Mem. Lit. Port., Ac. C. Lisboa, 1806.

[4]- D. P. Amorim, Doutor Pedro Nunes, Rev. Fac. Ciênc. Univ. Coimbra, vol. IV, nº3, 1934.

[5]- F. G.Teixeira, História das Matemáticas em Portugal, Bibl. Altos Estudos, Acad. Ciênc. Lisboa, Impr. Univ. Coimbra, 1934, et al; ver edição on line em http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/livrogt.html .

[6]-J. Bensaúde, Histoire de la Science Nautique Portugaise, resumé, A. Kundig, Genebra, 1917; ou L'Astronomie Nautique au Portugal à l'epoque des Grandes Découvertes, Max Dreschel, Berna, 1912; et al.

[7]- L. Pereira da Silva, Obras Completas, Ag. Ger. Colónias, Lisboa, 1943.

[8]- M. S. Ventura, Vida e obra de Pedro Nunes, Bibl. Breve, Lisboa, 1985.

[9]- R. Guimarães, Sur la vie et l'oeuvre de Pedro Nunes, Ann. Sci. Acad. Polytechnica do Porto, 9, 1914, et al.
Ver ainda A. Baião, O matemático Pedro Nunes e sua Família à luz de documentos inéditos, Impr. Univ. Coimbra, 1915; Augusta F. Gersão Ventura, Pedro Nunes, Vida e Obra, Separata dos Liceus de Portugal, 6, Lisboa, 1941; Carlos A. S. Vilar, Sobre o "De Crepusculis" de Pedro Nunes, Actas de Hist. Educ. Matemática, Braga, 1996; Fernando R. Dias Agudo, Pedro Nunes e as Lições de uma Época, idem; João F. Queiró, 'A Matemática em Portugal antes de 1772', in A. Leal Duarte et al, Algumas notas sobre História da Matemática em Portugal, idem, (ou 'Some Notes on the History of Mathematics in Portugal', in Using History to Teach Mathematics, An International Perspective, MAA Notes #51); J. Tiago de Oliveira, 'As Matemáticas em Portugal (da Restauração ao Liberalismo', in Obras Completas, Pendor, Évora, 1995, vol. II; Luís de Albuquerque, Pedro Nunes e os homens do mar do seu tempo, Bol. S.P.M., n.º 11, 1988; et al.
Bibliografia adicional pode ser encontrada nas notáveis páginas de:
http://scientia.artenumerica.org/biblio.html.

[10]-e.g. http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/index.html , http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/jud.html, http://www.e.pedro-nunes.rcts.pt/historia1.htm e http://www.newadvent.org./cathen/11163a.htm .

[11]- L. Albuquerque, 'Matemática e Matemáticos', in Dicionário Enciclopédico da História de Portugal, Alfa, Lisboa, 1990.

[12]- R. Guimarães, Les Mathématiques en Portugal, Impr. Univ. Coimbra, 1909; referência à Chronica do senhor D. Duarte, de Ruy de Pina.

[13]- Manuel Faria y Sousa, Historia del Reyno de Portugal, 1730. Tal como na edição posterior, de Francisco Foppens, Amberes (Antuérpia), 1779, refere ter sido aumentado o

* À maneira da época de John Wallis, in 'Arithmetica Infinitorum', 1656.

texto da edição original de 1626, terminada durante o reinado de Filipe IV.

[14]- F. B. Garção Stockler, Ensaio histórico sobre a origem e progresso das Mathematicas em Portugal, Rougeron, Paris, 1819.

[15]- S. Garcia Franco, Instrumentos Nauticos en el Museo Naval, Madrid, 1959.

[16]- Edição de Esmeraldo de situ orbis anotada por A. E. S. Dias, Soc. Geog. Lisboa, 1905.

[17]- L. Albuquerque, Os Guias Náuticos de Munique e Évora, J. Inv. Ultramar, Lisboa, 1965.

[18]- J. Bensaúde, Histoire de la Science Nautique Portugaise; os vol. 1 e 2 contêm edições fac-similadas dos Regimentos, de Munique e de Évora; e, o vol. 6, do Almanach de Zacuto.

[19]- A. Barbosa, José Vizinho, Autor do Regimento do Estrolábio, Petrus Nonius, I, 1937.

[20]- J. Bensaúde, Les Legendes Allemandes sur l'Histoire des Découvertes Portugaises, Imp. Univ. Coimbra, 1927. Ou in Luciano Pereira da Silva e sua obra, Coimbra 1927. Ver também:
Réimpression de Critiques Étrangères sur L'Histoire de la Science Nautique Portugaise, Imprensa Nacional, Lisboa, 1924.

[21]- G. Sarton, Six wings - Men of Science in the Renaissance, Indiana Univ. Press, 1957.

[22]- Jaime Cortesão, A Expansão dos Portugueses no Período Henriquino, Portugália, Lisboa, 1965.

[23]- M. F. de Barros y Sousa, 2º Visconde de Santarém, Memória sobre a Prioridade dos Descobrimentos Portugueses na Costa da África Ocidental, Paris, 1841. Ver Les portugais et l'astronomie nautique des grandes découvertes, de L. Gallois, Rev. Univ. Coimbra, III, 1914.

[24]- De Crepusculis, 1541; ver Obras de Pedro Nunes, vol. II, Impr. Nac., Lisboa, 1943.

Porquê estudar no Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro?

Pela sua experiência
O Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro (DMUA) possui uma experiência de mais de 25 anos a ensinar Matemática. Após os primeiros cursos que se foram sucedendo ao nível da Matemática para o Ensino, nos anos 80 surgiram os primeiros cursos aqui criados com o objectivo de formar licenciados em áreas aplicadas.

Pela actualidade dos seus cursos
Actualmente, para além de um curso de Mestrado em Matemática a funcionar regularmente, com várias áreas de especialização, tanto teóricas como aplicadas, e da capacidade de orientação para doutoramento, oferece duas Licenciaturas:
uma em Ensino de Matemática, a outra em Matemática Aplicada e Computação. A primeira tem como objectivo formar professores de Matemática para o 3.º ciclo do Ensino Básico e para o Ensino Secundário.
A segunda prepara para qualquer outra profissão onde o matemático seja necessário. Para isso é fornecida formação básica em Matemática Aplicada e em Computação, para além de Matemática Teórica fundamental, podendo depois o aluno escolher a especialização que mais lhe interessar, que tanto pode ser de cariz mais aplicado como teórico.

Pela actualização permanente do seu corpo docente
A partir de 1994 a grande maioria da investigação que é feita pelos docentes do DMUA institucionalizou-se através da criação da Unidade de Investigação em Matemática e Aplicações, a qual recebe financiamento regular da Fundação para a Ciência e a Tecnologia.

Mais informações em http://www.mat.ua.pt

[25]- J. Rey Pastor, Matematicos espanoles del siglo XVI, Bibl. Scientia, 2, Madrid.

[26]- Pedro Nunes, in De arte atque ratione navigandi.

[27]- A. Baião, Episódios Dramáticos da Inquisição Portuguesa, I, Renasc. Port., Porto, 1919.

[28]- J. M. Teixeira de Carvalho, A Livraria do Mosteiro de Santa Cruz, Imprensa da Universidade, Coimbra, 1921.

[29]- J. M. Teixeira de Carvalho, Dois Capítulos da Vida de Pedro Nunes, Revista da Univ. de Coimbra, 4, 1915; ou Homens de Outros Tempos, Impr. Univ. Coimbra, 1924.

[30]- Biographical Dictionary of Mathematicians, Max. Macmillan, 1991. Ver ainda [9].

[31]- A. Fontoura da Costa, Quarto centenário da publicação do «Tratado da Sphera» de Pedro Nunes, Petrus Nonius, vol. I, fasc. IV, 1937/38.

[32]- Laurence Young, *Mathematicians and their times*, North Holland, Amsterdam-New York-Oxford, 1981.

[33]- Obras de Pedro Nunes, vol. I, Imprensa Nacional, Lisboa, 1940; ou Pedro Nunes, Tratado da Sphera, in J. Bensaúde, Histoire de la Science Nautique Portugaise, vol. 5, 1915.

[34]- L. Albuquerque, Pedro Nunes e Diogo de Sá, Actas das VIII Jornadas Luso-Espanholas de Matemática, vol. IV, Coimbra, 1981.

[35]- D. João de Castro, na dedicatória de Roteiro de Goa a Diu ; ver [36], parte II.

[36]- L. de Morais e Sousa, A Sciência Náutica dos Pilotos portugueses nos Séculos XV e XVI, Impr. Nacional, Lisboa, 1924.

[37]- Joaquim de Carvalho, Uma obra desconhecida e inédita de Pedro Nunes, Revista da Universidade de Coimbra, vol. XVII, 1953, 521-631

[38]- G. Boffito, Gli Strumenti della Scienza e la Scienza degli Strumenti, Libreria Internazionale Seeber, Florença, 1929.

[39]- Pierre Vernier (1580-1637), in La construction, l'usage et les propriétés du quadrant nouveau des mathematiques, 1631. Veja-se também [5]; e A. Cardoso Pereira, Notas sobre Vernier, Annaes Scientíficos da Academia Polytechnica do Porto, vol. XI, 1916,

[40]- Johann A. Repsold, Zur Geschichte der Astronomische Messwerkzeuge von Purbach bis Reichenbach 1450 bis 1830, W. Engelman, Leipzig, 1908, fig. 18. Ver também 'O Astrolábio da Sociedade de Geografia e o Nónio de Pedro Nunes' , [7].

[41]- Anabela Simões Ramos, O "De erratis Orontii Finaei" de Pedro Nunes, Publ. de História e Metodologia da Matemática, N.º 7, DMUC e CMUC, Coimbra, 1998.

[42]- L. Pereira da Silva, A primeira edição dos tratados latinos sobre a arte de navegar, de Pedro Nunes, in Obras Completas, vol. II; ou As obras de Pedro Nunes- sua cronologia bibliográfica, Obras Completas, vol. III.

[43]- John R. C. Martyn, Pedro Nunes (1502-1578). His Lost Algebra and Other Discoveries, Peter Lang, New York, 1996.

[44]- in The History of Mathematics: A Reader, the Open University, John Fauvel e Jeremy Gray editores, Macmillan Press, Hong Kong, 1988.

[45]- W. van Egmond, 'How algebra came to France', in Mathematics from Manuscripts to Print, 1300-1600, ed. Cynthia Hay, Clarendon Press, Oxford, 1988.

[46]- H. Bosmans, L'Algèbre de Pedro Nunez, Annaes Scientíficos da Academia Polythecnica do Porto, vol. 3, 1908, 270-271.

[47]- W. W. Rouse Ball, Compendio di Storia della Matematiche, Zanicheli, Bolonha, 1927.

Se vinte e quatro é par, o é só de quarenta e dois.

Pedro Tamen, in *Tábua das Matérias*, Tertúlia, 1991
(Publicação gentilmente autorizada pelo autor)

Pedro Nunes e as Linhas de Rumo

João Filipe Queiró
Departamento de Matemática – Universidade de Coimbra

Introdução

Um dos mais interessantes temas de matemática estudados por Pedro Nunes (1502-1578) foi o das linhas de rumo. As suas contribuições principais nesse assunto são, de uma forma geral, bem conhecidas entre os leitores de língua portuguesa, tendo sido vários os autores a expô-las de forma correcta nos seus escritos sobre Pedro Nunes.

Uma linha de rumo (também chamada "curva loxodrómica") é uma curva sobre a esfera com uma definição muito simples: supondo traçados sobre a esfera meridianos como no globo terrestre (isto é, círculos máximos passando por dois pólos), trata-se de uma curva que corta todos os meridianos segundo um mesmo ângulo. O interesse de um tal tipo de curva para a navegação é óbvio. De facto, a maneira mais natural de navegar no mar alto – ou seja sem pontos de referência costeiros – é obrigar o barco a manter um ângulo constante com o norte da bússola. A rota seguida deste modo é uma linha de rumo.

Que curvas são as linhas de rumo?

Uma questão que se coloca é a de saber que tipo de curvas são as linhas de rumo, e em particular se se trata de círculos máximos, que como se sabe dão os caminhos mais curtos entre dois pontos (os círculos máximos são as "rectas" da superfície esférica). Por exemplo, se o rumo for de 0º, a rota seguida é o meridiano do lugar de partida, que é um círculo máximo. E se estivermos no equador e seguirmos um rumo de 90º, percorremos exactamente o equador, que também é um círculo máximo. Mas logo vemos que, se seguirmos um rumo de 90º a partir de um ponto que não esteja sobre o equador, a curva descrita é o paralelo do lugar de partida, que é um círculo mas não é um círculo máximo. Logo, as linhas de rumo não são sempre círculos máximos. A vantagem que há em navegar mantendo o rumo constante é, portanto, acompanhada pelo inconveniente de a rota seguida não ser a mais curta.

O primeiro matemático a colocar e analisar estas questões foi Pedro Nunes. Em 1537, em anexo à sua tradução do *Tratado da Esfera* de Sacrobosco, publicou Pedro Nunes dois tratados em português sobre questões de navegação. Destes dois textos, o primeiro, com o título *Tratado sobre certas dúvidas da navegação*, foi inspirado por algumas perguntas de Martim Afonso de Sousa (1500-1564), capitão da armada, explorador do Brasil entre 1531 e 1533 e futuro governador da Índia. O segundo intitula-se *Tratado em defesa da carta de marear, com o regimento da altura*. Nestes tratados, Pedro Nunes afirma com toda a clareza que os círculos máximos, que dão a menor distância entre dois pontos, não são, salvo no caso do equador e dos meridianos, rotas de rumo constante. Isto é, quem quiser seguir por um círculo máximo tem que estar sempre a mudar o rumo (o ângulo com o meridiano).

Diz ele:

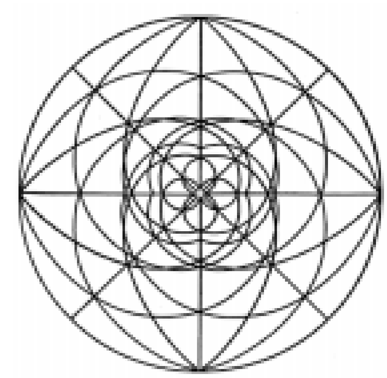


Figura de Pedro Nunes (1537) representando várias linhas de rumo vistas em projecção do pólo norte.

[Na arte de navegar] *há dois modos: o primeiro é ir por uma mesma rota, sem fazer mudança* (...). *O segundo modo seria ir por círculos maiores* (...).

E noutras passagens, mais adiante:

(...) *ir por círculo maior* (...) *é andar menos caminho.*

Se queremos navegar por círculo maior, necessário é sabermos a mudança que fazem os ângulos da posição dos lugares, para conforme a isso mudarmos a rota.

(...) *o caminho que se faz por uma rota não é por círculo maior que é o direito e contínuo, pois sempre fazemos com os novos meridianos ângulo igual ao com que partimos, o que era impossível fazer círculo maior se por ele fossemos; antes é uma linha curva e irregular.*

(...) *os rumos* [não são] *círculos, mas linhas curvas irregulares, que vão fazendo com todos os meridianos que passamos ângulos iguais* (...).

A distinção é claríssima. Nestes textos de Pedro Nunes encontra-se, pela primeira vez, a identificação de um novo tipo de curva, as linhas de rumo, acompanhada de algumas figuras com a representação gráfica de uma linha de rumo, bem como a afirmação inequívoca de que – salvo no caso do equador e dos meridianos – as linhas de rumo são curvas diferentes dos círculos máximos, e portanto não dão os caminhos mais curtos.

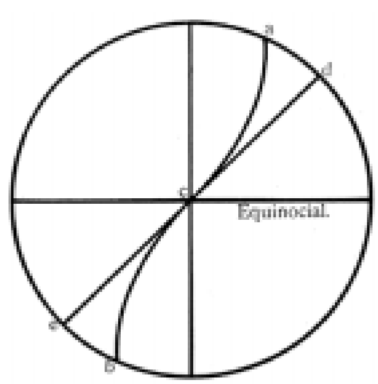


Figura de Pedro Nunes (1537) representando a linha de rumo de 45°
e o correspondente círculo máximo passando por um ponto do equador

No segundo dos tratados, Pedro Nunes inclui uma secção intitulada "Como se navegará por círculo maior", onde propõe um compromisso entre os dois modos de navegação. Sugere ele que o piloto vá mudando o rumo de vez em quando, de uma forma que descreve em pormenor, de modo que a rota seguida, composta por arcos de linhas de rumo, se aproxime de um círculo máximo. Assim se compatibilizam e aproveitam as vantagens dos dois modos de navegar, e esta ideia de Pedro Nunes foi aproveitada até aos dias de hoje.

Sendo estes os factos, tão claros e tão antigos, há qualquer coisa de extraordinário em que, ainda hoje, várias fontes se enganem a respeito do que Pedro Nunes disse e estudou sobre as linhas de rumo. Serve de exemplo a seguinte passagem da *Encyclopædia Britannica*, num artigo sobre curvas (tradução minha):

[A linha de rumo] *é habitualmente definida como a curva que corta os meridianos de uma esfera segundo um ângulo constante. A curva foi concebida pela primeira vez por Pedro Nunes em 1550.* (...) *Nunes pensava que uma* [linha de rumo] *que une dois pontos numa esfera era a distância mais curta na esfera entre esses pontos. Mas os marinheiros do século 19 perceberam que a navegação por* *círculo máximo é preferível para encurtar as distâncias.*

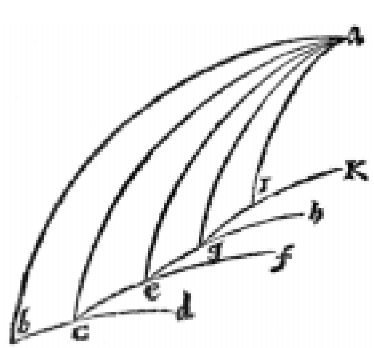
Claro que Pedro Nunes não pensava nada disso, como atrás se viu. A frase sobre o que os marinheiros do século 19 "perceberam" não merece comentários. E a data de 1550 é inventada: não existe nenhuma obra de Pedro Nunes publicada nesse ano.

A matemática das linhas de rumo

Numa versão desenvolvida, em latim, dos seus tratados publicada em 1566, em Basileia, escreve Pedro Nunes sobre a linha de rumo:

A linha curva é diferente [de um círculo máximo] *e é semelhante a uma hélice* (...).

É nos tratados latinos que Pedro Nunes leva mais longe a sua análise das linhas de rumo. Com o objectivo de permitir traçar linhas deste tipo sobre globos, o que poderia ser um bom auxiliar na navegação, Pedro Nunes apresenta um complicado processo para obter pontos sobre linhas de rumo na esfera. Este processo consiste na resolução sequencial de vários triângulos esféricos. A figura seguinte



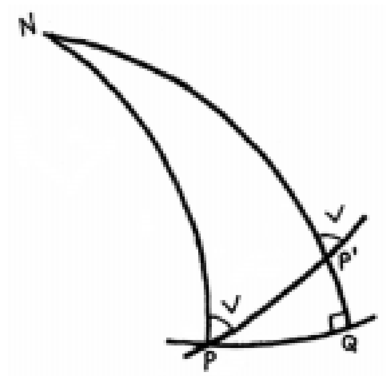
é do texto original de Pedro Nunes.

O ponto **a** é o pólo norte, e o ponto **b** é um ponto (no equador) pertencente à linha de rumo correspondente a um ângulo V dado. O processo de Pedro Nunes permite calcular sucessivamente as coordenadas dos pontos **c**, **e**, etc., que estão aproximadamente sobre a linha de rumo. Percebe-se porque é que a construção é aproximada: os lados mais pequenos dos sucessivos triângulos esféricos são arcos de círculo máximo, e portanto em cada passo há um ligeiro desvio em relação ao rumo indicado por V. Quando os ângulos no pólo diminuem, os pontos sucessivamente calculados aproximam-se de pontos exactos da linha de rumo.

Este notável trabalho de Pedro Nunes é descrito em pormenor no artigo de Raymond d'Hollander "Historique de la loxodromie", publicado na revista *Mare Liberum* nº 1 (1990), p. 29-69. No fim da sua construção, Pedro Nunes inclui uma tabela para apresentar os resultados dos cálculos para os rumos correspondentes aos sete ângulos 11º15', 22º30', 33º45', 45º, 56º15', 67º30' e 78º45'. Extraordinariamente, Pedro Nunes deixa a tabela vazia, e diz que os números podem ser calculados por "adolescentes estudiosos, segundo as precedentes demonstrações". No seu artigo, em 1990, d'Hollander fez os cálculos necessários ao preenchimento da tabela.

Modernamente, a descrição da linha de rumo é feita usando a linguagem das funções (as funções do século XVI eram as tabelas). Vamos de seguida obter a equação da linha de rumo correspondente ao ângulo V. Mediremos os ângulos em radianos e suporemos V diferente de 0 e de $\pi/2$, já que esses casos são triviais, como acima referido. Usando as letras φ e λ para designar a latitude e a longitude, vamos obter a equação na forma $\lambda = \lambda(\varphi)$, isto é, vamos obter a expressão da longitude dos pontos da curva em função da respectiva latitude. Para fixar ideias, vamos considerar a linha de rumo com ângulo V e que passa pelo ponto de latitude e longitude ambas iguais a 0. E vamos supor que o raio da esfera é 1.

Na figura seguinte, P é um ponto da linha de rumo, com coordenadas (φ,λ). O ponto P', também pertencente à linha de rumo, é obtido dando um acréscimo h à latitude φ. N é o pólo norte e Q é o ponto de intersecção do paralelo de P com o meridiano de P'.



Tomando h muito pequeno, podemos considerar que o triângulo PQP' é um triângulo plano. Esse triângulo é rectângulo no vértice Q, e no vértice P' o ângulo é V. Como a diferença de longitudes entre Q e P é $\lambda(\varphi+h)-\lambda(\varphi)$, e como os dois pontos estão no paralelo de latitude φ (que é uma circunferência de raio cos φ), a distância entre P e Q é igual a $\cos\varphi \,.\, [\lambda(\varphi+h)-\lambda(\varphi)]$. Logo, tem-se

$$\operatorname{tg} V = \frac{\cos\varphi \cdot \left[\lambda(\varphi + h - \lambda(\varphi)\right]}{h}$$

donde

$$\lambda'(\varphi) = \operatorname{tg} V \cdot \sec\varphi \;.$$

Como $\lambda(0) = 0$, segue-se que

$$\lambda(\varphi) = \operatorname{tg} V \cdot \int_0^{\varphi} \sec t \, dt \;.$$

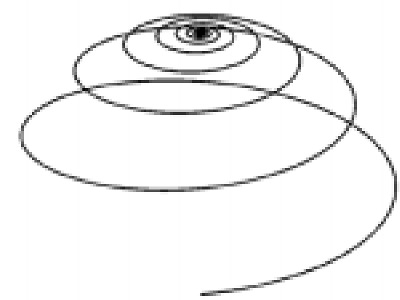
A primitiva da secante não é das mais fáceis de calcular, e a sua determinação foi um problema que interessou vários matemáticos no século XVII. Achada a primitiva, temos finalmente a equação da linha de rumo correspondente ao ângulo V:

$$\lambda = \operatorname{tg} V \cdot \ln \operatorname{tg}\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$

ou, equivalentemente,

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} + 2 \operatorname{arctg} e^{\lambda \operatorname{cotg}(V)} \;.$$

Na figura seguinte está a metade norte da linha de rumo de ângulo $8\pi/17$ (cerca de 85º).

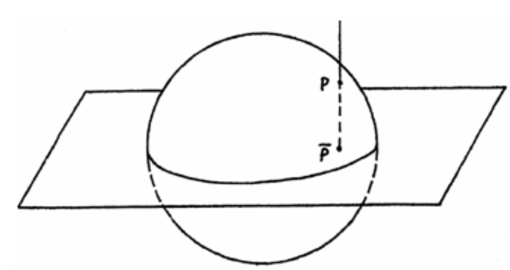


Linhas de rumo e espirais no plano

Para ver como ficam as linhas de rumo "vistas de cima", introduzimos coordenadas rectangulares para os pontos da esfera

$$x = \cos\varphi \cdot \cos\lambda$$
$$y = \cos\varphi \cdot \sin\lambda$$

(a terceira coordenada, $z = \sin\varphi$, não interessa para isto).



Os parâmetros da curva plana em coordenadas polares são λ e

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2} = \cos\varphi \;.$$

Da expressão de φ em termos de λ sai

$$\cos\varphi = \frac{2e^{\lambda \cot g(V)}}{1+e^{2\lambda \cot g(V)}}$$

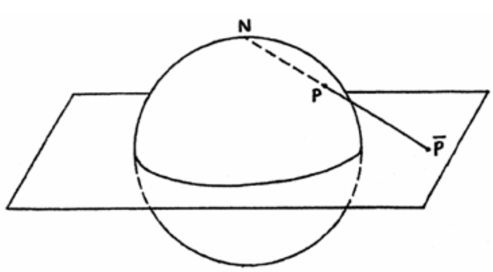
o que é o mesmo que

$$\rho = \operatorname{cosech}(\lambda \operatorname{cotg}(V)) \quad .$$

Isto é uma espiral, mas não é a espiral logarítmica.

A espiral logarítmica aparece quando se projecta a linha de rumo no plano do equador a partir do pólo norte (na chamada "projecção estereográfica"). Sejam X e Y coordenadas rectangulares no plano do equador. Um ponto (x,y,z) da esfera projectado a partir do pólo norte resulta no ponto de coordenadas

$$X = \frac{x}{1-z} \quad , \quad Y = \frac{y}{1-z} \quad .$$



Como fica a projecção da linha de rumo? Os parâmetros em coordenadas polares são o mesmo λ de há pouco e

$$r = \sqrt{x^2+y^2} = \frac{\rho}{1-z} = \frac{\cos\varphi}{1-\sin\varphi} \quad .$$

Como

$$e^{\lambda \operatorname{cotg}(V)} = \operatorname{tg}\left(\frac{\varphi}{2}+\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1+\sin\varphi}{\cos\varphi} = \frac{\cos\varphi}{1-\sin\varphi} \quad ,$$

vem

$$r = e^{\lambda \operatorname{cotg}(V)}$$

e a curva projectada é uma espiral logarítmica.

O primeiro matemático a fazer esta observação foi possivelmente o inglês Thomas Harriot (1560-1621).

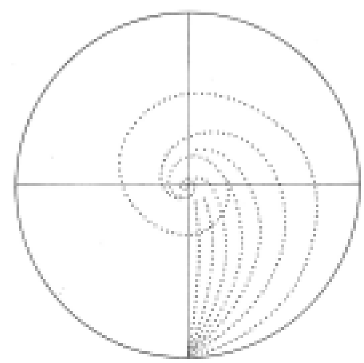


Figura de Thomas Harriot (manuscrito de 1595) representando pontos dos sete rumos vistos em projecção polar

O problema da carta

Igualmente importante é a parte do trabalho de Pedro Nunes dedicada a questões de cartografia. O matemático português enuncia claramente como propriedade desejável para as cartas que nestas as linhas de rumo sejam representadas por linhas rectas. O interesse disto para a navegação é evidente: numa tal carta, unindo o ponto de partida e o ponto de destino por um segmento de recta, obtém-se imediatamente qual deve ser o rumo a seguir na viagem .

O problema matemático que se levanta é o de como traçar cartas com essa propriedade. Intuitivamente, vê-se que, na quadrícula meridianos / paralelos, o espaçamento entre estes últimos tem que aumentar com a latitude. Nos tratados de 1537 Pedro Nunes apenas esboça uma solução para o problema, que matematicamente é equivalente ao da descrição das linhas de rumo.

A descrição das propostas de Pedro Nunes a este respeito fica para outra ocasião. Modernamente, a carta com essa propriedade costuma chamar-se "carta de latitudes crescidas" ou "carta de Mercator", do nome do cartógrafo flamengo Gerard Mercator (1512-1594), que em 1569 publicou um mapa do mundo com a referida intenção. Mas o primeiro autor a descrever com exactidão o processo matemático de desenhar cartas em que as linhas de rumo são representadas por linhas rectas foi o inglês Edward Wright (1558-1615), em 1599, num livro em que cita abundantemente Pedro Nunes.

Como observação final, note-se que os trabalhos de Pedro Nunes sobre náutica foram sobretudo, pelo seu rigor e precisão, trabalhos de matemática pura. Pouco ou nenhum interesse terão tido para o esforço das navegações do tempo, condicionadas por ventos, correntes e incertezas quanto à posição dos navios. Mas é precisamente o seu rigor e precisão que os torna importantes a longo prazo. De facto, só séculos depois, com a navegação motorizada, e com o aperfeiçoamento dos métodos de determinação de posições, é que ideias como a navegação por rumos ou por arcos de linhas de rumo tiveram integral aplicação. Como alguém disse, não há nada mais prático do que uma boa teoria.

Bartoon

Pedro Nuñez: Innovateur bloqué, et dernier témoin d'une tradition millénaire*

Jens Høyrup
Secção de Filosofia e Estudos de Ciência, Universidade de Roskilde, Dinamarca

Le livre

Entre les auteurs mathématiques qui avaient compris après 1540 l'importance nouvelle de l'algèbre figurait aussi Pedro Nuñez – dans la compagnie, par exemple, de Tartaglia, Cardano, Stiefel, Scheubel, Bombelli et, naturellement, Viète. Son célèbre *Libro de algebra en arithmetica y geometria* parut à Anvers en 1567. C'était un livre de propagande plutôt qu'un simple traité de mathématiques : un livre de propagande pour l'algèbre, démontrant – c'est là le sens du titre – l'utilité de l'algèbre pour l'arithmétique et pour la géométrie. Cette utilité, écrit Nuñez, était bien reconnue en Italie où on trouve « dans toutes les villes [...] des maîtres salariés de calcul en arithmétique et géométrie », tandis qu'« en Espagne, rares sont ceux qui connaissent l'algèbre ».[1] Certainement un livre de « propagande » dans le sens originel du *Congregatio de Propaganda Fide :* propagation d'une nouvelle foi. Mais certainement aussi « propagande » dans le sens de Lénine:[2] un message complexe, cohérent et difficile destiné à être compris en son ensemble seulement par une minorité (l'«agitation», par contre, diffuse des messages simplifiés afin d'arriver à tous).

Les problèmes géométriques

Au 17$^{\text{ième}}$ siècle, Descartes allait donner naissance à la géométrie analytique en appliquant l'algèbre à la géométrie. Si on ne lit que le titre et l'introduction de Nuñez, on pourrait croire que son projet appartienne à la même famille. Mais rien qu'une lecture rapide de sa section géométrique (chap. 7, fol. 227^{v}–323^{v}) fera découvrir qu'il n'en est rien. D'abord Nuñez enseigne comment trouver l'aire d'un carré à côté connu, et vice versa, et comment trouver la diagonale à partir du côté, et vice versa. Suivent d'autres « cas » ou problèmes sur les carrés, par exemple comment trouver le côté si la somme du côté et de l'aire est donnée, puis encore d'autres problèmes concernant les rectangles, les triangles, les rhombes et trapèzes et les polygones avec 5 côtés ou d'avantage.

Qui connaîtrait moins bien que Nuñez les traités produit par les maîtres italiens dont parle sa préface pourrait donc croire que les problèmes géométriques ne constituent qu'un amas d'illustrations des méthodes de l'algèbre.[3] Même cela, pourtant, serait une erreur. Qui par contre connaît ces traités dira que Nuñez s'inspire de leurs géométries pratiques, ce qui serait déjà plus juste – à condition qu'on se rende compte que beaucoup dans celles-ci a bien peu à voir avec la pratique.

---

* Je merci mon ami et collègue Michel Olsen pour la correction linguistique.

1 «[...] ajnda oje em Espanha ha muy poucos que tenham noticia de Algebra. E ha porem em Italia algũs homẽs muy exercitados nesta arte, por que em todallas cidades [...] Mesters salariados de conta em Arithmetica et Geometria» – [Nuñez 1567: a ii^{v}] (la traduction est la mienne, comme le sont quelles qui suivront). Il faut se souvenir qu'«Espanha» pour Nuñez embrassait le royaume de Portugal aussi bien que les royaumes récemment unis de Castille et Aragon. La préface est écrite en portugais, et le reste du livre en castillan.

2 Que faire?, dans [Lénine 1971: I, 163].

3 Ceci, au fait, semble être l'opinion de Martyn [1996: 51] – en tant que classiciste beaucoup plus familier avec la littérature utilisée par Nuñez l'humaniste qu'avec la tradition mathématique.

Pour y voir mieux, regardons d'abord rangés en liste les problèmes sur les carrés et les rectangles.

Nuñez, problèmes concernant le carré (côté l, diagonale d, aire A)

No.	*Fol.*	*Donné*	*Demandé*	*Exemple(s)*[1]	*Position*	*Remarques*
#1	227^v	l	A	$l=3$; l=R.10		*Elem.* II.4
#2	228^r	A	l			
#3	228^v	l	d	$l=3$		*Elem.* I.47
#4	228^v	d	l	$d=6$		*Elem.* I.47
#5	229^v	$d+l$	l, d	$d+l=6$	l=1*co.*	
#6	229^v	$d\cdot l$	l, d	$d\cdot l=10$	l=1*co.*	
#7	230^r	$d-l$	l, d	$d-l=3$	l=1*co.*	
#8	230^v	$l\cdot(d-l)$	l, d	$l\cdot(d-l)=15$	l=1*co.*	
#9	231^v	$d\cdot(d-l)$	l etc.	$d\cdot(d-l)=14$	l=1*co.*	
#10	231^v	$l+A$[2]	l, A	$l+A=90$	l=1*co.*	
#11	232^r	$d+A$	d, A	$d+A=12$	d=1*co.*	
#12	232^r	$l+d+A$[3]	l, d, A	$l+d+A=37$	l=1*co.*	
#13	232^v	$A\cdot l$	A, l	$A\cdot l=10$		Prop. continues
#14	233^r	$d\cdot A$	d, A	$d\cdot A=12$	l=1*co.*	

Nuñez, problèmes concernant le rectangle (côtés l_1, l_2, diagonale d, aire A)

No.	*Fol.*	*Donné*	*Demandé*	*Exemple*	*Position*	*Remarques*
#15	234^r	l_1, l_2	A	$l_1=5$, $l_2=3$		
#16	234^r	A, l_1	l_2	$A=15$, $l_1=3$		
#17	234^r	l_1, d	A	$l_1=10$, $d=12$		
#18	234^v	A, d	l_1, l_2	$A=12$, $d=5$	l_1=1*co.*	
#19	235^v	A, l_1+l_2	l_1, l_2	$A=12$, $l_1+l_2=8$	l_1=1*co.*	
#20	235^v	A, $l_1 : l_2$	l_1, l_2	$A=24$, $l_1 : l_2=2:3$	l^1=2*co.*	
#21	236^r	A, l_1-l_2	l_1, l_2	$A=24$, $l_1+l_2=2$	l_1=1*co.*-1 l_2=1*co.*+1	
#22	236^r	d, l_1+l_2	l_1, l_2, A	$d=5$, $l_1+l_2=7$	l_1=1*co.*	
#23	236^v	l_1, $d+l_1$	l_2, d, A	$l_1=4$, $l_2+d=8$	l_2=1*co.*	
#24	236_v	l_1-l_2, $d+A$	l_1, l_2, d, A	$l_1-l_2=2$ $d+A=58$	l_1=1*co.*-1	
#25	238^r	l_1+l_2+d, $d-l_1$	l_1, l_2, d, A	$l_1+l_2+d=12$, $d-l_1=2$	d=1*co.*	
#26	238^v	l_1+l_2+d, l_1-l_2	l_1, l_2, d	$l_1+l_2+d=12$, $l_1-l_2=1$	l_2=1*co.*	
#27	239^r	l_1+l_2+A, l_1-l_2	l_1, l_2, A	$l_1+l_2+A=23$, $l_1-l_2=2$	l_2=1*co.*	
#28	239^r	l_1, $l_2\cdot A$	l_1, l_2, A	$l_1=5$, $l_2\cdot A=45$	l_2=1*co.*	Fractions formelles
#29	239^v	l_1, $l_2\cdot d$	l_1, l_2, d	$l_1=6$, $l_2\cdot d=80$	l_2=1*co.*	Fractions formelles
#30	240^r	$d-l_1$, l_1-l_2	l_1, l_2, d	$d-l_1=4$, $l_1-l_2=2$	l_2=1*co.*	
#31	240^v	$l_1 : l_2$, d	l_1, l_2, d	$l_1 : l_2=3:2$, $d=12$	l_2=2*co.*	
#31	240^v	$d : l_1$, l_2	l_1, l_2, d	$d : l_1=5:2$, $l_2=7$[4]		

[1] Les unités pour les longueurs est *braça de linea*, pour les aires *braça quadrada*.
[2] l identifié avec «la racine», le rectangle avec largeur 1 et longueur l, pour établir l'homogénéité de la procédure.
[3] Encore un commentaire sur le problème d'homogénéité.
[4] l_1 est identifié comme *mayor*, l_2 comme *menor*. Ceci est évidemment faux, mais Nuñez ne l'observe pas même après avoir trouvé que $l_1^2=9^1/_3$, $l_2^2=49$.

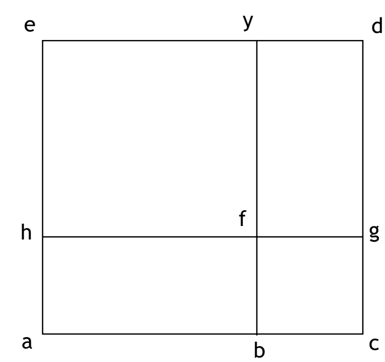
Tous les cas où il y a une « position » sont traités par algèbre, dans le style « rhétorique » qui sera aboli seulement par Viète et Descartes ; comme ses contemporains, Nuñez fait ample usage d'abréviations standardisées. Dans l'idiome « rhétorique » de Nuñez, l'inconnu est dénoté *cosa* (dans les traités latins *res*, chez Nuñez *co*.), et son carré *censo* (latin *census*, chez Nuñez *ce*.). Pour comprendre ses termes, il faut savoir que l'algèbre arabe s'est d'abord développée à partir d'énigmes sur une quantité monétaire ou « avoir » (*mal*, correspondant au Latin *census*) et sa racine (carrée) (*jidr*), – par exemple, « un avoir et 10 des ses racines font 39 ». Déjà avant al-Khwarizm¯, qui écrivit au neuvième siècle le premier traité sur le sujet qui nous est parvenus, la « racine » servait pour représenter un nombre inconnu, appelé « la chose » (*šay'*), et l'« avoir » en conséquence comme le carré arithmétique de cette « chose ». Al-Khwarizm¯ à son tour introduisit des preuves géométriques pour les règles qui servent à résoudre les problèmes fondamentaux ; dans ces preuves, le *mal* était représenté par un carré géométrique et la racine par un rectangle avec longueur égale à la racine carrée et largeur 1. Leonardo Fibonacci, suivi en cela par Nuñez, voit dans cette représentation l'essence même de l'algèbre, et identifie le *censo* avec un carré et la racine avec un tel rectangle.

L'algèbre arabe, et la tradition latine et italienne (et Nuñez aussi), distinguaient 6 « cas fondamentaux » ; Nuñez les appelle *conjugaciones*, et les dispose (comme le *Liber abbaci* de Leonardo et la *Summa de arithmetica* de Luca Pacioli) dans l'ordre suivant :

(1) *Censos* égaux à *cosas*
(2) *Censos* égaux à nombre
(3) *Cosas* égaux à nombre
(4) *Censo* et *cosas* égaux a nombre
(5) *Cosas* et nombre égaux à *censo*
(6) *Censo* et nombre égaux à *cosas*

Pour le quatrième cas, le premier cas composé, Nuñez [1567 : 2^{r}] donne cette règle :

> multiplie la moitié du nombre des choses par soi-même, ce qui fait un carré, et à ce carré nous joindrons le nombre proposé, et de toute la somme nous prendrons la racine. De cette racine nous enlèverons la moitié du nombre des choses, et la valeur de la chose apparaîtra.[4]



La démonstration [Nuñez 1567 : 6^{v}–8^{r}] suit celle déjà donnée par al-Khwarizm¯ et répétée par Leonardo et Luca. Comme ces derniers, Nuñez embellit sa démonstration assez longue avec une référence aux *Éléments* II.4, mais l'idée est simple, et peut s'expliquer sur l'exemple classique « *avoir* et 10 *choses* égaux à 39 » : L'*avoir* est représentée par le carré *ef*, dont le côté *yf*=*hf* est donc égal à sa racine carrée, c'est-à-dire à la *chose*. Si *yd*=*ha* = 5 (« la moitié du nombre des choses »), les rectangles *yg* et *hb* seront donc 5*co*. chacun, et tout le gnomon *edgfbae* aura l'aire 39. En ajoutant le carré *fc*, dont l'aire est 5x5=25 (« la moitié du nombre des choses » multiplié par soi-même), nous trouvons que l'aire du grand carré est 39+25 = 64, et son côté *ed* donc la racine carrée de 64, c'est-à-dire 8. Enlevant de cette racine « la moitié du nombre des choses » (5 = *yd*), il nous restera 3 pour *ey*, la *chose*.

[4] Les prédecesseurs, d'al-Khwarizm¯ à Luca, avait tous parlé simplement de «la moitié des choses» là ou Nuñez a «la moitié du nombre des choses». L'introduction d'une notion explicite de coefficient est une innovation visant la transparence conceptuelle; pour le reste, la règle de Nuñez répète celle de la tradition.

Nuñez fait la démonstration sans référence à un exemple numérique, ce qui reflète son souci d'approcher l'algèbre à l'idéal euclidien. Ce même souci s'exprime aussi dans le format des problèmes géométriques. Bien que la démonstration se fasse sur un exemple numérique, l'énoncé suit le modèle des *Données* d'Euclide, comme nous pouvons le voir dans l'exemple 10 (p. est l'abréviation pour « plus », m. pour « moins », R. pour « racine ») :

> Si le côté et l'aire [d'un carré] joint ensemble étaient un nombre connu, chacun pour soi sera connu. Que cette somme soit 90, et posons que le côté soit 1*co*. L'aire du carré sera donc 1*ce*., et nous aurons 1*co*. p. 1*ce*. égaux à 90, ce qui est la première conjugaison composée, et opérant par la règle viendra pour valeur de la chose R.$90\frac{1}{4}$ m. $\frac{1}{2}$. Et puisque la racine de $90\frac{1}{4}$ est $9\frac{1}{2}$, nous écarterons alors $\frac{1}{2}$ de $9\frac{1}{2}$, et 9 resteront pour valeur de la chose, qui est le côté, et le carré sera 81, qui avec les 9 font 90. Et dans ce cas et ceux qui son similaires, prenons le côté du carré pour racine du carré, puisque si l'on prend le côté pour une ligne comme il est, il sera impossible de faire une quantité du côté et de l'aire du carré. Mais prenons l'un pour l'autre, puisqu'ils sont équivalents, car si le côté contient 3 *braças*, la racine contient 3 *braças*. Mais une sorte de *braças* sont des lignes, et l'autre des surfaces, comme nous avons dit dans la démonstration des règles.

Ce texte est révélateur. Dans la vraie vie pratique, un arpenteur ne rencontrerait jamais la situation décrite ; du point de vue de la géométrie théorique, la situation n'est pas meilleure, nonobstant l'effort de Nuñez pour assurer l'homogénéité dans la procédure. D'autre part, si Nuñez voulait seulement des prétextes pour formuler des problèmes d'algèbre, pourquoi en construire (il y en a plusieurs, au fait – #11, #12, #24, #27) qui exigent des subterfuges subtils pour contourner un non-sens théorique ?

Les Italiens

Eh bien ! des problèmes du même genre abondent dans les géométries pratiques du bas moyen âge italien. Dans la partie géométrique de la *Summa de arithmetica* [Pacioli 1523 : II] (un livre dont parle Nuñez), on trouve sur les carrés les problèmes suivants :

Luca Pacioli, problèmes sur le carré (${}_4l$ « les quatre côtés », □*d* le carré sur *d* ; numération est ajoutée)

Nº	*Fol.*	*Donné*	*Demandé*	*Position*
[#1]	15^r	l	A	
[#2]	15^v	$l=10$	d	
[#3]	16^r	$d=$R.200	A, l	$l=1co.$
[#4]	16^r	$\square d+A=300$	l	$l=1co.$
[#5]	16^r	${}_4l+A=140$	l	$l=1co.$
[#6]	16^r	$A-{}_4l=121$	l	$l=1co.$
[#7]	16^v	${}_4l-A=3$	l, A	$l=1co.$
[#8]	16^v	$\square d+A+{}_4l=279$	l	$l=1co.$
[#9]	16^v	${}_4l={}^2/_9A$	l	géométrique, ou $l=1co.$
[#10]	17^r	${}_4l+{}^3/_8A=77{}^1/_2$	l	$l=1co.$
[#11]	17^r	${}^4l=A$	l	$l=1co.$
[#12]	17^r	${}_4l=2A$	l	$l=1co.$
[#13]	17^r	$A-3l=40$	l	$l=1co.$
[#14]	17^r	$A/d=10$	l	
[#15]	17^r	$A-4l=4$	l	$l=1co.$
[#15]	17^r	$4l+4=A$	l	$l=1co.$
[#17]	17^r	$d-l=6$	l	géométrique, ou $l=1co.$
[#18]	17^v	$d\cdot l=100$	l	$l=1co.$
[#19]	17^v	$A\cdot d=500$	l	$d=1co.$ (non explicité)

Tout dans cette liste vient directement de la *Pratica geometrie* de Leonardo [éd. Boncompagni 1862 : 56-63]. Il est donc clair que Nuñez s'est inspiré de précurseurs, mais non pas que Luca (ou Leonardo) soit l'inspirateur. Au fait, d'autres traités italiens contenaient des problèmes similaires mais pas tous identiques. Un exemple est le *Trattato d'abaco* de Piero della Francesca,[5] qui contient les problèmes suivants :

[5] Biblioteca Medicea Laurenziana, cod. Ash. 280, éd. [Arrighi 1970]. La numération est encore ajoutée. Piero utilise les problèmes sur les quatre côtés et l'aire (#3-5) dans la section algébrique, et en répète seulement un seul (#8) dans la section géométrique.

Piero delle Francesca, problèmes sur le carré

No.	*Fol.*	*Donné*[5]	*Demandé*	*Position*
[#1]	83^r		$l=4$	A
[#2]	83^r	$l=6$	d	
[#3]	52^r	$A+{}^4l=140$	l	$l=1co.$
[#4]	59^r	${}_4l-A=3$	l	$l=1co.$
[#5]	60^v	$A-{}_4l=77$	l	$l=1co.$
[#6]	83^r	$A=2\cdot{}_4l$	l	$l=1co.$
[#7]	83^v	$A={}_4l+60$	l	$l=1co.$
[#8]	83^v	${}_4l-A=3$	l	$l=1co.$
[#9]	83^v	${}_4l={}^2/_9A$	l	$l=1co.$
[#10]	84^r	$d=l+6$	l	$l=1co.$
[#11]	84^r	$d\cdot l=$R.32	l, d	$l=1co.$
[#12]	84^r	$A\cdot d=500$	l, d	$l=1co.$

La longue durée

La source commune se trouve dans les « livres sur la mesure » arabes, dont un spécimen est le *Liber mensurationum* d'un certain Abu Bakr « appelé Heus », traduit dans le douzième siècle par Gherardo da Cremona (traité dont Leonardo a tiré parti).[6] On trouve là les problèmes suivants sur les carrés :

Abu Bakr, problèmes sur le carré

No.	*Page*	*Donné*	*Demandé*	*Position*
[#1]	86	$l=10$	A	R
[#2]	86	$l=10$	d	R
[#3]	87	$l+A=110$	l	R / $l=1co.$
[#4]	87	${}_4l+A=140$	l	R
[#5]	87	$A-l=90$	l	R / $l=1co.$
[#6]	87	$A-{}_4l=60$	l	R / $l=1co.$
[#7]	88	${}_4l={}^2/_5A$	l	R / $l=1co.$
[#8]	88	${}_4l=A$	l	R / $l=1co.$
[#9]	88	${}^4l-A=3$	l	R / $l=1co.$
[#10]	89	$d=$R.200	l	R
[#11]	89	$d=$R.200	A	R
[#12]	89	${}_4l+A=60$	l	R
[#13]	89	$A-3l=108$	l	R
[#14]	89	${}_4l={}^3/_8A$	l	R
[#15]	89	$A/d=7^1/_2$	l	R
[#16]	89	$d-l=4$	l	R
[#17]	90	$d-l=5$	l	Renvoi au précédent
[#18]	90	$d=l+4$	l	R
[#19]	90	$A/d=7^1/_2$	l, d	R

La différence principale entre ce schéma et ceux qui le précèdent consiste dans la présence des « R » dans la colonne des positions. Les « R » indiquent que la solution se trouve selon une « règle » ou une « exécution » (*opus* dans le latin) qui n'est pas comprise comme algébrique ; pour certains des problèmes (#3, #5, etc.), une alternative selon l'algèbre est offerte.

Parfois ces règles coïncident dans leurs pas numériques avec les solutions algébriques, parfois non. Dans aucun des deux cas, le texte n'explique pourquoi les règles fonctionnent ; au fait, pourtant, elles sont basées sur des raisonnements géométriques semblables à celui présenté ci-dessus – celui pour #3 en est l'analogue parfait. Cela se voit à travers certaines sources latines et italiennes dérivées d'autres branches de la tradition arabe, mais c'est aussi une conséquence de l'origine lointaine des « problèmes pratiques sans pratique ».

Cette origine est vraiment lointaine.[7] Le premier texte ou l'on trouve le problème des « quatre côtés et l'aire » d'un carré est une tablette babylonienne de l'époque de Hammurapi (18ième siècle avant notre ère) – et déjà, comme chez Luca, le côté est 10, et déjà « les quatre côtés » précèdent l'aire dans l'énoncé. Dès lors (ce qui est peut-être encore plus surprenant) le problème était une citation folkloristique, comme révèle par exemple son vocabulaire aberrant par rapport à la norme scolaire du temps.

La communauté citée semble être la profession des arpenteurs, apparemment « laïque » (c'est-à-dire, pas formée dans l'école des scribes) et apparemment parlant

6 Éd. [Busard 1968].
7 L'espace ne permet pas la documentation de cette préhistoire. Je renvoie au traitement détaillé dans [Høyrup 2001] ou [Høyrup 2002: 362–417].
[5] L'unité de longueur est le *braccio* – le plus souvent laissé implicite.

la langue Akkadienne et pas le sumérien. Comme toutes les professions de mathématiciens pratiques avant l'ère moderne, celle-ci se servait d'énigmes mathématiques pour se définir – en d'autres mots, pour distinguer les membres légitimes, *ceux qui savent et peuvent*, des ignorants incapables.[8] Évidemment, à cette époque une communauté non-scribale ne laissait pas de témoignages écrits de sa culture professionnelle, mais une vue d'ensemble des nombreuses traditions écrites qui jusqu'au moyen âge ont emprunté des arpenteurs[9] nous permet d'énumérer les énigmes qui probablement circulaient déjà avant 1800 avant notre ère. Sur les carrés, la liste probable est :

$l+A = \alpha$ (= 110)	$l-A = \varepsilon$
$_4l+A = \beta$ (= 140)	$_4l-A = \zeta$ (?)
$A-l = \gamma$	$_4l = A$
$A-_4l = \delta$ (?)	$d-l = 4$ (?)

(les lettres grecques représentent des nombres donnés, probablement fixes ; les points d'interrogation expriment un doute portant sur la date d'entrée dans la tradition).

Sur deux carrés avec côtés l_1 et l_2, quatre problèmes au total semblent avoir circulé :

$A_1+A_2 = \alpha,\ l_1 \pm l_2 = \beta$ $\qquad$ $A_1-A_2 = \alpha,\ l_1 \pm l_2 = \beta$

Les problèmes suivants traitaient d'un rectangle :

$A = \alpha,\ l_1 \pm l_2 = \beta$ $\qquad$ $A+(l_1 \pm l_2) = \alpha,\ l_1 \pm l_2 = \beta$

$A = \alpha,\ d = \beta$

Vers le troisième siècle avant notre ère, un nouveau groupe sur les rectangles s'ajoute :

$l_1+l_2+d = \alpha\ ,\ \ A = \beta$	$d+l_1 = \alpha\ ,\ \ d+l_2 = \beta$
$d-l_1 = \alpha\ ,\ \ l_2 = \beta$	$l_1+ l_2 = \alpha\ ,\ \ d = \beta$
$d+l_1 = \alpha\ ,\ \ l_2 = \beta$	

Nuñez

À l'exclusion de ceux qui traitent de deux carrés, tous ces problèmes se retrouvent chez Abu Bakr, et encore chez Leonardo, Luca et – avec quelques rares exceptions – Piero. Pas tous sont répétés par Nuñez, et Nuñez nous en offre encore d'autres (une partie seulement desquels est empruntée à Luca et Leonardo). Il n'est pas à exclure que certaines innovations qui semblent provenir de Nuñez soient au fait dérivés d'autres traités italiens – personne ne les a examinés dans leur totalité – mais c'est assez sûr que beaucoup des innovations apparentes en étaient des vraies. Ce que Nuñez nous propose n'est donc pas exactement l'accumulation de tout ce qu'il a trouvé dans les chapitres sur les carrés et les rectangles dans les géométries pratiques courantes ; c'est une liste épurée et augmentée qui lui permet de démontrer que l'algèbre sert – et sert bien – pour résoudre de tels problèmes. Puisqu'il ne prétend pas que ses problèmes ont un intérêt pratique, il n'y aucune raison de s'émerveiller qu'ils n'en ont pas ; pour lui, ils représentent *la géométrie* des carrés et des rectangles.

Évidemment, pour démontrer cette efficacité de l'algèbre Nuñez répète souvent les solutions algébriques déjà données par Abu Bakr et copiées par Leonardo et Luca. Pour cela il n'y avait pas besoin de copier, le choix du côté du carré ou d'un des côtés du rectangle arrive trop naturel pour cela. Mais comme nous voyons, Nuñez fait parfois un choix différent – par exemple dans son #21 (qui traite d'un rectangle) :

> Si l'aire était connue, et l'excédent d'un côté sur l'autre était connu, chacun des côtés sera connu. Exemple : Soit l'aire 24, et la différence entre les côtés 2. Divisons cette différence en moitiés, et nous poserons que le côté mineur soit 1*co*. m. 1 et le côté majeur soit 1*co*. p. 1, afin que la différence soit 2. Et afin qu'un côté multiplié par l'autre fasse l'aire, multiplions donc 1*co*. m. 1 par 1*co*. p. 1, et nous ferons 1*ce*. m. 1, qui

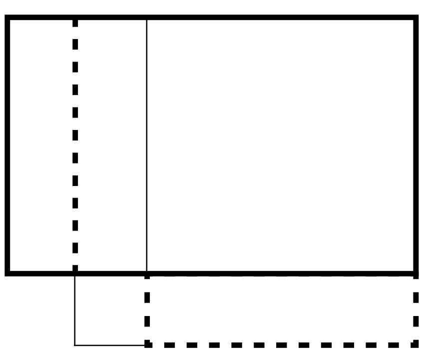
8 Ces énigmes, une fois adoptés par les écoles et les lettrés, deviennent des «problèmes de récréation» (c'est déjà de rôle des «quatre côtés et l'aire» dans la tablette babylonienne). À l'origine, pourtant, leur rôle est celle des «neck riddles», énigmes qui – comme celle posée par le sphinx à Édipe – dénient l'accès à ceux qui ne savent pas répondre.

9 Parmi eux, on peut nommer les géométries théoriques et pratiques des Grecs, avec l'arithmétique de Diophante et celle de certains néopythagoriciens; la mathématique des Jainas indiens; et la géométrie pratique arabe du moyen âge. Les rejetons latins et italiens dérivent de cette dernière.

seront égaux à 24, que nous posions être l'aire. Faisant l'équation nous trouverons qu'un *censo* est égal à 25, ce qui est une simple conjugaison. Divisons donc 25 par 1,[10] et les mêmes 25 viendront, la racine desquels est 5, qui sera la valeur de la chose. De suite le côté mineur sera 4, et le majeur 6.

C'est là une traduction algébrique de la « règle » d'Abu Bakr, Leonardo et Luca. Dans la version de Luca [Pacioli 1523 : II, 18^r], certainement connue de Nuñez, on lit (l'aire est 48, la différence 2) :

Prend la moitié de 2, ce qui est 1. Multiplie-le par soi-même, ils font 1. Ajoute à 49, ils font 49, dont la racine est 8, qui ajoutés au 1 mentionné font 8 pour le côté majeur et 6 pour le mineur.



Luca, suivant Leonardo, prouve la règle par une référence aux *Éléments* II.5, ce qui correspond au fait que ces deux auteurs trouvent le côté majeur avant le mineur. Nuñez, comme Abu Bakr, donnent la précédence à la soustraction, ce qui s'explique par la figure ci-contre (semblable à celle des *Éléments* II.6, et en effet la source probable de ce diagramme euclidien) : L'excédent de la longueur par rapport à la largeur est coupé en deux, la moitié extérieure est déplacée, formant avec la partie du rectangle restée en place un gnomon, toujours d'un aire de 24. Ce qui manque pour compléter ce gnomon et en faire un carré est le petit carré sur la moitié de l'excédent (1x1=1). Le gnomon complété sera donc 24+1=25, et son côté 5. En enlevant la partie déplacée nous trouvons la largeur, qui sera donc 5–1=4. Puis, la remettant en place nous aurons la longueur, qui sera 5+1=6. Puisque cette pièce doit être « à disposition » avant qu'elle puisse être ajoutée, la précédence va forcément à la soustraction.

Comme chez nous, les additions précèdent les soustractions chez Nuñez quand rien ne l'empêche. Il n'est donc guère douteux que Nuñez a connu la règle sous sa forme originale, qui effectivement se trouve dans plusieurs traités italiens.[11] La « géométrie » que Nuñez veut soumettre à la souveraineté de l'algèbre n'est pas seulement la géométrie qu'il trouve dans la *Summa de arithmética* (la géométrie aussi de Leonardo), c'est toute la tradition de géométrie pratique des maîtres italiens[12].

L'argument qui précède est construit exclusivement sur le traitement des carrés et des rectangles. La géométrie de Nuñez ne s'arrête pas là, ni celui des maîtres italiens. Pourtant, une analyse des problèmes des triangles etc. ne changerait rien à la conclusion atteinte ci-dessus. Comme Savasorda, et comme Leonardo suivi par Luca, Nuñez fait de son mieux pour consolider les règles de la géométriques par des références et des démonstrations euclidiennes ; mais sa géométrie, comme celle de son ami John Dee auteur d'un fameux *Mathematicall Praeface to the Elements of Geometrie of Euclid of Megara* [ed. Debus 1975] et celle de son contemporain Pierre de la Ramée (certainement moins doué que Nuñez pour les mathématiques,[13] et bien

[11] Par exemple dans celui qui contient le premier traitement connu de l'algèbre en langue vulgaire, le *Tractatus algorismi* de Jacopo de Florence, ms. Vat. Lat. 4826, éd. [Høyrup 2000].

[12] Que la sourse fondamentale de Nuñes est la tradition large et non pas un livre isolé est manifeste aussi de son premier manuscrit algébrique de 1533 (paraphrasé dans [Martyn 1996: 28-50]). Comme les traités italiens du 14ième siècle (et beaucoup de ceux du 15ième) il est dépourvu de démonstrations géométriques pour les cas fondamentaux de l'algèbre - et comme beaucoup d'eux il donne des schémas pour les additions et les multiplications des binômes, et opère sûr des fractions formelles comme $\frac{8co.\ p.\ 20}{4ce.}$. Le *Libro de algebra* introduit les démonstrations géométriques, mais conserve les autres caractéristiques de l'ébauche juvenile.

[13] Pour voir cela, il suffit de regarder son *Algebra* [Ramus 1560] – mais dans cette version originale, les éditions remaniées par Lazarus Schoner – par exemple, celle qui se trouve dans [Schoner 1599] – contiennent beaucoup de ce que l'auteur originaire ne comprenait pas.

[10] Comme nous voyons ci-dessus, Nuñez présente les cas fondamentaux en version non-normalisée, ce qui implique que le premier pas des règles correspondants soit une normalisation.

moins informé sur ses vraies applications), le cœur de la mathématique est la mathématique des praticiens (avec ou « sans pratique »).

Ce qu'il fait, Nuñez le fait bien, et de manière beaucoup plus ordonnée que Luca ; le fait qu'il choisisse comme point de référence une tradition vieille de plus de trois millénaires (une tradition dont personne ne se souviendra après lui) ne peut que susciter la sympathie de l'historien. Mais son souci d'ordre conceptuel et sa dépendance envers la tradition eurent des conséquences. Cardano, esprit insoumis et certainement moins ordonné, put entreprendre l'exploration de l'univers des cubiques, sonder les nombres imaginaires et complexes, et faire les premier pas dans la détermination des corrélations entre les coefficients d'une équation et la nature de ses racines. Viète continua cette dernière entreprise, et Descartes, soumettant à l'algèbre la géométrie supérieure des courbes, créa l'algèbre moderne et l'amorce de toute l'analyse symbolique – si riche en applications jamais imaginées avant son temps (plutôt, jamais avant le début du $18^{\text{ième}}$ siècle). Nuñez, avec un horizon défini par *l'utilité déjà réalisée*, contribua au développement de la cosmographie et de la trigonométrie sphérique ; mais comme prophète pour la nouvelle importance de l'algèbre il était, comme Moïse, condamné à rester hors de la Terre Promise.

Références

Arrighi, Gino (éd.), 1970. Piero della Francesca, *Trattato d'abaco*. Dal codice ashburnhamiano 280 (359^*–291^*) della Biblioteca Medicea Laurenziana di Firenze. A cura e con introduzione di Gino Arrighi. (Testimonianze di storia della scienza, 6). Pisa : Domus Galileana.

Boncompagni, Baldassare (éd.), 1862. Scritti di Leonardo Pisano matematico del secolo decimoterzo. II. *Practica geometriae et Opusculi*. Roma : Tipografia delle Scienze Matematiche e Fisiche.

Busard, H. L. L., 1968. " L'algèbre au moyen âge : Le « Liber mensurationum » d'Abû Bekr ". *Journal des Savants*, Avril-Juin 1968, 65–125.

Debus, Allen G.(éd.), 1975. John Dee, *The Mathematicall Praeface to the Elements of Geometrie of Euclid of Megara* (1570), with an Introduction. New York : Science History Publications.

Høyrup, Jens (éd., trad.), 2000. Jacobus de Florentia, *Tractatus algorismi* (1307), the chapter on algebra (Vat. Lat. 4826, fols 36^v–45^v). *Centaurus* 42, 21–69.

Høyrup, Jens, 2001. " On a Collection of Geometrical Riddles and Their Role in the Shaping of Four to Six « Algebras » ". *Science in Context* 14, 85–131.

Høyrup, Jens, 2002. *Lengths, Widths, Surfaces : A Portrait of Old Babylonian algebra and its kin*. (Studies and Sources in the History of Mathematics and Physical Sciences). New York : Springer.

Lénine, V. I., 1971. *Œuvres choisies*. 3 vols. Moscou : Éditions du Progrès.

Martyn, John R. C. (éd., trad.), 1996. *Pedro Nuñez (1502-1578) : His Lost Algebra and Other Discoveries* (American University Studies, Series IX, 182). New York : Peter Lang.

Nunez, Pedro, 1567. *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria*. Anvers : En casa de los herederos d'Arnaldo Birckman.

Pacioli, Luca, 1523. *Summa de Arithmetica geometria. Proportioni : et proportionalita*. Novamente impressa. Toscolano : Paganinus de Paganino.

[Ramus, Petrus], 1560. *Algebra*. Paris : Andreas Wechelum.

Schoner, Lazarus (éd.), 1599. Petri Rami *Arithmeticae libri duo : Geometriae septem et viginti*. [Lazarus Schoner, De numeris figuratis liber. Petrus Ramus, *Algebra*. Lazarus Schoner, *De logistica sexagenaria liber*]. Francofurti : Andreae Wecheli heredes.

Uma Nota Sobre Pedro Nunes e Copérnico[1]

Henrique Leitão
Universidade de Lisboa

1. Questões historiográficas

Um dos mais influentes historiadores da cultura portuguesa de quinhentos, José Sebastião da Silva Dias, deixou escrita uma página sobre a relação entre Pedro Nunes (1502-1578) e a obra de Nicolau Copérnico (1473-1543) que, pela sua concisão, e por vir de quem vem, foi ecoada por outros autores que depois escreveram sobre o mesmo tema. Escreveu Silva Dias[2]:

> "Mas como compreender a insensibilidade literária de Pedro Nunes às tendências e concepções do astrónomo polaco? O essencial da doutrina exposta em 1543 no *De Revolutionibus orbium coelestium* tornara-se conhecido, através da *De libris revolutionum... Nicolai Copernici... narratio prima*, de George Joachim [de Porris] Rhetico, dada a lume em Danzigue, em 1540, e reimpressa em Basileia, em 1541.
>
> Pedro Nunes dominava a bibliografia matemática internacional do seu tempo – e dominava-a com uma pontualidade impressionante [...] A sua insensibilidade à revolução científica copernicana não deve ter resultado, portanto, de ignorância dos textos que a divulgaram, sobretudo quando reviu os escritos para a edição de 1566.
>
> Não se afiguram, por outro lado, muito convincentes, como explicação do facto, os interesses de ordem didática. A linguagem tradicional das aparências prestava-se, decerto, mais à compreensão dos pilotos, do que a nova linguagem das realidades. Mas isso não podia dispensar o tratadista, pelo menos, de uma alusão justificativa da sua escolha. O silêncio poderia admitir-se talvez num divulgador da ciência feita, não porém num sábio de espírito criador. E poderia este, sem se renegar, fugir aos incómodos de algumas refundições do seu texto, no mínimo de algums controvérsias, impostas pelo livro de Copérnico?
>
> O silêncio tem, pois, todo o ar de uma atitude significativa. Significa, se bem a devassamos, a recusa de se introduzir numa ordem de ideias e problemas cujas implicações teológicas não podiam escapar ao seu espírito. Essas implicações vinham já prevenidas na carta-prefácio de Osiander ao *De revolutionibus orbium coelestium*, e levaram os primeiros utilizadores ou expositores desta obra a absterem-se de apreciar, por vezes simplesmente de noticiar, a teoria heliocêntrica."

[1] Este texto teve a sua origem numa conferência pronunciada no Encontro da SPM, em Coimbra, a 6 de Fevereiro de 2002. O âmbito dessa conferência não permitiu que entrasse na discussão pormenorizada de alguns dos aspectos mais técnicos. Por outra parte, dirigindo-me a uma audiência de matemáticos, pareceu-me oportuno incluir alguns apontamentos de ordem historiográfica.

[2] J. S. Da Silva Dias, *Os Descobrimentos e a Problemática Cultural do Século XVI*, 3ª Ed. (Lisboa: Presença, 1988), p. 92.

Em resumo, para Silva Dias, Pedro Nunes manteve silêncio acerca de Copérnico, não por ignorância nem por estar movido por preocupações didáticas, mas por receio de possíveis problemas teológicos. O problema com esta apreciação - que, como disse, foi depois repetida por outros[3] - é que ela é factualmente errada logo à partida. Pedro Nunes não manteve silêncio sobre Copérnico; referiu-o e à sua obra em alguns comentários que são de enorme interesse.

Antes de passarmos ao propósito principal desta nota, que é a análise dos comentários que Pedro Nunes faz à obra de Copérnico, vale a pena dedicar alguma atenção à argumentação de Silva Dias, analisando-a mesmo na suposição (errada) de Nunes não se ter referido a Copérnico. No trecho acima citado estão subentendidas algumas premissas que vale a penar tentar explicitar: 1. A ideia de que, na segunda metade do século XVI, a tese heliocêntrica avançada por Copérnico era uma das questões científicas mais agudas (se não mesmo a mais aguda), a ocupar a mente dos astrónomos e matemáticos; 2. A ideia de que o heliocentrismo foi o mais influente motor da chamada "Revolução Científica"; 3. A ideia de que, na obra de Copérnico, foi o aspecto cosmológico do ordenamento dos orbes celestes o único a suscitar admiração e crítica; 4. A ideia de que, em 1566, estava em curso algum tipo de processo histórico-cultural a que se pudesse dar o título de "revolução científica copernicana"; 5. A ideia de que, pela década de 60 do século XVI, já estava formulada uma objecção "religiosa" à teoria de Copérnico.

Todas estas premissas são erradas, ou, pelo menos, necessitariam de uma cuidadosa justificação para poderem ser afirmadas com alguma validade. Não vale a pena carrear toda a informação que abonaria o que acabo de afirmar. Para conter esta breve nota em dimensões aceitáveis, faço uma única explicação, remetendo o leitor para a abundante literatura especializada sobre o tema[4]. Até 1610, com o advento do telescópio, e o aparecimento de evidência *observacional* que questionava seriamente quer alguns princípios da filosofia natural aristotélica, quer a descrição astronómica ptolomaica, foram raríssimos os que defenderam uma posição heliocêntrica. O historiador americano Robert Westman, que dedicou boa parte da sua carreira científica ao estudo da difusão do copernicanismo, afirmou que até 1600 não se encontram em toda a Europa mais de 10 pensadores a defender o sistema de Copérnico, e forneceu essa lista: Na Inglaterra, Digges e Hariot; na Itália, Bruno e Galileu; em Espanha, Zuñiga; Na Holanda, Stevin; e, finalmente, o grupo mais numeroso na Alemanha: Rheticus, Maestlin, Rothman e Kepler.[5] Introduzamos agora mais alguns dados históricos nesta listagem, observando que a maior parte dos homens citados só mostrou

[3] Para citar apenas um exemplo, por um autor que nos deixou importantes trabalhos sobre a aritmética do séc. XVI, atente-se no seguinte trecho onde a opinião de Silva Dias surje já convertida num traço do perfil intelectual de Pedro Nunes: "Durante toda a sua vida [Pedro Nunes] permaneceu muito bem informado sobre a produção matemática e científica do seu tempo (…) e, se por vezes não foi mais longe no difundir da inovação, como sucedeu com a recepção das propostas copernicianas, tal facto, julgo eu, não se deve a desconhecimento, mas antes de mais a outros motivos que Silva Dias põe em destaque nos seus estudos." A. A. Marques de Almeida, "A formação do discurso científico no Portugal das Descobertas entre fins do século XV e meados de Quinhentos", *Mare Liberum*, 13 (1997) 11-39.

[4] É de tal modo rica a informação sobre a difusão do copernicianismo que não existe nenhum estudo que, por si só, trace um quadro razoavelmente completo e actualizado da questão. De todos os modos, pode ver-se: Dorothy Stimson, *The Gradual Acceptance of the Copernican Theory of the Universe*, (1917) [mais recentemente: (Gloucester, Mass: Peter Smith, 1972)]; e sobretudo: Ernst Zinner, *Entstehung und Ausbreitung der Coppernicanischen Lehre*, (Erlangen, 1943) [2ª ed: (Munich: C. H. Beck, 1988)]. Também de estudo obrigatório: Robert S. Westman (Ed.), *The Copernican Achievement*, (Berkeley: University of California Press, 1975). Uma outra excelente colectânea de estudos encontra-se em: Jerzy Dobrzycki (Ed.), *The Reception of Copernicus' Heliocentric Theory*, (Dordrecht/Boston: Reidel, 1972), tomando particular atenção ao artigo de Juan Vernet, "Copernicus in Spain", pp. 271-291. Tenham-se também presentes algumas referências que serão dadas mais abaixo. Para o caso de Portugal – por razões que não há aqui oportunidade de explicar – torna-se especialmente importante conhecer a difusão do copernicianismo em Itália. Sobre isto, vejam-se os vários trabalhos em: *Copernico e la Questione Copernicana in Italia. Dal XVI al XIX secolo*, a cura di Luigi Pepe (Firenze: Olschki, 1996).

[5] Veja-se: Robert S. Westman, "The astronomer's role in the sixteenth century: A preliminary study", *History of Science*, 18 (1980) 105-147. Na p. 106: "Between 1543 and 1600, I can find no more than ten thinkers who choose to adopt the main claims of the heliocentric theory". E Westman depois explicita (p. 136): "These include Thomas Digges and Thomas Hariot in England; Giordano Bruno and Galileo Galilei in Italy; Diego de Zuñiga in Spain; Simon Stevin in the Low Countries; and, in Germany, the largest group – Georg Joachim Rheticus, Michael Maestlin, Christopher Rothmann, and Johannes Kepler". Esta listagem deve ser corrigida em dois nomes: adicionando ainda o de Reiner Gemma Frisius, e tirando o de Rothman dado que, embora ele tenha inicialmente aprovado as ideias de Copérnico, veio a abandoná-las depois de ter visitado Tycho Brahe. Sobre estas correcções, veja-se Peter Barker and Bernard R. Goldstein, "Theological Foundations of Kepler's Astronomy", *Osiris*, 16 (2001) 88-113 (esp. n. 8, p. 91).

alguma adesão ao heliocentrismo nas duas últimas décadas do século XVI, e que outros aderiram por razões não-científicas, dado que o seu domínio de astronomia teórica era elementar ou mesmo medíocre (casos de Bruno e Zuñiga, por exemplo). Chegamos assim à observação de que seria extremamente improvável que Nunes tivesse, logo em 1566, mostrado uma adesão ao copernicanismo. Isto é, o problema histórico que careceria de uma profunda análise seria o detectar-se essa adesão e não, como parecem pretender alguns autores (e o citado Silva Dias), o facto de, em 1566, Nunes continuar interessado em aperfeiçoar a astronomia teórica ptolomaica, assunto em que era um dos expoentes europeus. Infelizmente, alguma historiografia dos nossos dias, a maior parte das vezes completamente insensível aos aspectos técnicos das questões que trata, apresenta esta problemática sob a ideia de que, uma vez proposto o sistema heliocêntrico, só "um idiota completo" não via a sua enorme vantagem sobre o sistema de Ptolomeu[6].

Talvez ainda mais importante do que as observações anteriores é a seguinte. Na segunda metade do século XVI, outras questões do foro astronómico-cosmológico foram muito mais cruciais no surto de críticas às concepções tradicionais do que propriamente a questão do heliocentrismo. Por exemplo, as discussões em torno da natureza da matéria celeste, ou as que se prendiam com os cometas (a sua origem, matéria, e órbitas) foram seguramente, por esses anos, muito mais acesas[7]. Embora se saiba que o influxo de elementos exteriores ao aristotelismo foi importante nesses debates (por exemplo, foi importante o recrudescimento de alguns aspectos associados ao estoicismo) essas críticas e esses debates foram, em grande medida, *internos* ao aristotelismo. A reformulação de algumas teses típicas do aristotelismo tradicional, como por exemplo a da radical distinção entre matéria celeste e matéria sublunar, foi um processo lento e complexo, mas é possível identificar os momentos em que se estruturou de forma mais aguda. Esses momentos estão sobretudo ligados à observação de uma supernova, em 1572, e ao cometa de 1577. Seria surpreendente, portanto, que em 1566, Pedro Nunes manifestasse algum tipo de adesão a teses radicalmente distintas do quadro aristotélico-ptolomaico. Além do mais, é quase seguro que as questões cosmológicas não o interessariam de sobremaneira. Desde a Antiguidade até aos finais do Renascimento, os astrónomos-matemáticos mostraram-se sempre relativamente desinteressados das questões propriamente cosmológicas. A tarefa dos astrónomos era a elaboração de modelos teóricos e o cálculo e tabulação de movimentos planetários. Outros homens, filósofos ou não, mas com níveis de competência matemática muito inferiores, preocupavam-se com o ordenamento, a natureza, e a "física" dos orbes. Até Galileu e Kepler entrarem em cena no século XVII, os astrónomos-matemáticos pouca atenção dedicavam aos aspectos estritamente cosmológicos – e portanto, pouca atenção lhes mereciam as suas possíveis implicações filosóficas e teológicas. No caso de Pedro Nunes, os seus interesses são evidentes pois, embora tenha consagrado muitas páginas a questões de astronomia teórica, não tem nenhum texto donde se possa deduzir senão um interesse passageiro e superficial pelas questões cosmológicas.

No fundo, temos no trecho citado acima um bom exemplo dos riscos que correm os historiadores que pretendem escrever uma história das ciências meramente "externalista", dispensando a análise "interna" de textos que são, muitas vezes, extremamente técnicos. Tal não é possível. Como Camões é inacessível a quem não saiba português, Pedro Nunes é inacessível a quem não saiba matemática, porque estas foram as linguagens em que

[6] Nas palavras de um dos mais reputados historiadores da astronomia dos nossos dias: "In modern times the Ptolemaic system is usually encountered only when it is being compared – not to its advantage – to the Copernican scheme by authors and teachers who, more often than not, are wholly ignorant of its finer structure, dimensions, and underlying principles. For pedagogical reasons, the virtues of Copernicus's system and the flaws of Ptolemy's are equally emphasized, and one is left with the impression that anyone but an utter idiot ought to have embraced Copernicanism immediately after having been exposed to it and discarded with scorn the older views." Asger Aaboe, *Episodes from the Early History of Astronomy*, (New York: Springer, 2001), p. 114.

[7] E por isso, sem surpresa, encontramos em Portugal abundantíssima documentação sobre o assunto. Esta documentação ainda não foi devidamente analisada.

exprimiram o seu pensamento. Não quer dizer que não haja lugar a escrever uma história institucional, social, cultural (em sentido lato) da ciência. Mas essa história tem necessariamente de ser *precedida* da compreensão técnica dos textos em questão. Só depois de compreendida a natureza "interna" dos textos científicos é então possível integrá-los na complexa trama de influências filosóficas, culturais, institucionais, etc., isto é, nos condicionalismos e na mentalidade da época em que foram escritos, pois é certo que mesmo o mais complexo e abstracto trabalho científico é sempre um produto do seu tempo.

Continuemos a observar a argumentação de Silva Dias, porque ela segue um desenvolvimento que se tornou típico na historiografia portuguesa. Confrontado com o (putativo) silêncio de Nunes sobre Copérnico, Silva Dias vai procurar a explicação desse silêncio, o qual, segundo diz, tem "todo o ar de uma atitude significativa". A tentativa de compreensão do silêncio de alguma personalidade histórica é sempre uma tarefa muito arriscada. No caso vertente, tratando-se de uma personalidade que viveu à distância de cinco séculos e que foi com certeza uma das mentes mais sofisticadas em toda a história do nosso país, a possibilidade de entender os seus silêncios parece-me desanimadoramente remota. Os mais ousados talvez se atrevessem a sugerir um conjunto múltiplo de razões, pesando tanto quanto possível o valor de umas e outras. Mas Silva Dias parece não ter dúvidas. Depois de descartar rapidamente a possibilidade de ignorância, ou de Nunes estar movido por preocupações didáticas, conclui: "Significa, se bem a devassamos, a recusa de se introduzir numa ordem de ideias e problemas cujas implicações teológicas não podiam escapar ao seu espírito"[8]. E assim, sem argumentação, sem que se ofereçam quaisquer provas substantivas, "explicam-se" delicadíssimos problemas de história científica recorrendo ao expediente cómodo de um (subentendido) constrangimento intelectual. Não quero com isto negar a existência, no século XVI, ou em qualquer outro período da nossa história, dos mais diversos mecanismos de controle intelectual, nem a interferência desses mecanismos com a produção e a disseminação de conhecimento científico. Também não quero generalizar em demasia, apresentando o raciocínio de Silva Dias como representativo da opinião de todos os estudiosos[9]. Mas quem conhece a historiografia científica portuguesa sabe bem como a invocação dos processos de repressão intelectual - mesmo descontando os casos em que denuncia um apriorismo ideológico grosseiro - se tornou num esquema fácil para a explicação de fenómenos que necessitariam de ser analisados com muito mais atenção e, sobretudo, muito mais estudo.

Escrevendo muitos anos antes de Silva Dias, o eminente matemático Francisco Gomes Teixeira, numa obra bem conhecida, já havia notado que Pedro Nunes conhecera a "inovação coperniana". Mas Gomes Teixeira, em certo sentido, foi ainda mais longe do que Silva Dias na via etérea da especulação infundada e do anacronismo. Com efeito, o famoso matemático admitiu mesmo a possibilidade de Nunes ter sido favorável ao heliocentrismo, argumentando

[8] E depois continua, com uma ligeireza que deixa perplexa qualquer pessoa que conheça as dificuldades extremas, as polémicas, e a vasta literatura que se tem dedicado à exegese do controverso prefácio de Andreas Osiander: "Essas implicações vinham já prevenidas na carta-prefácio de Osiander ao *De revolutionibus orbium coelestium*, e levaram os primeiros utilizadores ou expositores desta obra a absterem-se de apreciar, por vezes simplesmente de noticiar, a teoria heliocêntrica."

[9] Notem-se, por exemplo, as observações bem mais certeiras, mas não completamente correctas, de Pedro José da Cunha: "Não foi por desconhecimento da obra de Copérnico que Pedro Nunes procedeu assim [i.e. continuando a seguir o sistema ptolemaico]. Nunca se poderia supô-lo, dado o manifesto cuidado com que procurava estar sempre em dia com o estado da ciência nos meios lá de fora. Mas é ele próprio quem no-lo dá a conhecer, pois se refere claramente num dos seus livros à concepção de Copérnico, embora sem se pronunciar sôbre a sua verdade ou falsidade; e até exprime o desejo de que se construam tábuas apropriadas à nova doutrina para se verificar se no sistema de Copérnico se poderiam determinar as posições dos astros com mais exactidão e simplicidade do que no sistema de Ptolemeu.
Houve quem atribuísse a receio da Inquisição o retraimento de Pedro Nunes relativamente à concepção de Copérnico; outras, porém, devem ter sido as causas principais desse retraimento.
Por um lado, as idéias do célebre astrónomo polaco, ainda que sempre tivessem encontrado quem as aceitasse e defendesse, não tiveram uma grande repercussão na época em que foram apresentadas. Alguns anos mais tardes fizeram-nas triunfar definitivamente as descobertas de Galileu, mas nessa ocasião já Pedro Nunes não existia". Pedro José da Cunha, "Prefácio", in: *Obras de Pedro Nunes*, (Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa, 1940), Vol. I, pp. xxvi-xxvii

que essa adesão lhe seria impossibilitada pela Inquisição. Como seria de esperar, tendo invocado a repressão intelectual, Gomes Teixeira achou-se dispensado de fornecer indicações comprovativas do que afirmava. Ficámos assim privados de conhecer documentação histórica do maior interesse, como seja uma tomada de posição anti-heliocêntrica pela Inquisição em 1566![10]

O problema genérico com o qual nos confrontamos aqui é o de conhecer a difusão das ideias de Copérnico em Portugal, assunto sobre o qual estamos ainda muito mal informados. Não existe qualquer estudo satisfatório sobre esta questão, para qualquer dos períodos em que necessita ser analisada, isto é, entre 1543 e a década de setenta do século XVI, para o período que vai desde essa década até cerca de 1610, e para os anos posteriores a 1610. Como em outras ocasiões, Rómulo de Carvalho deixou-nos um estudo pioneiro sobre o assunto, mas hoje em dia é claro que há muitas imprecisões e deficiências nesse trabalho[11]. Basta apenas referir que Rómulo de Carvalho nem sequer leu as observações de Pedro Nunes, limitando-se a dizer vagamente que ele criticara o sistema de Copérnico. Luís de Albuquerque analisou essa difusão, mas circunscrevendo-se apenas ao século XVII. Esse trabalho tem importantes sugestões de análise, mas usa um *corpus* documental muito incompleto[12]. Assim sendo, a invocação de "considerações teológicas" para explicar qualquer aspecto da difusão do copernicanismo entre nós, está assente bases muito frágeis e essencialmente não-documentadas[13].

Mas a minha censura ao trecho de Silva Dias não está no plano interpretativo, o que, para ser plenamente explicado obrigaria a escrever um outro artigo. O mais grave nesses parágrafos é encontrarem-se neles afirmações *factualmente erradas*, o que leva a concluir que Silva Dias, embora não tenha hesitado em citar Pedro Nunes em muitas ocasiões, nunca se deu ao trabalho de o ler com cuidado.

Não é verdade que Pedro Nunes tenha mantido silêncio sobre Copérnico. Não é preciso ir à procura da razão de silêncios "significativos", porque não houve silêncio. Pedro Nunes refere Copérnico e cita explicitamente o *De revolutionibus*. Comentou-o até com algum relevo, num conjunto de observações que são de grande importância histórica, e numa data (1566) que faz de Nunes um dos primeiros astrónomos europeus de alto nível a deixar registado num impresso a sua opinião acerca das ideias do célebre polaco.

2. Pedro Nunes e Copérnico

Pedro Nunes refere-se a Copérnico e às suas ideias na colectânea de trabalhos que fez imprimir em Basileia em 1566, com o título *Petri Nonii Salaciensis Opera* (Basileae: Ex officina Henricpetrina, 1566). Aparentemente por essa edição ter saído com muitos erros de tipografia, Nunes mandou nova impressão desses trabalhos em Coimbra, numa edição que saiu dos prelos em 1573, com o título *De Arte atque ratione navigandi libri duo,* (Conimbricae, In aedibus Antonius à Marijs, 1573). Já depois do seu falecimento essas obras foram novamente editadas, em 1592, em *Opera* (Basileae, Per Sebastianum Henricpetrum, 1592). Os comen-

[10] "Pedro Nunes não foi pois hostil à innovação coperniana. Ser-lhe-ia porém favorável? Não o sabemos. Se o seu pensamento foi mais longe no favor ao novo Sistema, à sua palavra foi vedado transmiti-lo. O nosso matemático tinha diante de si a Inquisição, que não lhe permitiria contrariar a passagem do Velho Testamento, naqueles tempos literalmente interpretada, que se refere à paragem do Sol à voz de Josué. Copérnico, vendo o melindre das suas doutrinas sob este ponto de vista, tinha-as apresentado como simples teoria matemática e Nunes seguiu-lhe o exemplo." Francisco Gomes Teixeira, *História das Matemáticas em Portugal*, (Lisboa: Academia das Ciências, 1934) p. 147.

[11] Rómulo de Carvalho, "A doutrina Heliocêntrica de Copérnico e a sua Aceitação em Portugal", in:. Rómulo de Carvalho, *Colectânea de Estudos Históricos (1953-1994)*, (Évora: Universidade de Évora, 1997), pp. 233-269. [Originalmente em: *Palestra, Revista de Pedagogia e Cultura*, nº42 (1973)]

[12] Luís de Albuquerque, "Sobre o conhecimento de Galileu e de Copérnico em Portugal no século XVII", *Vértice*, 256 (1965) 15-27 [Depois em: *Para a História da Ciência em Portugal*, (Lisboa: Livros Horizonte, 1973), pp. 121-142].

[13] Espero apresentar numa próxima ocasião um estudo sobre a difusão do "copernicanismo" em Portugal, um fenómeno que foi, como em toda a Europa, um processo extremamente complexo. Embora não seja possível ainda estabelecer conclusões definitivas, todas as indicações recolhidas (exemplares do *De revolutionibus* existentes no nosso país, marcas de posse e anotações marginais nesses exemplares, referências a Copérnico em notas de aulas, documentação científica manuscrita, textos impressos, etc.) levam-me a concluir pela semelhança entre a situação portuguesa e a que era usual nos outros países católicos da Europa no mesmo período.

Instituto Superior Técnico

Licenciatura em Matemática Aplicada e Computação

A Licenciatura em Matemática Aplicada e Computação tem o objectivo de formar matemáticos com sólida preparação científica e com motivação para a investigação após a integração na vida profissional.

Áreas de especialização:

- Análise, Geometria e Álgebra
- Probabilidades e Estatística
- Análise Numérica
- Ciência da Computação

Acesso em 2002/3:

- Prova de ingresso: Matemática 12º ano, com classificação mínima de 12,0 valores.
- Nota de candidatura: Classificação mínima de 14,0 valores.
- Numerus clausus: 30.

Informações:

Departamento de Matemática, IST
Tel.: 218417120, Fax: 218417598
http://www.math.ist.utl.pt/lmac

Instituto Superior Técnico

Licenciatura em Ciências Informáticas

A Licenciatura em Ciências Informáticas destina-se a jovens com o ideal de virem a ser cientistas e tem o objectivo de formar especialistas capazes de sobreviver a revoluções tecnológicas profundas, apostando na formação em fundamentos matemáticos e científicos da Informática com expressão numa multitude de linguagens e ambientes de programação.

Acesso em 2002/3:

- Prova de ingresso: Matemática 12º ano, com classificação mínima de 12,0 valores.
- Nota de candidatura: Classificação mínima de 14,0 valores.
- Numerus clausus: 25.

Informações:

Departamento de Matemática, IST
Tel.: 218417120, Fax: 218417598
http://www.math.ist.utl.pt/lci

Instituto Superior Técnico

Mestrado em Matemática Aplicada

Áreas de especialização:

- Álgebra e Fundamentos
- Análise Funcional
- Equações Diferenciais Ordinárias e Sistemas Dinâmicos
- Equações Diferenciais Parciais e Cálculo de Variações
- Geometria e Topologia
- Probabilidades e Estatística
- Análise Numérica
- Teoria da Computação

Acesso em 2002/3:

- Licenciados nas áreas de Matemática, Física e Engenharia, com a classificação mínima de 14 valores.
- Numerus clausus: 30.
- Candidaturas: 24 de Junho a 12 de Julho.

Informações:

Departamento de Matemática, IST
Tel.: 218417120, Fax: 218417598
http://www.math.ist.utl.pt/mma

Instituto Superior Técnico

Programa de Doutoramento em Matemática

O Programa de Doutoramento em Matemática cobre as áreas principais de investigação dos professores do Departamento de Matemática que se inserem maioritariamente nas seguintes Unidades de Investigação:

- Centro de Análise Matemática, Geometria e Sistemas Dinâmicos
  http://www.math.ist.utl.pt/cam/
- Centro de Lógica e Computação
  http://www.math.ist.utl.pt/clc/
- Centro de Matemática e Aplicações
  http://www.math.ist.utl.pt/cma/

Informações:

Departamento de Matemática, IST
Tel.: 218417120, Fax: 218417598
Regulamento do Programa:
http://www.math.ist.utl.pt/doc/regulamento.pdf

tários de Pedro Nunes a Copérnico encontram-se, portanto, numa obra que teve três edições e que conheceu uma larga difusão pela Europa. Para além do facto de duas dessas edições terem surgido em vida de Pedro Nunes, é importante notar que estes trabalhos publicados em 1566 e em 1573, representam de certa maneira o legado científico do matemático português. Ou seja, longe de ter mantido silêncio ou procurado ocultar as suas opiniões acerca do trabalho de Copérnico, Pedro Nunes fez questão de incluir referências a ele nos textos que reputava de mais importantes.

Comecemos por algumas observações gerais. Pedro Nunes conheceu e utilizou a primeira edição do *De revolutionibus* (Nuremberg, 1543). A segunda edição dessa obra saiu apenas em Basileia em 1566, nas oficinas Henricpetrinas, isto é, curiosamente, no mesmo ano, na mesma cidade, e pelo mesmo impressor, em que se publicou o *Petri Nonii Salaciensis Opera*. Pode conjecturar-se se Nunes teria tido ou não algum conhecimento das ideias de Copérnico antes de 1543, ou depois dessa data mas por outra via que não a leitura directa da primeira edição do *De revolutionibus*. As duas hipóteses são admissíveis, mas estas especulações são um tanto supérfluas porque sempre que se refere a Copérnico, Pedro Nunes usa e cita explicitamente a famosa edição de 1543.

Embora tenha dado aos prelos apenas uma obra de tom deliberadamente confrontacional, o *De erratis Orontii Finaei* (1546), Pedro Nunes não era um autor que hesitasse em criticar os seus contemporâneos, muitas vezes com dureza e até mesmo com uma ironia mordaz. Não me refiro às querelas que parece ter mantido com os homens de mar do seu tempo; estes não eram competidores à sua altura e, para lá do incómodo de ter de polemicar com quem não o podia compreender, não é de supor que Nunes tivesse ficado muito perturbado, ou perdido muito tempo com essas polémicas. Nem sequer me refiro à resposta que Pedro Nunes deu aquele "bacherel" que o havia criticado, embora neste caso seja evidente que achou por bem ripostar[14]. É muito mais significativo o facto de Pedro Nunes ter criticado frequentemente alguns dos mais importantes intelectuais seus contemporâneos, por vezes com um estilo que revela total impaciência com o erro, e nenhuma timidez em desafiar os nomes mais consagrados do seu tempo. Por isso, comparando com outras críticas que exprimiu em seus trabalhos, o modo como se refere a Copérnico e à sua obra parecem completamente benignos e serenos. A este respeito também valeria a pena comparar o tom que Pedro Nunes usa com o que foi empregue por alguns dos mais célebres matemáticos da altura. Tome-se, por exemplo, o caso de Francesco Maurolico (1494-1575), um autor que tem um perfil intelectual com algumas semelhanças com o do cosmógrafo português. Na *Cosmographia*, acabada em 1540, mas publicada apenas em 1543, em Veneza, com uma segunda edição em Paris, em 1558, o famoso matemático e astrónomo italiano critica Copérnico asperamente. E depois, em Agosto de 1575, saía dos prelos o seu *Opuscula Mathematica*, que contém entre outros trabalhos o *De sphaera liber unus*, onde Maurolico faz a sua conhecida observação de que Copérnico é tão incorrigível nos seus erros que merece mais ser chicoteado do que repreendido. Como se pode depreender do contexto em que são formuladas estas críticas, e como concordam os historiadores, a posição de Maurolico é fundamentada em critérios de inconsistência científica da hipótese heliocêntrica, e não numa objecção filosófica ou religiosa[15]. Quanto a Pedro Nunes, embora não lhe possam

[14] Trata-se do conhecido manuscrito, presentemente na Biblioteca Nacional de Florença, que foi publicado por Joaquim de Carvalho em 1952: *Defensão do tratado da rumação do globo para a arte de navegar. Obra desconhecida e inédita, agora dada ao prelo precedida de uma introdução sobre a respectiva autenticidade*. Inedita ac rediuiua (Coimbra, 1952). [Publicado originalmente em *Revista da Universidade de Coimbra*, vol. 17].

[15] " (...) Nicolaus Copernicus, qui Solem fixum ac terram in girum circunuerti posuit: et scutica potius, aut flagello, quam reprehensione dignus est". Francesco Maurolico, *De Sphaera liber unus*, contido em *Opuscula Mathematica*, (Veneza, 1575), p. 26. Sobre o fundamento desta rejeição atente-se nas palavras de um eminente historiador da matemática renascentista: "Maurolico was a first rate mathematician and his anti-copernicanism cannot be regarded as motivated by the same sort of ignorance that inspired other oponents of the geokinetic system", Paul Lawrence Rose, *The Italian Renaissance of Mathematics*, (Genève: Droz, 1975) p. 176. Para uma discussão mais ampla das posições de Maurolico relativamente às teses copernicianas veja-se: Edward Rosen, "Maurolico's attitude towards Copernicus", *Proceedings of the American Philosophical Society*, 101 (1957) 177-194.

ter escapado os problemas científicos e técnicos do trabalho de Copérnico, fez objecções num tom que, como se verá, fazem supor um grande respeito pela obra do célebre astrónomo polaco.

Feitas estas observações gerais, examinemos em mais pormenor os comentários de Nunes à obra de Copérnico[16]. O *Petri Nonii Salaciensis Opera* (1566) abre com uma carta ao leitor, a que se seguem umas páginas onde se listam as "praecipuae sententiae" (principais afirmações) que serão tratadas no livro, isto é, um índice das matérias. Logo aí Pedro Nunes destaca como algumas dessas principais afirmações, umas quantas que se referem a Copérnico. Na listagem dos temas que tratará no segundo livro, o "De regulis et instrumentis, ad varias rerum tam maritimarum quam et coelestium apparentias deprehendas, ex Mathematicis disciplinis", um dos trabalhos incluído nas *Opera*, pode ler-se[17]:

> As observações das estrelas fixas feitas quase no mesmo tempo por Joannes Werner, Copérnico e Cardano, discordam entre si. [...]
>
> A segunda parte da oitava proposição do capítulo 14 do primeiro livro das Revoluções de Nicolau Copérnico, em que se trata dos triângulos esféricos, não é verdadeira.
>
> E o que se ensina na décima primeira proposição é errado.
>
> Do mesmo modo equivoca-se o próprio Copérnico na sexta proposição sobre os triângulos rectângulos.
>
> E não se engana menos na décima segunda [proposição].

Analisaremos abaixo, em mais pormenor, estas críticas de Pedro Nunes, mas só por esta listagem se verifica, como seria de esperar, que o que mais interessa ao matemático português não são as questões cosmológicas: a sua atenção dirigiu-se sobretudo aos aspectos técnico-matemáticos do livro de Copérnico. Vem também a propósito notar que qualquer historiador que pretendesse simplesmente averiguar se Pedro Nunes tinha ou não "mantido silêncio" sobre Copérnico, nem precisava de ler todo o livro; bastava-lhe examinar rapidamente esta tábua de matérias, para tirar as suas conclusões.

No "De regulis et instrumentis (...)", Pedro Nunes desenvolve então os seus argumentos. No Capítulo 4, "De solis declinatione", apresenta uma descrição de fenómenos e observações que estão relacionados com o chamado movimento de "trepidação" da oitava esfera. Esta foi uma questão de grande importância para muitos astrónomos medievais e do renascimento. Na p. 49, depois de referir que Johann Werner considerara um duplo movimento de trepidação, o que lhe havia permitido adequar as suas próprias observações às observações feitas séculos antes por Ptolomeu, Albaténio, Afonso e muitos outros astrónomos, assinala[18]:

---

[16] Uso em todo este trabalho o *Petri Nonii Salaciensis Opera* (1566), que cotejei com o *De arte atque ratione navigandi* (1573), para eliminar alguns erros do livro de 1566.

[17] "Obseruartiones stellarum fixarum a Ioanne Vernero, Copernico, & Cardano eodem fere tempore factae, dissident inter se. [...]
Posteriorem partem octauae propositionis capitis 14 primi libri Reuolutionum Nicolai Copernici, in quo de triangulis sphaericis agit, veram non esse.
Et quod undecima propositione docet, error est.
Et similiter lapsus est ipse Copernicus propositione sexta de rectilineis triangulis.
Neque minus lapsus est in duodecima".
Excepto nos casos que vão devidamente assinalados, todas as traduções são da minha autoria. No esclarecimento de algumas passagens menos claras contei com o auxílio do Dr. Domingos Lucas Dias, a quem quero agradecer. Naturalmente, todos os erros ou imprecisões são da minha inteira responsabilidade. Faço ainda notar que em breve será publicada a tradução oficial destes textos, na edição das *Obras de Pedro Nunes*, promovida pela Academia das Ciências de Lisboa. Esta tradução está a cargo do Doutor António Guimarães Pinto, e, uma vez publicada, deverá passar a ser usada por todos os que analisarem estes textos nonianos.18Nouissime autem Nicolaus Copernicus Torinaeus aliam rationem commentus est ut idem efficeret, sed quae reperta fuerant ab Alphonso non commemorat. Utri eorum adhaerendum sit plane nescimus. Nam eodem ferme tempore fixa sydera obseruarunt, & eandem posuerunt maximam Solis declinationem, graduum nempe 23. minu. 28 se. 30. Caeterum vel propter fallaciam instrumentorum, vel quia latitudines locorum in quibus suas fecerunt observationes, non satis fuerunt exploratae, dissident ipsi inter se. Spicam enim virginis inuenit Vernerus in Gr. 16.mi. 54. Librae, at Copernicus eadem usus methodo in Gr. 17.minu.14.eiusdem signi, & eandem rursus stellam post viginti duos annos Hieronymus Cardanus in Italia ait inuenisse undecim ab eo factis obseruationibus in Gr.16.minu.8. *Opera* (1566), p. 49.

> Há muito pouco tempo, porém, Nicolau Copérnico de Torun, discute uma outra razão para realizar o mesmo, mas não leva em consideração o que fora mencionado por Afonso. Não sabemos de todo a qual das duas opiniões deve aderir-se. Na verdade, quase no mesmo tempo observaram o céu das fixas e propuseram o mesmo valor da declinação máxima do Sol de 23 graus 28 minutos e 30 segundos. Mas, ou devido aos erros dos instrumentos, ou porque as diferentes latitudes dos lugares onde realizaram as observações não foram devidamente consideradas, estas observações discordam entre si. Com efeito, [Johann] Werner estabelece que a Espiga [da constelação] da Virgem se encontra a 16 graus e 54 minutos na constelação da Libra, mas Copérnico, usando o mesmo método, encontrou 17 graus e 14 minutos do mesmo signo e de novo, passados vinte e dois anos, na Itália, Jerónimo Cardano diz que encontrou a mesma estrela, em onze observações por ele realizadas, em 16 graus e 8 minutos.

O contexto onde se situa esta passagem é todo ele de índole teórica. Duas questões relativas ao movimento da esfera das estrelas fixas - a determinação exacta do valor da precessão, e as questões acerca do movimento de trepidação - obrigavam ao estabelecimento, o mais rigoroso possível, da exacta posição das estrelas. Dado que estes dois movimentos se processariam de forma muito lenta, a única maneira de os astrónomos estudarem estes assuntos era comparando as suas próprias observações, com aquelas efectuadas por outros astrónomos que os haviam precedido séculos atrás[19]. Para argumentar em favor da existência de uma variabilidade na taxa de precessão, isto é, da existência real do movimento de trepidação, Copérnico analisara as observações antigas de várias estrelas, entre as quais a Espiga, comparando com as suas próprias observações. O assunto era de grande dificuldade porque, como o trecho mostra, muitas vezes mesmo as observações feitas em datas muito próximas, mas por astrónomos diferentes, apresentavam diferenças assinaláveis.

No caso de Pedro Nunes pode ainda argumentar-se que, para além das razões teóricas - que são, sem dúvida, o principal motivo para esta discussão – estivesse também em jogo o interesse em dispor de determinações mais precisas das posições das estrelas, com vista a aplicações mais práticas. Esta conjectura é admissível, sobretudo pelo facto de a discussão se relacionar com a Espiga [Spica]. Esta estrela, por vezes também designada por Azeviche, é a _-Virginis, uma estrela de magnitude 1.0, sendo em Portugal a 12ª estrela mais brilhante. A Espiga era uma estrela utilizada na navegação da época e, por isso, era importante uma determinação rigorosa da sua posição. No *Livro de Marinharia* de João de Lisboa pode encontrar-se uma lista de seis estrelas a usar em navegação, sendo a Espiga a primeira dessa listagem. Pedro Nunes censurou os navegadores por conhecerem poucas estrelas, dizendo que eles procuravam "somente saber a altura do pólo ártico por aquela que está na extremidade da cauda da Ursa Menor"[20]. Por isso, é razoável admitir que olhasse com a máxima atenção para todas as determinações observacionais de posições de estrelas[21]. Evidentemente, nem Nunes nem Copérnico eram astrónomos observacionais. Eram téoricos,

[19] As questões relacionadas com o movimento de precessão e o de trepidação são fundamentais para compreender a astronomia da Idade Média e do Renascimento, e têm sido objecto de muitos estudos. Pode ver-se: B. R. Goldstein, "On the Theory of Trepidation according to Thabit B. Qurra and al-Zarqallu and its Implications for Homocentric Planetary Theory", *Centaurus,* 10 (1964/65) 232-247; K. P. Moesgaard, "The 1717 Egyption Years and the Copernican Theory of Precession", *Centaurus,* 13 (1968) 120-138; J. D. North, "Medieval Star Catalogues and the Movement of the eight sphere", *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 17 (1967) 71-83; R. Mercier, "Studies in the Medieval Conception of Precession", *Archives Internationales d'Histoire des Sciences,* 26 (1976) 197-220; 27 (1977) 33-71.

[20] "Caeterum nautae quoniam paucas admodum stellas cognitas habent, per eam tantum quae est in extremitate caudae minoris ursae [...] altitudinem poli artici inquirunt". *Opera* (1566), p. 92.

[21] Sobre a Spica, veja-se: Richard Hincley Allen, *Star Names. Their Lore and Meaning*, (New York: Dover, 1963), p.466. Sobre o recurso a outras estrelas além da Polar em navegação, veja-se: Luís de Albuquerque, "A navegação astronómica", in: *Estudos de História* (Coimbra: Universidade de Coimbra, 1975), vol. II. [Publicado originalmente em Armando Cortesão, *História da Cartografia Portuguesa*, (Coimbra, 1970) Vol. II, pp. 225-371.]; Luís de Albuquerque, *Curso de História da Náutica*, (Lisboa: Publicações Alfa, 1989).

cujas mentes se preocupavam mais com a especulação matemática do que propriamente com a observação. No entanto, quer um, quer o outro, levaram a cabo observações astronómicas e, naturalmente, eram sensíveis à importância da precisão dessas observações. Pedro Nunes mostrou-se sempre muito atento a todos os aspectos de rigor nas observações, e à necessidade de melhorar os instrumentos e os procedimentos teóricos, de modo a reduzir os erros e aumentar a precisão das medidas e das estimativas numéricas. Tudo isto é bem conhecido.

A primeira menção a Copérnico é, portanto, episódica, e serve apenas para enriquecer uma discussão acerca de assuntos que eram, na altura, importantes problemas de astronomia teórica. Pedro Nunes retoma o fio da discussão, sem se referir mais a Copérnico, e só muito mais à frente, e num contexto distinto, volta a debruçar-se sobre questões recolhidas do *De revolutionibus*. No Capítulo 11, ao analisar problemas de trigonometria introduz uma extensa discussão dos erros que encontrou em algumas proposições sobre triângulos na obra de Copérnico. Esses reparos iniciam-se com umas importantes linhas[22]:

> Esta relação dos lados e dos ângulos de um triângulo não foi suficientemente considerada por Nicolau Copérnico de Torun, o qual estava sobretudo interessado em, com o método, tabelas, e demonstrações de Ptolomeu, trazer de novo à luz a antiga e quase esquecida astronomia de Aristarco de Samos acerca do movimento da Terra e da imobilidade do Sol e da oitava esfera, tal como é referido por Arquimedes no seu livro *De arena numero*.

O assunto que Nunes se prepara para comentar é uma questão de trigonometria esférica, mas estas linhas permitem apreciar o modo como ele entendeu a génese e o objectivo do heliocentrismo de Copérnico. Contra o que costuma ser seu hábito quando aponta erros noutros autores, ao preparar-se para revelar lapsos de trigonometria no livro de Copérnico, Pedro Nunes é aqui muito contido, e parece ter o cuidado de oferecer como atenuante o facto de, segundo diz, Copérnico estar sobretudo interessado noutro assunto, isto é, em "trazer de novo à luz a antiga e quase esquecida astronomia de Aristarco de Samos". Esta prudência denuncia, sem dúvida, admiração pela personalidade do astrónomo polaco e respeito pela sua obra; coteje-se, por exemplo, com o passo em que Nunes, ao denunciar um erro em Aristóteles, não hesita em chamá-lo de "inscitus" (ignorante)[23]. A referência ao movimento da terra e à imobilidade do Sol e da oitava esfera é feita em tom neutro, sem qualquer qualificação. De notar também que Pedro Nunes subscreve a habitual opinião sobre a origem das ideias de Copérnico, como tratando-se de uma recuperação de ideias de Aristarco tal como vêm referidas por Arquimedes. Copérnico surge neste trecho como apareceu a muitos dos seus contemporâneos: longe de ser um inovador, parece-lhes um *restaurator* de uma ideia antiga, usando "o método, tabelas, e demonstrações de Ptolomeu", isto é, os métodos teóricos apresentados no *Almagesto*. Esta última opinião, apesar das radicais alterações que Copérnico propõe, não é completamente errada, pois, de facto, quer quanto à estruturação, quer quanto às técnicas matemáticas empregues, o livro de Copérnico está solidamente inscrito na tradição da astronomia teórica de origem ptolomaica.

Segue-se então a parte mais extensa das críticas de Pedro Nunes a alguns passos da obra de Copérnico, que se centram em questões de trigonometria esférica. No *De revolutionibus*, o astrónomo polaco, depois de, nos primeiros onze capítulos do Livro I – sem dúvida algumas das páginas mais citadas em toda a história do pensamento ocidental – ter explanado a justificação e a argumentação física para o seu modelo do ordenamento celeste, nos ca-

[22] Hanc etiam laterum & angulorum trianguli habitudinem parum aduertit Nicolaus Copernicus Turinensis, in eo potissimum occupatus, quoniam videlicet modo veterem ac pene oblitam Aristarchi Samij Astronomiam de terrae mobilitate, & Solis atque octaui orbis quiete, quam Archimedes in libro de Arena numero commemorat, methodo radicibus ac demonstrationibus Ptolemaei in lucem denuò reuocaret. *Opera* (1566), p. 104.

[23] *Opera* (1566), p. 196.

pítulos 12 a 14 desse primeiro livro, apresenta as noções fundamentais de trigonometria essenciais para o resto da obra. Copérnico informa que "as demonstrações que vamos fazer em quase toda esta obra estão relacionadas com linhas rectas e círculos, com triângulos planos e esféricos". E, continua, "embora muitos destes assuntos tenham sido tratados nos *Elementos* de Euclides, não tem, contudo, este livro aquilo que mais se necessita aqui: um método pelo qual os lados se possam deduzir dos ângulos e estes daqueles"[24]. Assim, no capítulo 12, "A extensão das cordas de um círculo", no 13, "Os lados e ângulos dos triângulos planos e rectilíneos", e no 14, "Triângulos esféricos" , fornece essas proposições e teoremas.

Pedro Nunes vai lançar um conjunto de objecções, apontando erros na proposição VI do Capítulo 13, que se refere a triângulos planos, e nas proposições VIII, XI e XII, do Capítulo 14, que tratam de triângulos esféricos. A despeito de se tratarem de erros relativamente menores, que não afectam o restante da obra de Copérnico, convém assinalar que em todos os casos Pedro Nunes tem razão. A oitava proposição do capítulo 14 do primeiro livro, diz o seguinte: "Se dois triângulos têm dois lados iguais aos dois lados correspondentes e um ângulo igual a um ângulo, quer seja o ângulo determinado pelos dois lados iguais quer o ângulo na base, eles terão também as bases e os ângulos restantes iguais"[25]. É contra esta, e contra a décima primeira proposição do mesmo capítulo ("Qualquer triângulo com dois lados e um ângulo dados torna-se um triângulo de ângulos e lados dados"[26]) que Pedro Nunes lança a sua primeira objecção[27]:

> Na oitava proposição do capítulo 14 do primeiro livro *De Revolutionibus*, na qual se trata de triângulos esféricos, lê-se o seguinte: "Se dois triângulos têm dois lados iguais a dois lados correspondentes, e também um ângulo igual ao ângulo correspondente, seja o ângulo compreendido entre os dois lados iguais, seja um ângulo na base, as bases serão então iguais, e os restantes ângulos serão iguais aos restantes ângulos". Mas que a parte final [da proposição] não é verdadeira pode facilmente mostrar-se com uma demonstração. No triângulo esférico **abc**, sejam iguais os lados **ab** e **ac**, e prolonguemos a base **bc** até **d**. Seja o arco **cd** menor que um semicírculo, e pelos pontos **a** e **d** traçemos o arco de círculo máximo **ad**. Assim, nos dois triângulos esféricos **abd** e **acd**, os dois lados **ab** e **ad** do triângulo **abd** são iguais aos dois lados **ac** e **ad** do triângulo **acd**, e **adb** é um ângulo comum, na base dos dois triângulos. Portanto, a base **bd** do triângulo **abd** será igual à base **cd** do triângulo **acd**, segundo a proposição oitava de Nicolau Copérnico, sendo a parte **[bd]** igual ao todo **[cd]**, o que é impossível. O mesmo absurdo se segue no que diz respeito aos dois ângulos **bad** e **cad**, pois um é parte do outro. Também o ângulo **dba** será sempre diferente do ângulo **dca** a não ser que os lados **ab** e **ac**, que foram supostos iguais, sejam quadrantes. Assim, vamos supo-los menor que quadrantes, e portanto o

[24] O leitor português tem uma edição facilmente consultável da obra de Copérnico, que é a que uso em todo este trabalho: Nicolau Copérnico, *As Revoluções dos Orbes Celestes*, Tradução de A. Dias Gomes e Gabriel Domingues, (Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1984). Esta tradução foi feita a partir da segunda edição, (Basileia, 1566). O trecho citado está na pág. 63.

[25] Nicolau Copérnico, *As Revoluções dos Orbes Celestes*, pp. 94-95.

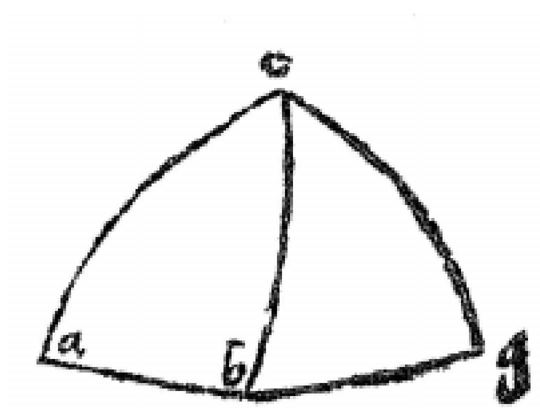
[26] Nicolau Copérnico, *As Revoluções dos Orbes Celestes*, pp. 97.

[27] Octaua enim propositio capitis 14 primi libri Reuolutionum, in quo de Sphaericis triangulis agit, ita habet. Si bina triangula duo latera duobus lateribus aequalia habuerint, alterum alteru, & angulum angulo aequalem, siue quem latera aequalia comprehendunt, siue qui ad basim fuerit, basim quoque basi, ac reliquos angulos reliquis habebunt aequales. Sed quod posterior pars vera non sit, facili ostendemus demonstratione. In sphaerico enim triangulo a b c, bina latera a b & a c sint aequalia, basim vero b c, producemur in d: sit tamen circunferentia c d semicirculo minor, & per puncta a & d, maximi circuli circunferentiam ducemus a d: in duobus igitur sphaericis triangulis a b d & a c d, duo latera a b & a d trianguli a b d, aequalia sunt duobus lateribus a c & angulus a d b communis existit, ad basim videlicet utriusque trianguli. Quapropter basis b d trianguli a b d: aequalis erit basi c d trianguli a c d, per ipsam octauam Nicolai Copernici, pars toti, quod est impossibile. Et idem absurdus sequitur de duobus angulis b a d & c a d: est enim unus pars alterius. Angulus etiam d b a semper erit inaequalis angulo d c a, nisi latera a b & a c, quae posita sunt aequalia, quadrantes fuerint: ea igitur ponamus minora quadrantibus, & erit idcirco angulus d c a acutus, d b a obtusus, & erit a d b acutus. Et quod igitur undecima propositione docet, omne triangulum cuius duo latera fuerint data cum aliquo angulo, datorum efficitur angulorum & laterum, hallucinatio est. *Opera* (1566) pp. 104-105.

ângulo **dca** será agudo, **dba** obtuso, e **adb** agudo. Então, o que é enunciado na proposição décima primeira, que todo o triângulo com dois lados e um ângulo dado se torna num triângulo de lados e ângulos dados é errado.

Não vamos aqui analisar em detalhe o argumento de Pedro Nunes, aliás não muito difícil de seguir, bastando mostrar que o problema matemático que subjaz a estas críticas se compreende facilmente. Em terminologia moderna, diríamos do seguinte modo. Se dois triângulos têm dois ângulos e um lado iguais, são congruentes. Neste caso, o triângulo pode ser "resolvido", isto é, os restantes lados e ângulos podem ser determinados a partir dos dados iniciais. Há apenas uma excepção, num caso particular de triângulos esféricos. De maneira análoga, se dois triângulos têm dois lados e o ângulo compreendido entre esses lados, iguais, são também congruentes. Porém, dados dois lados e um dos ângulos oposto a esses lados, o caso é ambíguo: nestas circunstâncias, os restantes ângulos podem ser agudos ou obtusos. Foi esta ambiguidade que Copérnico não notou.

Pedro Nunes continua, analisando agora o caso dos triângulos rectângulos, para os quais Copérnico cometeu um erro idêntico[28]:



E [Copérnico] comete um erro semelhante na 6ª proposição acerca dos triângulos rectilíneos. Pois se forem dados os dois lados de um triângulo juntamente com apenas um dos ângulos da base, o outro lado e os restantes ângulos não poderão ser determinados, a não ser que o ângulo dado seja recto ou obtuso ou, se for agudo, a não ser que seja oposto ao maior dos lados. Pois se se propuser de outro modo, não ficará claro das admissões se o ângulo restante na base é agudo ou o seu complemento obtuso, e a base, portanto, será também desconhecida. Também não se enganou menos na 12ª [proposição], que diz assim: Se dois ângulos forem dados de qualquer maneira com algum lado, o mesmo acontecerá. Construa-se, então, o triângulo esférico **bcg**, no qual os dois lados **bc** e **cg** uma vez unidos são iguais a um semicírculo, e, prolongando-se o lado **bg** até **a**, descreva-se o círculo máximo que passa por **a** e **c**. Do triângulo **abc,** tomem-se como conhecidos os dois ângulos **cab** e **cba**, bem como o lado **ac** que está oposto ao ângulo **cba**; e ainda não por estes que se supõem conhecidos, o ângulo restante e os lados restantes serão conhecidos. Com efeito, uma vez que a união dos dois lados **cb** e **cg** é igual a um semicírculo, então o ângulo **abc** será igual ao ângulo **bgc**. Por esta razão também no triângulo **acg** os dois ângulos **acg** e **agc** se

[28] Et similiter lapsus est propositione 6 de rectilineis triangulis. Trianguli enim cuius duo latera cum uno tantum angulo qui ad basim data sunt, reliquam latus cum reliquis angulis cognosci non poterit, nisi datus angulus aut rectus fuerit, aut obtusus, aut si acutus; maius tamen datorum laterum subtendat. Nam si aliter proponatur, non constabit ex positis sitne acutus reliquus angulus qui ad basim, an obtusus ille, qui cum eo duos rectos angulos complet, & proinde ipsa quoque basis ignota relinquetur. Nec minus lapsus est in 12 quae ita habet. Adhuc autem si duo anguli ut cunque dati fuerint, cum aliquo latere eadem euenient. Construatur enim triangulum sphaericum b c g, in quo duo latera b c & c g coniuncta uni semicirculo sint aequalia, & extenso latere b g usque ad a, circulus maximus scribatur per a & c, triangulique a b c duo anguli c a b, & c b a dentur cogniti, cum latere a c quod angulo c b a oppositum est, atque nondum per haec quae cognita supponuntur, reliquus angulus & reliqua latera cognita erunt. Nam quoniam duo latera c b & c g, coniuncta uni semicirculo aequalia sunt: angulus igitur a b c angulo b g c aequalis erit. Quapropter trianguli quoque a c g, duo anguli c a g & a g c cogniti supponuntur, & latus a c angulo a g c, oppositum sumitur cognitum: in utroque enim triangulo a b c & a g c, eaedem hypotheses sunt. Quare nondum per ea quae cognita sumuntur, cognosci poterit utium reliquus angulus qui ignotus erat, fit a c b an a c g, & utrum reliqua latera quae ignota erant sint c b & a b an cg & a g. *Opera* (1566), p. 105

> supõem conhecidos, e o lado **ac** oposto ao ângulo **agc** se assume como conhecido, dado que em ambos os triângulos **abc** e **agc** se têm as mesmas hipóteses. Por isso, usando o que tomou como conhecido, não se poderá determinar se o ângulo restante que era desconhecido é **acb** ou **acg**, e se os lados restantes que eram desconhecidos são **cb** e **ab** ou **cg** e **ag**.

Dado que o argumento de Nunes não tem nenhum aspecto de especial significado, omitimos, uma vez mais, a sua explicação, deixando simplesmente o texto na íntegra para que o leitor possa reproduzir esse argumento.

Todas as pessoas familiares com a historiografia copernicana sabem bem que, embora se tratem de lapsos relativamente benignos, estes erros de Copérnico permitem que se tire uma interessante ilação de relevância histórica. O aparecimento destes erros parece autorizar a conclusão de que os capítulos do *De revolutionibus* que se referem à trigonometria foram uma composição original de Copérnico, a partir do pouco que podia retirar do *Almagesto* ou do *Epitome Almagesti*, isto é, sem tomar como fonte o importante *De triangulis omnimodis* (1533) de Regiomontano, que era a mais importante obra de trigonometria do Renascimento[29]. De facto, nesta obra, os casos ambíguos são considerados explicitamente. Por exemplo, o enunciado da proposição 29 do Livro IV, é absolutamente claro: "Num triângulo não rectângulo, o conhecimento de dois lados e um ângulo oposto a eles, não é de maneira nenhuma suficiente para se determinar o outro lado e os outros ângulos"[30]. É sabido que, em 1539, Georg Joachim Rheticus (1514-1574) fez chegar a Copérnico um exemplar do *De triangulis omnimodis*, mas pelo facto de estes erros surgirem no livro do polaco somos levados a concluir que pouca atenção deve ter dedicado à obra de trigonometria de Regiomontano. Para um matemático como Pedro Nunes, que dedicara muito tempo a questões de trigonometria esférica, era pouco provável que tais lapsos não fossem observados[31]. Tanto quanto me foi possível apurar, o matemático português foi o primeiro autor a identificar estes erros – que, por exemplo, escaparam a Rheticus. Depois de assinalados por Nunes, tornaram-se lapsos bem conhecidos do *De revolutionibus*, sendo muitas vezes referidos por outros, como por exemplo Cristovão Clavius.

Até aqui, os comentários de Pedro Nunes, embora interessantes, podem de certa maneira considerar-se marginais ao principal da obra de Copérnico. Mas Pedro Nunes interrompe subitamente o discurso acerca de trigonometria para fazer uma observação de grande significado[32]:

> Cabe aos filósofos discutir se Copérnico, através dos argumentos usados por Ptolomeu para mostrar que a Terra não tem qualquer movimento circular, raciocina correctamente quando diz que não apenas a Terra, mas todas as coisas que estão na Terra e todos os graves, onde quer que estejam colocados, são levados por movimento natural do poente para o nascente, ao mesmo tempo que lhes sobrevem um [movimento] rectilíneo quando são afastadas de qualquer modo dos seus lugares naturais, e que o [movimento] circular subsiste com o [movimento] rectilíneo de maneira semelhante a "estar vivo" com "estar

---

[29] Qualquer estudo sério das ideias de Copérnico passa obrigatoriamente pela consulta de: N. M. Swerdlow and O. Neugebauer, *Mathematical Astronomy in Copernicus's De Revolutionibus*, 2 vols. (Springer, 1984). A conclusão que refiro pode ler-se no Vol. I, pp. 103-104. Veja-se também: M. C. Zeller, *The Development of Trigonometry from Regiomontanus to Pitiscus* (Ann Arbor: University of Michigan Dissertation, 1946).

[30] Cognitionem duorum laterum trianguli non rectanguli, et anguli uni eorum oppositi, inuentioni reliqui lateris et reliquorum angulorum minime sufficere, *De triangulis omnimodis* (1533), p. 119.

[31] Em praticamente todas as suas obras Pedro Nunes mostra um domínio absoluto deste assunto. Sabemos inclusivamente que "escrevera largamente" sobre o assunto, chegando a compor um tratado de trigonometria esférica, hoje em dia perdido.

[32] Utrum vero rationibus illis quibus Ptolemaeus usus est ad ostendendum terram in circulum minime moueri, ipse Copernic satisfaciat, cum ait non solum terram, sed etiam terrae, & omnia gravia, ubicunque posita fuerint, naturali motu ab occasu in ortum ferri: rectum autem eis superuenire, quando extra loca naturalia quomodolibet peregrinantur, atque non aliter cum recto manere circularem quam cum aegro animal, Philosophorum est disputare. Nam nihil moueri fatebitur vel a medio, vel ad medium, quin circa idem medium quoque feratur. Haec autem idcirco commentus est: ut rationem reddere posset, cur si terra in orbem feratur, nihilominus grauia corpora sursum proiecta, ad subiecta sibi loca ad perpendiculum redeant. *Opera* (1566), pp. 105-106

> doente". Pois dir-se-á que nada se move a partir do meio ou para o meio que não se mova também em torno do mesmo meio. [Copérnico] apresentou estas coisas de modo a conseguir explicar porque é que, se a Terra roda num orbe, apesar disso os corpos graves atirados para cima regressam verticalmente aos lugares que lhes estão por debaixo.

O primeiro aspecto a notar é que esta observação, e as que se lhe seguem, têm a forma de um desvio ao tema que Nunes vinha a estudar. Tivesse o matemático português qualquer receio em comentar as ideias de Copérnico, e certamente teria omitido os parágrafos seguintes, sem qualquer prejuízo para o desenvolvimento do seu raciocínio. O trecho citado é de grande importância para a compreensão da posição de Pedro Nunes face às radicais transformações avançadas por Copérnico, mas encerra algumas subtilezas de interpretação, cujo esclarecimento cabal obrigaria a um longo excurso sobre as noções quinhentistas acerca do movimento local. Pedro Nunes remete aqui para a argumentação desenvolvida por Copérnico no Capítulo 8 do Livro I do *De revolutionibus*. O ponto que está em apreço é a modificação das leis aristotélicas do movimento dos graves que Copérnico se viu obrigado a efectuar, para poder afirmar o movimento da Terra. Este aspecto é um dos mais problemáticos em toda a obra de Copérnico, dado que a solução por ele avançada não é facilmente aceitável, e tornou-se num dos maiores obstáculos à adesão ao copernicanismo. Pedro Nunes reaje às alterações propostas por Copérnico, mas deve notar-se que remete uma decisão final acerca dessas questões físicas para outros, isto é para os filósofos. A frase "através dos argumentos usados por Ptolomeu para mostrar que a Terra não tem qualquer movimento circular" é obviamente injusta para com Copérnico, já que este, no Capítulo 8 do Livro I, havia submetido as ideias de Ptolomeu a uma profunda crítica.

A dicotomia entre o âmbito físico e o astronómico – que, no século XVI, para além de ser uma dicotomia epistemológica, correspondia também a uma distinção profissional - fica ainda mais patente, pois logo após ter apresentado questões que "cabe aos filósofos discutir", Pedro Nunes retorna ao seu campo, passando então a mencionar aquilo "que diz respeito à astronomia"[33]:

> No que diz respeito à astronomia, Copérnico troca os lugares do Sol e da Terra. Com o objectivo de tornar imóveis o Sol e as estrelas fixas, atribui à Terra um triplo movimento num orbe excêntrico, além de duas librações, de maneira que as observações das estrelas fixas em todas as épocas possam ser consistentes umas com as outras.

Uma vez mais é de assinalar o tom absolutamente neutro desta passagem, na qual Pedro Nunes se limita a descrever, sem qualificar, o heliocentrismo de Copérnico. Nunes dá a entender que, do ponto de vista astronómico, Copérnico teve sucesso com o seu trabalho, isto é, conseguiu reproduzir consistentemente os movimentos celestes, apesar das drásticas alterações de referencial que introduziu. A opinião aqui expressa por Pedro Nunes não descreve de maneira fiel o processo seguido por Copérnico. Este não iniciou o seu argumento partindo da imposição de imobilidade ao Sol e às estrelas. Pelo contrário, o ponto de partida de Copérnico foi a consideração da Terra como sendo um planeta, com um movimento de rotação diário em torno do seu eixo, o que tornou então o movimento das estrelas numa mera aparência visual. De maneira análoga, foi do movimento de translacção anual da Terra (e rotação diurna) que decorreu para Copérnico a consequência da imobilidade do Sol. Penso que não oferece dúvida que Nunes concordou em que, do ponto de vista astronómico e relativamente às estrelas fixas, isto é, no que se refere ao cálculo e previsão das posições angulares das estrelas, os

[33] Quod ad Astronomiam attinet, Solis et terrae loca commutat, & ut solem atque inerrantes stellas immobiles faciat, triplicem motum terrae tribuit in eccentrico orbe, una cum binis librationibus, ut in omni aetate stellarum fixarum obseruationes sibi inuicem congruere possint [...] *Opera* (1566), p. 106.

modelos avançados por Copérnico apresentavam uma equivalência formal com os modelos tradicionais. A situação, como se sabe, não é generalizável a todos os astros, pois o modelo de Copérnico prevê um ciclo de fases nos planetas inferiores (Mercúrio e Vénus) distinto do previsto pelo modelo ptolomaico.

Uma vez colocado o discurso no seu campo de competência, isto é, a astronomia teórica, Pedro Nunes procede então a um conjunto de observações a partir das quais se pode inferir com mais pormenor a sua opinião, e algumas das suas concepções astronómicas e cosmológicas de base. A primeira destas observações refere-se à teoria da Lua tal como apresentada por Copérnico[34]:

> Não sem razão [Copérnico] coloca a Lua no epiciclo de um epiciclo, com o centro do [epiciclo] menor na circunferência do maior. Faço notar, contudo, que é necessário que todo o [epiciclo] menor esteja encerrado no maior, para evitar que o céu se rompa, se é que ele pensa existir este inconveniente. Uma vez que [Copérnico] usa orbes excêntricos, é necessário que utilize outros mais de modo a encher as esferas planetárias concêntricas com o mundo.

Pedro Nunes comenta aqui a teoria da Lua apresentada por Copérnico que recorre a epiciclos secundários (epiciclos de epiciclos). Um dos traços mais deselegantes do modelo formulado por Copérnico é o abundante recurso a estes epiciclos secundários que, embora eficazes do ponto de visto numérico, aumentaram enormemente a complexidade desse modelo[35]. Mas, elegante ou não, a solução de Copérnico resolve um antigo problema com a teoria da Lua apresentada no *Almagesto*, e Pedro Nunes reconhece esse facto. A teoria da Lua é possivelmente o aspecto mais problemático do esquema planetário desenvolvido no *Almagesto*. No Livro IV, Ptolomeu trata da teoria da Lua seguindo as ideias de Hiparco, mas no Livro V introduz profundas alterações[36]. Constatando que o modelo tradicional funcionava bem nas sizígias (i.e. com a Lua em conjugação ou oposição ao Sol), mas que apresentava desvios importantes para outros valores da elongação, em especial nas quadraturas, Ptolomeu sugeriu que o epiciclo da Lua não se encontrava a uma distância constante da Terra. O esquema então introduzido por Ptolomeu reproduz convenientemente os movimentos em longitude da Lua, mas com o defeito evidente de obrigar a que a razão entre a maior distância Terra-Lua e a menor, seja da ordem de 2:1, o que teria pronunciadíssimas consequências na dimensão visual da Lua, que não se observam[37]. Os óbvios problemas da teoria lunar de Ptolomeu foram objecto de crítica e de tentativas de resolução por muitos astrónomos, constituindo esta questão só por si um fascinante capítulo na história da astronomia teórica, mas que agora não é possível analisar em pormenor. Faz-se apenas notar que Regiomontano, no *Epitome Almagesti*, uma obra que Copérnico (e Pedro Nunes) conheciam muito bem, fez objecções à teoria lunar de Ptolomeu, e que no *Commentariolus*, Copérnico repetiu esta objecção[38]. O trecho citado revela ainda que Pedro Nunes acreditava na existência real dos orbes enquanto entidades físicas, mui-

---

[34] Lunam non sine ratione collocat in epicyclo epicycli, centrum minoris in circumferentia maioris. Caeterum aduerto totum minorem intra maiorem includi oportere, ne coelum rumpatur, si id incommodum esse putet. Et quoniam eccentricos orbes ponit: alios igitur ponere necesse erit, qui planetarum sphaeras mundo concentriccas compleant. *Opera* (1566) p. 106.

[35] Nas palavras de um dos mais competentes historiadores de astronomia: "This obvious advantage of the use of secondary epicycles induced Copernicus to apply the same construction also to the planetary motion and thus to initiate complications which destroyed the inherent elegance and simplicity of the Ptolemaic model." (p. 197); e um pouco adiante: "The popular belief that Copernicus's heliocentric system constitutes a significant simplification of the Ptolemaic system is obviously wrong. The choice of the reference system has no effect whatever on the structure of the model, and the Copernican models themselves require about twice as many circles as the Ptolemaic models and are far less elegant and adaptable" (p. 204). Em: O. Neugebauer, *The Exact Sciences in Antiquity*, (New York: Dover, 1969) [Originalmente, (Brown University Press, 1957)].

[36] Use-se a excelente edição moderna: *Ptolemy's Almagest*, translated and annotated by G. J. Toomer, (Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1998). [Originalmente, (London: Duckworth, 1984).]

[37] Na realidade, a distância Terra-Lua varia entre o valor máximo e o valor mínimo de, respectivamente, 64R e 56R, onde R designa o raio da Terra, o que dá uma razão com o valor de aproximadamente 1,14.

[38] Veja-se *Epitome Almagesti*, Liber quintus, Propositio xxii, "Semidiametros Solis Lune et umbre visuales via geometrica perquirere", e para o *Commentariolus*, use-se a edição inglesa: "The *Commentariolus* of Copernicus", in: *Three Copernican Treatises*, translated with introduction, Notes and Bibliography by Edward Rosen, 2nd. Ed. (New York: Dover, 1959).

to possivelmente rígidos. Assim, a possibilidade da intersecção entre orbes tornava-se num problema grave. Fica também patente que Nunes considerava essencial, como praticamente todos os astrónomos do século XVI, que não houvessem "espaços vazios" no cosmos[39]. Ou seja, em resumo, que defendia as concepções cosmológicas típicas da época, concepções essas que só a partir dos anos setenta do século XVI começariam a ser questionadas.

Pedro Nunes conclui as suas observações a Copérnico, fechando o desvio que achara por bem fazer, com um reparo que vai direito ao coração do problema, na óptica de um astrónomo matemático[40]:

> Por isso, segundo a minha opinião, ele deveria ter tido apenas este objectivo de ver como, usando as suas observações e as de outros, se poderiam fazer tábuas dos movimentos celestes mais precisas. Isto poderia ser conseguido supondo o movimento da oitava esfera, com o Sol também em movimento, mas com a Terra estacionária no meio do Universo, como na astronomia convencional. Mas sobre estas coisas, noutro lugar. Voltemos nós ao assunto que vínhamos a tratar.

Esta é talvez a passagem mais importante, e aquela de onde se pode deduzir, sem margem para dúvidas, a posição de Pedro Nunes face às ideias de Copérnico. O matemático português afirma aqui a sua preferência por um modelo geocêntrico e geoestático e implicitamente critica Copérnico. Mas apesar da opção pelo modelo tradicional não deixar dúvida, é interessante observar que a crítica tem um tom mais metodológico do que propriamente de substância. Para Nunes, a tarefa do astrónomo é a de conseguir descrições mais precisas e, nesta medida, a reformulação de Copérnico parece-lhe um esforço supérfluo. A objecção não é tanto dirigida ao heliocentrismo, mas sim ao facto de esse heliocentrismo não parecer conduzir a um melhoramento naquilo que era o objectivo dos astrónomos-matemáticos: o estabelecimento, o mais preciso possível, dos movimentos dos astros. Pedro Nunes não evidencia uma hostilidade ao modelo copernicano, mas questiona-lhe o interesse. Parece, inclusivamente, que estaria disposto a utilizar, de um modo operacional, as novas ideias, se elas resultassem numa melhoria das previsões astronómicas. Como veremos mais abaixo, este tipo de posição é de grande significado histórico, associando Pedro Nunes ao grupo dos homens que receberam as novidades de Copérnico com maior penetração crítica, e afastando-o em definitivo daqueles que (como Francesco Maurolico), por razões técnicas, rejeitaram liminarmente as teses do heliocentrismo.

Esta derradeira observação de Pedro Nunes acerca das ideias copernicanas é também interessante porque dá a entender que, na data em que a redigiu, ele não conhecia as *Tábuas Pruténicas* (1551) elaboradas por Erasmo Reinhold (1511-1553)[41]. Este desconhecimento parece ser confirmado no seu comentário às *Theoricae novae planetarum* de Peurbach, ("In Theoricas planetarum Georgii Purbachii annotationes aliquot") incluído também nas *Opera* (1566). Neste comentário, Pedro Nunes explica e esclarece vários aspectos das *Theorica novae planetarum* os quais, segundo ele, não estavam suficientemente claros nos comentadores anteriores. Não faz menção às ideias de Copérnico mas apresenta algumas críticas a Reinhold. No entanto, refere-se apenas ao comentário de Reinhold a Peurbach[42], e não à

[39] Deve mencionar-se, com profundo desgosto, que enquanto os historiadores portugueses enchiam páginas falando de "silêncios" imaginários e "receios" hipotéticos de Pedro Nunes relativamente às ideias de Copérnico e suas "implicações", as opiniões do nosso maior matemático, em particular estas relativamente à teoria da Lua, eram usadas como peça fundamental num aceso debate ocorrido há alguns anos, entre Edward Rosen e Noel Swerdlow, dois dos maiores historiadores da astronomia. Veja-se: Edward Rosen, "Copernicus' spheres and epicycles", *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 25 (1975) 82-92; Noel Swerlow, "Pseudodoxia copernicana", *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 26 (1976) 108-158.

[40] Quare iudicio meo id solum contendere debuit, quoniam videlicet modo ex suis & aliorum obseruationibus, tabulas coelestium motuum exactiores reddere posset. Quod quidem assequi poterat, octaua sphaerea mota, Sole etiam moto, terra tamen in medio mundi immobilis existente, ut in communi Astronomia. Sed de his alias, & nos ad institutum reuertamur. *Opera* (1566) p. 106.

[41] *Prutenicae tabulae colestium motuum* (Tübingen, 1551).

[42] *Theoricae novae planetarum Georgii Purbachii Germani ab Erasmo Reinholdo Salveldiensi pluribus figuris auctae et illustratae* (Wittenberg, 1542).

importante introdução que antecede as *Tabuas Pruténicas*. Não me parece difícil prever qual seria a reacção de Pedro Nunes se tivesse conhecido as *Tábuas Pruténicas*, e constatado que toda a reformulação de Copérnico não tinha originado estimativas astronómicas mais rigorosas.

Notem-se, por fim, dois outros aspectos, a título de curiosidade. Em primeiro lugar, parece lícito deduzir-se que Pedro Nunes fazia tenção de voltar a uma análise do modelo copernicano numa outra ocasião. É bem possível que o tivesse feito, até porque viveu o suficiente para presenciar a supernova de 1572, e porque, acompanhando a literatura internacional com grande pontualidade, não podia deixar de ter conhecido as ideias que os melhores astrónomos e matemáticos pouco a pouco iam apresentando. Sabemos também que Pedro Nunes trabalhou até muito próximo da data do seu falecimento, mas, infelizmente, as suas obras que chegaram até nós recolhem apenas os trabalhos que efectuou até 1566. Em segundo lugar, pelas duas últimas citações apresentadas, pode concluir-se que, à data em que as redigiu, Pedro Nunes não sabia que Copérnico já havia falecido há alguns anos.

Todos os que escreveram sobre a posição de Pedro Nunes face às ideias de Copérnico ignoraram a notável coincidência de pontos de vista entre o português e a primeira geração de astrónomos que se pronunciaram sobre o modelo copernicano. De facto, se exceptuarmos Georg Joachim Rheticus que, por um conjunto de circunstâncias particulares, entre as quais o facto de ter privado pessoalmente com Copérnico, reagiu de maneira favorável e entusiasmada às novas ideias, quase todos os primeiros homens com competência técnica que se pronunciaram sobre o *De revolutionibus*, isto é, homens como Philip Melanchton (1497-1560), Erasmus Reinhold e Caspar Peucer (1525-1604) pronunciaram-se em termos muito semelhantes aos empregues por Pedro Nunes. Para estes, a questão da adesão a um novo sistema cosmológico não se punha, pelo simples facto de a sua leitura de Copérnico não lhes revelar um *sistema*, mas apenas um conjunto de hipóteses e procedimentos de cálculo, cuja eficácia importava determinar. Nas palavras de um eminente historiador de ciência: "For the first generation which received the theory of Copernicus the urgency to form an entirely new "research program" or "paradigm", if you prefer, did not exist. And it did not exist simply because the planetary models and parameters of *De revolutionibus* were not perceived as a new *Weltanschaung* – i.e. a new set of claims about the order of the planets and the nature of motion – but merely as a useful set of auxiliary mathematical hypotheses and tables to be exploited by the practitioners of geostatic astronomy"[43]. Este tipo de reacção dos primeiros homens que se referiram a Copérnico – que tem grande correspondência com a posição de Nunes - é conhecido na historiografia científica como a "interpretação de Wittenberg", dado que os seus defensores estavam sediados nessa célebre universidade germânica[44]. A origem deste fenómeno intelectual tem sido atribuída a um conjunto de peculiaridades do ensino nessa universidade, sobretudo relacionadas com a acção de Melanchton. Mas o facto de Pedro Nunes, num contexto intelectual completamente diverso, revelar uma opinião semelhante, obriga a repensar todo o assunto.

É sobre este pano de fundo historicamente fundamentado e intelectualmente complexo - e não pela via preguiçosa da invocação de "silêncios" e medos inquisitoriais - que a reacção de Pedro Nunes tem ser analisada. E quando essa análise é levada a cabo, o resultado não deixa de ser surpreendente. De facto, a posição de Pedro Nunes revela uma excepcional acuidade científica, sobretudo quando se recorda que ele era um homem muito mais velho (tinha 64 anos quando são publicados as *Opera* em Basileia) – e portanto, em princípio, muito mais comprometido com as concepções tradicionais – do que a maioria desses astrónomos alemães. Além do mais, Nunes antecede vários deles, sendo, como já disse, um dos primeiros a incluir numa obra impressa menções às ideias de Copérnico. Tudo isto acentua

[43] Robert Westman, "Three responses to the copernican theory: Johannes Praetorius, Tycho Brahe, and Michael Maestlin", in: *The Copernican Achievement*, *op. cit.*, pp. 285-345.

[44] Robert Westman, "The Melanchton circle, Rheticus and the Wittenberg interpretation of the Copernican theory", *Isis*, 66 (1975) 165-193.

o altíssimo nível intelectual de Nunes e a longevidade das suas capacidades científicas. Suscita também a questão de saber se os matemáticos de Wittenberg conheceram as opiniões de Nunes, já que ele que era, na altura, um dos mais reputados astrónomos-matemáticos da Europa.

Ou seja - e este ponto deve ser enfatizado – tudo o que é realmente interessante na posição de Pedro Nunes face a Copérnico desaparece de cena quando é tratado por uma historiografia que pretende explicar aquilo não entende, ou que não quer fazer o esforço de estudar, com a técnica de colocar "silêncios" e inquisidores atrás de cada esquina da História.

3. A modo de conclusão

Para além de ter por objectivo apresentar um aspecto do trabalho de Pedro Nunes que, apesar de muitas vezes referido nunca fora minimamente estudado, esta breve nota teve também o propósito de procurar deixar explícito um aspecto crucial dos estudos em história da Ciência: a necessidade de serem empreendidos a partir da inspecção interna dos textos. Tomei como mote para esta nota alguns parágrafos de José Sebastião da Silva Dias, aos quais teci algumas críticas. Não tenho de maneira nenhuma o intuito de desvalorizar a obra desse estudioso, nem muito menos o desejo de lançar um póstumo ataque *ad hominem*. Pelo contrário, tê-lo citado decorre de o reconhecer como um dos mais influentes historiadores da cultura portuguesa quinhentista. Mas é precisamente por isto que se torna inquietante observar o modo como tratou a questão crucial da relação de Pedro Nunes com os trabalhos de Copérnico, sobretudo porque este tema é usado por Silva Dias como peça importante na construção da sua tese que defende a existência de um "obstáculo epistemológico" no Portugal da segunda metade de quinhentos e no século XVII. É impossível afastar da mente a consideração de que, se o mais distinto matemático da história portuguesa é tratado com tanta desinformação por um dos mais importantes historiadores de cultura nacional, que se terá feito com todas as outras figuras de menor valor da nossa história científica, e por historiadores muito menos abalizados?

Quanto aos comentários de Nunes a Copérnico, não há necessidade de resumir o que foi dito atrás. Como se pode ver, embora Nunes não deixe grandes dúvidas quanto à sua objecção de fundo ao heliocentrismo, este aspecto cosmológico não foi para ele, como não foi para a maioria dos astrónomos da segunda metade do século XVI, o ponto que suscitou mais atenção na obra de Copérnico. O *De revolutionibus* é, do ponto de vista técnico, uma obra notável. Qualquer astrónomo capaz de seguir em pormenor os argumentos e cálculos de Copérnico não poderia deixar de ficar fascinado com esses aspectos técnico-matemáticos[45]. A adesão ao cerne das teses de Copérnico foi, no entanto, uma questão muito mais complexa, que não se colocu como tal logo de início, tendo obrigado, primeiro, à solução de algumas inconsistências da versão original do modelo heliocêntrico e, depois, a profundas reformulações de conceitos fundamentais de física, filosofia natural, epistemologia, exegese bíblica, etc. Não admira, por isso, que tenha sido um longo fenómeno histórico que se prolongou por todo o século XVII. A noção de que o simples reconhecimento da validade técnica de uma nova teoria científica obriga ao abandono das concepções aceites denuncia um conhecimento pueril de história da ciência.

Os que apreciam uma historiografia simples, escrita no registo de "modernidade" *versus* "tradição", deveriam talvez meditar no facto de as opiniões de Pedro Nunes relativamente ao sistema de Copérnico serem surpreendentemente "modernas". Em grande medida, antecedem a

[45] Esta é a opinião generalizada dos historiadores e, tanto quanto consigo apurar, também a dos astrónomos e matemáticos do século XVI e XVII. Mas para que fique registado, faço notar que alguns dos melhores historiadores da astronomia dos nossos dias defenderam uma posição contrária. Veja-se Derek J. de S. Price, "Contra-Copernicus: A critical re-estimation of the mathematical planetary theory of Ptolemy, Copernicus, and Kepler", in: Marshal Clagett (Ed.), *Critical Problems in the History of Science*, (Madison: The University of Wisconsin Press, 1969), pp. 197-218, onde se pode ler: "It is my thesis that the real cosmological changes proposed by Copernicus were quite unattended by any mathematical complexity and quite independent of any new mathematical techniques of more than the most simple and unsophisticated variety" (p. 198).

chamada "interpretação de Wittenberg", e, ainda mais interessante, mostram que essa "interpretação" não deve ser considerada exclusivamente como o resultado de circunstâncias peculiares, vigentes nessa universidade germânica e protestante. Num plano mais especulativo, é lícito perguntar se os comentários de Pedro Nunes teriam sido importantes no estruturar dessa posição por parte dos astrónomos alemães.

Esta última sugestão remete para um conjunto de problemas, em certo sentido inversos - e muito mais complexos - do que aqueles que tratei. Qual terá sido a influência (ou ausência dela) das opiniões de Pedro Nunes, na recepção do copernicanismo, e nos debates em torno do heliocentrismo de finais do século XVI e primeiras décadas do século XVII? É bem sabido que duas das grandes figuras envolvidas nesse debate, Cristovão Clavius e Tycho Brahe, tiveram a maior admiração por Nunes. Joaquim de Carvalho, movendo-se, como era seu timbre, num plano de erudição e de capacidade crítica muito superior ao de todos quantos se ocuparam de Pedro Nunes, avançou com uma afirmação surpreendente. Segundo este mestre dos estudos nonianos, os comentários de Pedro Nunes a Copérnico estariam na base do modelo cosmológico depois desenvolvido por Tycho Brahe[46]. Esta tese concorda com a cronologia dos acontecimentos e com a atenção que Brahe sempre dedicou às obras de Pedro Nunes, mas necessita ainda de ser explorada criteriosamente, a partir da documentação que atesta a génese do modelo do dinamarquês.

E entre os outros, isto é, entre os astrónomos e matemáticos que, a partir de finais do século XVI, ficaram conhecidos por defenderem o sistema heliocêntrico, será possível identificar algum recurso, ou alguma crítica, às opiniões de Nunes? De que maneira? Em que âmbito? Com que resultados? Tudo isto necessita de estudos circunstanciados. Na verdade, mesmo as referências de Clavius e Brahe a Pedro Nunes, apesar de repetidamente mencionadas, necessitam de estudos muito mais desenvolvidos do que aqueles que presentemente estão à nossa disposição[47]. Tudo isto são questões muito interessantes, à espera de serem estudadas por aqueles que, abandonando os estereotipos populares de "Revoluções Científicas" e "rupturas epistemológicas", se decidam a entrar no mundo fascinante e complexo da astronomia teórica dos séculos XVI e XVII.

[46] [Joaquim de Carvalho], "Nunes, Pedro", *Grande Enciclopédia Portuguesa e Brasileira*, (Lisboa e Rio de Janeiro: Editorial Enciclopédia, 1935-), Vol. 19, pp. 53-65. Esta belíssima nota não está assinada, mas o seu estilo e a sua superior qualidade denunciam, sem margem para qualquer dúvida, que o seu autor foi Joaquim de Carvalho. Esta suposição ficou recentemente confirmada com elementos recolhidos do espólio pessoal do ilustre professor de Coimbra pelo Prof. João Filipe Queiró.

[47] No que diz respeito às opiniões de Cristovão Clavius acerca da personalidade e obras de Pedro Nunes, foram apresentados recentemente dados muito concretos do que as afirmações algo vagas que se podem ler na historiografia niniana tradicional: Eberhard Knobloch, "Nunes and Clavius", in: Luis Saraiva and Henrique Leitão (Eds.), *Proceedings of the International Conference The Pratice of Mathematics in Portugal*, (no prelo).

Pedro Nunes na Filatelia Portuguesa

Nuno Gaspar Cardoso

Secção Filatélica da AAC

Pedro Nunes foi uma personalidade muito importante do seu tempo, reconhecido em vida pelos seus contemporâneos, no reino português e além fronteiras, inclusive pelo Papa. Reconhecido e apoiado pela corte, teve uma vida desafogada e liberta de preocupações mundanas, podendo dedicar-se à investigação e ao que tanto gostava: a ciência, nos seus mais diversos ramos.

Como figura importante que foi, foi-nos deixado registo de grande parte da sua vida, pelo que dele sabemos hoje muito. Sabemos onde estudou, quem ensinou, onde ensinou, quanto ganhava, as obras que publicou, as invenções que realizou, os estudos a que se dedicou, as pessoas que conheceu, com quem casou, quantos filhos e netos teve, etc.

Ao longo destes 500 anos, as suas obras mantiveram-no vivo e o seu nome ficou registado na memória dos homens pelos seus feitos, apesar de se suspeitar que a sua família directa tenha terminado com os seus netos.

E para que o seu nome seja ensinado às sucessivas gerações, foi alvo das mais diversas homenagens, e já foi nome de barco, de revista, de artigos, de livro, de página na Internet, de instrumento de medida de ângulos, de rua, de sala de aula, de instituto, de cratera lunar, ..., e a sua imagem (inventada, pois não se conhece nenhuma sua contemporânea) já apareceu em livros, estátuas, moedas, notas e selos do correio.

Todos nós já andámos com o Pedro Nunes no bolso ou na carteira (na coroa da última moeda de 100$00), já o vimos na Lua ou na toponímia da nossa cidade, já visitámos a página na Internet com o seu nome ou já recebemos uma carta com uma imagem dele, como esta.

Carta registada enviada a 06/03/2002 por ocasião do lançamento dos selos comemorativos dos 500 anos do Nascimento de Pedro Nunes, exibindo dois dos selos e o carimbo comemorativo alusivo ao mesmo acontecimento, aposto no mesmo dia, no Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra.

Os CTT - Correios de Portugal emitiram a 06/03/2002 uma série de três selos comemorativos dos 500 Anos do Nascimento de Pedro Nunes, com as taxas de 0.28 euros (dois selos) e 1.15 euros, e um bloco com os três selos juntos formando uma imagem contínua de grande beleza (ver capa desta revista).

Os três selos juntos enquadrados por um excerto do Tratado da Sphera, a mesma imagem do terceiro selo maior e uma imagem de Lisboa e do Rio Tejo contemporânea de Pedro Nunes.

A Loxodrómica sobre a superfície da Terra, um navio e um excerto do Tratado da Sphera.

Pedro Nunes numa bonita representação concebida pelos serviços artísticos dos CTT.

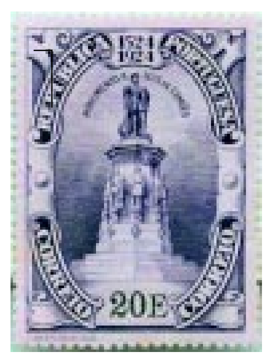
O Nónio, sua invenção mais emblemática, aqui uma réplica do único que chegou até nós e que se encontra no Museu de História da Ciência de Florença. Temos também um navio e uma imagem de um dos seus livros.

Fica assim Pedro Nunes muito bem celebrado na filatelia portuguesa mais uma vez, pois já em 1978 por ocasião da comemoração do quarto centenário da sua morte, os CTT tinham emitido dois selos alusivos ao nosso grande matemático, com as taxas de 5$00 e 20$00, tendo o de 5$00 sido classificado como o selo mais belo de 1978.

O mais belo selo de 1978 onde se vê outra lindíssima representação concebida pelos serviços artísticos dos CTT do nosso Pedro Nunes que se mostra concentrado num problema geométrico, um globo com pontos assinalados e uma conta tal como ele as escrevia.

Neste selo podemos ver o Nónio e a Curva dos Rumos (ou Curva Loxodrómica) tal como Pedro Nunes a apresentou nas suas obras.

Mas Pedro Nunes surgiu também, quase por acaso, no selo comemorativo do quarto centenário da morte de Luís de Camões emitido em 1924. Este selo representa o monumento a Camões que existe em Lisboa onde uma das estátuas da base do monumento, e visível no selo, é a de Pedro Nunes. Se mora em Lisboa ou lá se deslocar descubra qual das estátuas é a de Pedro Nunes.



Neste selo podemos ver o Monumento a Camões existente em Lisboa e a estátua de Pedro Nunes inserida na base, na posição mais à direita no selo.

Incentive o coleccionismo, interesse os seus filhos e/ou alunos por uma actividade que implica a leitura e a escrita, apela à concentração e é por todos considerada anti-stress, como é a filatelia.

Use o email e o telefone, mas escreva também pelo correio e já agora use selos bonitos, de preferência com o Pedro Nunes. Boa escrita.

Para mais detalhes sugiro a consulta da principal fonte onde me baseei: http://scientia.artenumerica.org/noniana/noniana.html e uma visita a uma estação de correios.

Dois Instrumentos de Pedro Nunes

Texto de Nuno Crato
Departamento de Matemática do Instituto Superior de Economia e Gestão, Lisboa
Ilustrações de Susana Nápoles
Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Nas suas obras, Pedro Nunes sugeriu vários instrumentos de medida que imaginava serem úteis para a navegação astronómica. De entre as suas concepções, há sobretudo três que perduraram e vieram a contribuir para o progresso da instrumentação científica: o Nónio, o Instrumento de Sombras e o Anel Náutico. O primeiro destes encontra-se descrito com pormenor e rigor em vários trabalhos acessíveis, nomeadamente Carvalho (1961) e Reis (1999). O mesmo não acontece em relação aos outros dois instrumentos, que serão aqui discutidos.

O Anel Náutico - Uma Aplicação Engenhosa da Geometria

Com o objectivo de permitir um maior rigor na medição da altura do Sol, Pedro Nunes imaginou um instrumento que ficou conhecido como anel náutico, anel astronómico ou anel graduado. A sua ideia vem descrita numa obra que fez publicar em 1573 em Coimbra, *De arte atque ratione navigandi libri duo,* onde o matemático lhe chama apenas astrolábio, pois a sua forma é muito semelhante à de um astrolábio náutico a que se retire a cruzeta central.

O instrumento compunha-se simplesmente de um anel dotado de uma argola de suspensão que permitia mante-lo na vertical. Possuía um orifício muito pequeno a 45º desse ponto de suspensão. Era alinhado de forma a deixar a luz do Sol passar por esse orifício e projectar-se sobre o interior do anel, que estava graduado. A altura do Sol era medida nessa escala.

Na Figura 1 mostra-se um esquema do anel náutico baseado numa ilustração que Manuel Pimentel inseriu na sua obra *Arte de Navegar,* publicada em Lisboa em 1712. As primeiras ilustrações que apareceram, tanto a original de Pedro Nunes de 1573 como a reprodução seguinte que se conhece, do *Regimiento de Navigación* do espanhol André Garcia de Cespedes, publicado em Madrid em 1606, são demasiado esquemáticas.

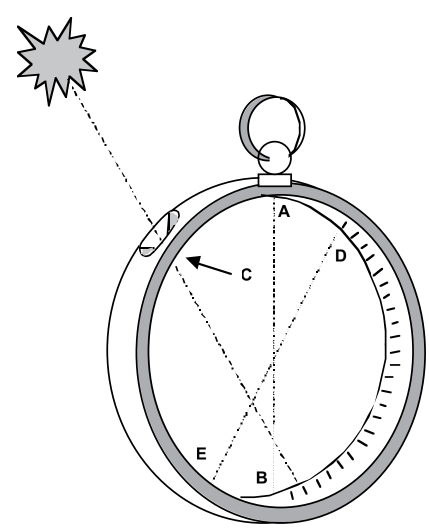


Figura 1. O anel náutico permitia ler a altura do Sol na escala graduada marcada no interior do anel, no arco EBD. A luz do Sol passava através do orifício C e projectava-se nessa escala. Suspenso pela argola A, a linha AB mantinha-se na vertical. Desta forma, se o Sol se encontrasse no zénite a luz seria projectada no ponto E, marcando a altura de 90º. Se se encontrasse na linha de horizonte a sua luz seria projectada no ponto D, marcando a altura de 0º.

Pedro Nunes dá várias indicações práticas para a construção do instrumento. Indica que a espessura do anel devia ser de «um dedo» (medida da época que equivale a pouco menos de 2 cm), e insiste em que o orifício devia ter o menor diâmetro possível. Explica que era necessário «cortar uma certa porção em forma de ângulo», de forma que a luz pudesse passar pelo orifício, qualquer que fosse a posição do Sol. E diz que, «por causa daquela porção de metal que foi retirada do instrumento, o mesmo círculo fica menos pesado» desse lado; para o manter exactamente na vertical seria pois necessário compensar esse perca de peso e «retirar a mesma quantidade de metal da outra parte».

A vantagem do anel náutico sobre um astrolábio normal seria, segundo Nunes, que as marcas na escala EBD «são neste instrumento duas vezes maiores do que seriam se sobre o centro rodasse uma alidade, como vemos no astrolábio habitual».

O anel náutico baseia-se numa propriedade geométrica que Euclides demonstra na proposição 20 do livro III dos seus *Elementos* e que Nunes expressamente refere dizendo que o ângulo «que está na circunferência do círculo contém um arco duplo do que tem vértice no centro». Em linguagem moderna, dir-se-á que o ângulo ao centro, isto é, com vértice no centro do astrolábio, é duplo do ângulo inscrito, isto é, com vértice no ponto C.

O anel náutico representa uma aplicação engenhosa da geometria e foi louvado por alguns estudiosos da época. No entanto, tinha um inconveniente que tornava ilusória a vantagem imaginada por Nunes: por mais diminuto que fosse o orifício, a luz projectada pelo Sol no interior do arco graduado nunca se podia reduzir a um ponto, dado que a nossa estrela não nos aparece como um ponto, mas sim como um disco. Como esse disco tem um diâmetro de cerca de meio grau, a imagem projectada ocupa pelo menos meio grau, o que reduz a precisão do instrumento. Esse inconveniente já não existiria no caso de se pretender medir a altura de estrelas, mas a luminosidade destas não é suficientemente forte para se projectar visivelmente através no arco graduado.

No invento de Nunes parece vislumbrar-se uma característica comum a muitos dos seus trabalhos. O cosmógrafo possui um domínio da geometria e da matemática que o leva a conceber instrumentos imaginativos e potencialmente úteis. No entanto, admite-se que a sua inexperiência na utilização de instrumentos leve a que as suas propostas não sejam tão eficazes como imaginava. Muitas ideias base de Pedro Nunes, no entanto, podem e vêm mais tarde a ter aplicações frutuosas. Assim aconteceu com este instrumento, que não se revelou útil à navegação, mas que deu origem a vários outros, entre os quais o chamado semicírculo graduado. Este último estava dotado de uma mira móvel que permitia apontar para uma estrela e ler a sua altura numa escala semelhante à do anel náutico. A ideia da duplicação do ângulo na escala de medida revelou-se, afinal, uma ideia frutuosa.

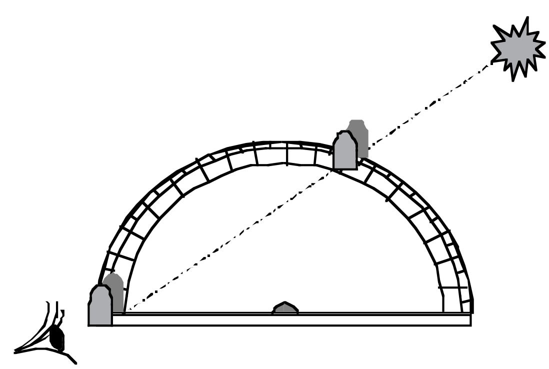


Figura 2. Esquema de funcionamento do semicírculo graduado.

Triângulos e círculos - o Instrumento de Sombras

Entre outros instrumentos sugeridos por Pedro Nunes para a medida das alturas do Sol, houve um que se tornou célebre pela aplicação que dele fez D. João de Castro (1500-1548), o grande intelectual viajante do século XVI. Trata-se de um instrumento simples, semelhante a um relógio de sol, mas com uma inovação muito engenhosa que permitia fazer directamente as medidas das alturas através das sombras projectadas pelo Sol.

Com a tecnologia moderna, é fácil construir um instrumento que leia de forma imediata as alturas. Basta, por exemplo, construir uma base com uma estaca na vertical e estabelecer marcas na base que transformem o comprimento da sombra em alturas angulares. Mas isso implica que as marcas não estejam espaçadas uniformemente, pois o comprimento da sombra não é proporcional à altura angular e sim à sua co-tangente. Enquanto o Sol está perto da vertical, o comprimento da sombra pouco varia; à medida que se aproxima do horizonte, a sombra aumenta rapidamente. Graduar uma escala que traduza em alturas angulares o comprimento da sombra não traz hoje quaisquer dificuldades. Na época, contudo, não era tarefa fácil, que se pudesse confiar aos artífices. Se estes tinham já dificuldade em dividir um ângulo recto em 90 partes iguais, maiores problemas teriam para construir uma escala graduada de forma não uniforme. Pedro Nunes procurou pois uma maneira de transferir a sombra do Sol para um círculo graduado em graus que se encontrasse numa base plana. Se pensarmos um pouco na maneira de resolver o problema, veremos que não é fácil inventar uma solução. O instrumento de Nunes é de uma grande simplicidade, mas de um enorme engenho geométrico.

A base era uma placa, normalmente quadrada, onde se inscrevia um círculo e se traçava uma tangente a esse círculo. Montado sobre o círculo estava uma placa semelhante a um estilo ou gnómon, como nos relógios solares, na forma de um triângulo rectângulo isósceles, com os catetos de comprimento igual ao raio do círculo. O triângulo tinha um cateto assente sobre o raio do círculo que tocava na recta tangente, como se vê na figura. Traçava-se no círculo um diâmetro paralelo à tangente e graduava-se a circunferência de 0º para 90º, nas direcções do diâmetro para o ponto da tangente. Com essa graduação mediam-se directamente as alturas do Sol. Se se quisesse medir distâncias zenitais, graduar-se-ia o círculo do ponto tangente para o diâmetro.

Para medir a altura do Sol, começava-se por colocar a base do instrumento na horizontal. Rodava-se depois essa base até que o bordo da sombra do triângulo coincidisse com a recta tangente. A altura do astro lia-se directamente no círculo graduado.

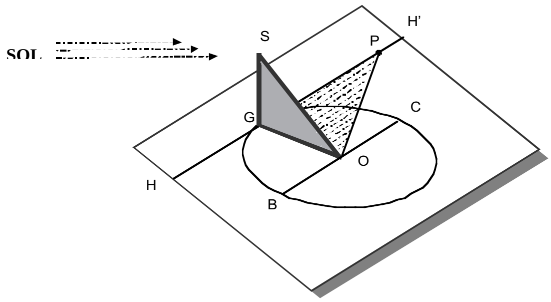


Figura 3. O instrumento de sombras de Pedro Nunes é constituído por uma base horizontal onde se fixa verticalmente uma placa em forma de triângulo rectângulo isósceles. Um dos catetos desse triângulo coincide com o raio OG, perpendicular à tangente HH', outro fica na vertical sobre o ponto G. Marca-se o diâmetro BOC paralelo à tangente HH' e gradua-se a circunferência de B para G e de C para G. Para medir a altura *h* do Sol, roda-se o conjunto até que a sombra do cateto GS, perpendicular à base, se alinhe com a tangente HH'. O ângulo *h* é igual ao ângulo horizontal *h*' (GPO) pois os triângulos OGP e SGP são iguais (são ambos rectângulos, têm um cateto comum, GP, e dois iguais: SG = OG). Por sua vez, o ângulo *h*'' (COP) é igual a *h*' pois são ângulos alternos internos nas paralelas HH' e BC.

O princípio geométrico deste instrumento é simples, mas só depois de descoberto. Os raios de sol fazem um ângulo com o plano horizontal que corresponde à altura angular do astro. Ao colocar a placa de forma a fazer coincidir a sombra com a recta tangente, esse ângulo é transferido para a placa horizontal, onde se lê directamente.

Pedro Nunes chamou ao seu aparelho «instrumento jacente no plano» e foi D. João de Castro que o designou por «instrumento de sombras». Este fidalgo dá-nos notícia da sua utilização prática no seu *Roteiro de Lisboa a Goa,* obra que fez publicar em 1538. Na sua viagem testou repetidamente o aparelho, tal como um outro, também referido como instrumento de sombras, e que se destinava a determinar a declinação da agulha magnética, isto é, o seu desvio em relação ao norte verdadeiro. Esse outro instrumento foi também sugerido por Pedro Nunes, mas Francisco Faleiro, que com o seu irmão Rui esteve associado à viagem de Fernão de Magalhães, apresentara antes a mesma proposta, pelo que dele não nos ocuparemos aqui.

O objectivo central dos testes de D. João de Castro era pôr à prova uma regra que Pedro Nunes tinha sugerido para medir «a altura do Sol a toda a hora» e que se baseava em duas alturas solares extrameridianas. Uma semana após ter saído de Lisboa na sua primeira viagem à Índia, o nobre português mediu a altura do Sol em dois momentos diferentes e calculou encontrar-se a 29º 30' de latitude norte. Pouco depois, o piloto obteve 29º 20' pelo regime habitual de medição da altura do Sol ao meio dia e ficou «muito espantado», como o relata D. João de Castro, ao abrir o «escrito cerrado» que este lhe enviara e ver nele a indicação correcta da latitude. O procedimento de Pedro Nunes e as medidas do instrumento de sombras voltaram por várias vezes a dar bons resultados durante a viagem, pelo que Castro não cessou de lhe tecer louvores. Apesar disso, o instrumento não se difundiu entre os pilotos e só se volta a ter dele notícia mais de cem anos depois, quando outro autor, António Carvalho da Costa, o ressuscitou com algumas alterações na sua obra *Via Astronómica,* publicada em Lisboa em 1676 (V. Albuquerque 1988).

Apesar dos louvores de D. João de Castro, é natural que os pilotos tivessem preferido continuar a utilizar os regimentos clássicos de medida da latitude pela altura do Sol ao meio dia ou, de noite, pela das estrelas. Esses processos eram mais práticos, pois davam a latitude através de uma medida única, a que se seguiam cálculos fáceis de efectuar por consulta das tabelas. Como o instrumento de sombras apareceu sobretudo associado à avaliação da latitude através de duas medidas de alturas, e como os cálculos são muito mais morosos com esse método, é natural que o invento de Pedro Nunes tenha caído no esquecimento.

Referências Bibliográficas

Albuquerque, Luís de (1988). Instrumentos de Navegação, Lisboa, Comissão Nacional para as Comemorações dos Descobrimentos Portugueses.

Carvalho, Rómulo de (1961). «Posição histórica da invenção do nónio de Pedro Nunes», *Palestra* 9, Lisboa, agora in *Rómulo de Carvalho – Colectânea de Estudos Históricos (1953–1994)*, Évora, Universidade de Évora 69–99.

Reis, António Estácio dos (1999). «O Nónio de Pedro Nunes», *Oceanos* 38, 66–80.

Pedro Nunes e a Descoberta da Curva Loxodrómica,

ou como, no século dezasseis, a navegação com o globo não resolveu as dificuldades resultantes do uso de cartas planas (*)

W. G. L. Randles
École des Hautes Études en Sciences Sociales, Paris

Este artigo foi primeiramente publicado, em inglês, na "Revista da Universidade de Coimbra", Vol.35, 1989, e é aqui reproduzido em português com a generosa permissão do autor e do director daquela revista, Professor Aníbal Pinto de Castro.

Para superar as dificuldades de navegação com cartas planas em latitudes elevadas,[1] terão os pilotos portugueses da primeira metade do século dezasseis pensado em navegar com a ajuda de globos e terão tentado utilizá-los para navegarem em rotas ao longo de círculos máximos? A opinião generalizada é que não o fizeram. Contudo o matemático Pedro Nunes (1502-1578) relata num pequeno tratado (publicado em 1537, provavelmente escrito em 1534)[2] intitulado *Tratado que ho doutor Pero Nunez fez sobre certas duvidas da navegação,*[3] como o navegador Martim Afonso de Sousa, no seu regresso do Brasil em 1530-32, lhe tinha pedido para resolver dois problemas de navegação surgidos durante a viagem.

Transcreve-se em seguida o primeiro problema, que na realidade é um duplo problema:

«Não há muitos dias [...] que falando com Martim Afonso de Sousa sobre a navegação que fez pelas partes do sul, entre outras coisas me disse com quanta diligência e por quantas maneiras tomara as alturas dos lugares em que se achara, e verificara as rotas por que fazia os seus caminhos, mas que de duas coisas se espantou muito que em sua viagem experimentou: e era. A primeira que estando o sol na linha em todos os lugares em que se achou lhe nascia em leste e se lhe punha no mesmo dia em oeste, isto igualmente sem nenhuma diferença ora se achasse da banda do norte ora da banda do sul. E perguntou-me por que razão se navegamos a leste ou oeste vamos por um paralelo, em uma mesma altura sempre, sem nunca podermos chegar ao equador onde levamos a proa juntamente com o leste da agulha.»[4]

Apesar de o diário de viagem de Martim Afonso de Sousa, escrito pelo seu irmão Pero Lopes de Sousa, ter chegado até nós, ele não refere nada sobre o problema que submeteu a Nunes e o texto acima citado permanece a nossa única fonte.[5]

Se a nossa leitura da última frase do texto é correcta, não podem restar dúvidas de que Martim Afonso de Sousa estava a procurar traçar sobre um globo uma rota ao longo de um círculo máximo no seu regresso do Brasil, uma vez

* Traduzido de «*Pedro Nunes and the discovery of the loxodromic curve, or how, in the sixteenth century, navigating with a globe had failed to solve the difficulties encountered with the plane chart*», Revista da Universidade de Coimbra, Vol. XXXV, 1989, pp. 119-130. Tradução de Suzana Metello de Nápoles, revista por João Filipe Queiró, Henrique Leitão e pelo autor. Nas citações das obras de Pedro Nunes em língua portuguesa, optou-se por transcrever as passagens originais, com alguns acertos de termos e de pontuação para tornar o texto mais facilmente compreensível, mantendo entre colchetes os comentários de Randles. Nas citações de textos em latim fez-se a tradução para português da interpretação dos mesmos por Randles.

[1] Cf. W. G. L. Randles, «From the Mediterranean portulan chart to the marine world chart of the Great Discoveries: the crisis in cartography in the sixteenth century» in *Imago Mundi*, Vol. 40 (1988), pp. 111-114.

[2] Segundo A. Fontoura da Costa, *A Marinharia dos Descobrimentos*, Lisboa, 2ª ed., 1939, p. 219.

[3] Em Pedro Nunes, *Obras*, Lisboa, 1940, Vol. I, pp. 159-174.

[4] Pedro Nunes, *op. cit.* p. 159.

[5] Pero Lopes de Sousa, *Diário da Navegação de Pero Lopes de Sousa (1530-32)*, Prefácio do Comandante A. Teixeira da Mota, Leitura do Doutor Jorge Morais Barbosa. Ed. Agência Geral do Ultramar, Lisboa, 1968.

que só sobre um globo uma rota orientada para leste com uma bússola poderia, em teoria, levá-lo ao equador. A nossa interpretação baseia-se em Rodolfo Guimarães que escreveu, «...cést que en partant d'un certain lieu dans une direction rigoureusement perpendiculaire au méridien que [Martim Afonso de Sousa] voyait *sur la sphere* [itálico nosso] qu'il devrait bientôt croiser l'équateur...»[6]

O facto, frequentemente citado, de os navegadores portugueses não usarem globos para traçar as suas rotas, tem origem num decreto do rei D. Manuel datado de 1504 que proibia o seu uso nos navios.[7] As suas razões, não justificadas, devem ter pretendido evitar a divulgação de conhecimentos cartográficos pelas nações rivais, e não devem ter sido preocupações com problemas técnicos resultantes da navegação com globos. Navegadores experimentados poderão ter sido autorizados a levá-los.

A carta marítima, usada pelos marinheiros daquele tempo, era a carta portulano mediterrânica normal baseada em linhas de rumo magnéticas, a que se tinha acrescentado, desde provavelmente o princípio do século dezasseis, um meridiano graduado. O meridiano graduado tinha como finalidade introduzir na carta paralelos celestialmente determinados (não marcados directamente) e ao mesmo tempo, *de uma forma implícita*, a existência de meridianos (também não marcados), paralelos uns aos outros. A carta tinha então o aspecto implícito de uma carta plana quadrada.[8] Uma vez que nem a concepção da carta quadrada verdadeira, nem os princípios básicos do portulano mediterrânico tiveram em conta a convergência dos meridianos, resultou um grande exagero na distância leste-oeste para latitudes elevadas.[9]

As dificuldades intrínsecas deste problema foram admitidas pelo piloto João de Lisboa no seu *Livro de Marinharia*, uma colecção de textos usualmente datada de cerca de 1550. Uma vez que o texto citado aparece traduzido por Martin Fernandez de Enciso no seu *Suma de Geographia*, Sevilha, 1519,[10] poderá ser datado dessa época. João de Lisboa escreve: «... asy se poderia e deviam de fazer as cartas em fegura de quadrante [termo que parece designar um «quarto» de uma esfera desenhada numa superfície plana mostrando a convergência dos meridianos] pera que conformassem com o corpo esperico [da terra] que he redondo / porem como as cousas [= gomos] de todo o esperico vão jumtas fazemse em plano por lomgetude por que os que maream nam sam estrolliqos [astrónomos] e se algum o he por açidente e por que em plano compreendem milhor pratiqua com aquillo que seus entendimentos allcanção da teoriga segundo abelidade de cada hum por isso eu vemdo que devia por obra a otilidade comum e nam a particolar acordey de a fazer em plano pera que o comum a entendese milhor...»[11]

Tendo em conta o referido acima, é possível que, para contornar o problema dos meridianos convergentes, os navegadores tenham tentado traçar as suas rotas usando globos. O resultado, como Martim Afonso de Sousa descobriu, não foi satisfatório, uma vez que não se pode usar uma bússola para traçar sobre um globo uma rota ao longo de um círculo máximo sem recorrer a correcções constantes em intervalos regulares. De facto, a bússola não tem em conta a convergência dos meridianos. Um rumo constante mantido com a bússola produz na carta marítima um caminho em linha recta que corta sempre os meridianos segun-

[6] Rodolfo Guimarães, *Sur la vie et l'oeuvre de Pedro Nunes*, Coimbra, 1915, p. 26 (original em francês).

[7] J. Ramos Coelho (ed.), *Alguns Documentos da Torre do Tombo*, Lisboa, 1892, pp. 138-139 («...defendemos que não façam nenhuns mestres das cartas de marear, nem outros alguns oficiais, nenhumas pomas grandes nem pequenas, de pouco, nem muito, porque não queremos que se façam em maneira alguma...»).

[8] Este é o termo utilizado por Pedro Nunes, «Tratado... em defensam da carta de marear», in *Obras*, Vol. I, Lisboa, 1940, pp. 176-77. Cf. as observações muito pertinentes de Luís de Albuquerque que dizem que as cartas de marear portuguesas do século dezasseis não eram verdadeiramente cartas planas quadradas. Luís de Albuquerque, *Ciência e Experiência nos Descobrimentos Portugueses*, Biblioteca Breve, Lisboa, 1983, pp. 15-19, e Idem. «Considerações sobre a carta portulano» em *Revista da Universidade de Coimbra*, Vol. 31 (1984), pp. 19-22.

[9] Cf. A análise deste problema em W. G. L. Randles, *art. cit*. pp. 112-113.

[10] Martin Fernandez de Enciso, *Suma de Geographia*, Sevilha, 1519, sign. b.ix(v.)—b.x.(r.).

[11] João de Lisboa, *Livro de Marinharia*, ed. J. Brito Rebelo, Lisboa, 1903, pp. 197-98. Marcel Destombes chamou a atenção para uma carta no museu Top Kapu Sarayi em Istambul, que atribuiu a Pedro Reinel e que data de entre 1522 e 1524, e que foi provavelmente apresentado na Conferência de Badajoz em 1524. A carta representa o hemisfério sul com os meridianos convergentes, tal como João de Lisboa afirmou que deveria ser idealmente o caso. Contudo, a carta foi provavelmente preparada para objectivos diplomáticos mais do que para ser usada na navegação. Cf. Marcel Destombes, «L'Hémisphère austral en 1524; une carte de Pedro Reinel à Istanbul» em Marcel Destombes, *Selected Contributions to the History of Cartography and Scientific Instruments*, eds. Gunter Schilder, Pieter van der Krogt & Steven de Clerq, Utrecht/Paris, 1987, pp. 175-184 (com uma ilustração da carta).

do ângulos iguais pelo que os meridianos ficam paralelos uns aos outros.[12]

Pedro Nunes continua, no seu *Tratado... sobre certas duvidas*, a explicar porque é que, quando se inicia uma rota de círculo máximo e com rumo a leste, nunca se chega ao equador.[13] «Mas posto que o círculo grande sobredito nos encaminhe ao oriente equinocial [= o ponto em que o equador intersecta uma rota ao longo de um círculo máximo determinada a leste *no momento de partida*] e se represente pelo leste da agulha e quem pelo tal círculo for vá ter ao dito oriente equinocial, não havemos porém de cuidar que quem por ele for irá a leste [para atravessar o equador] porque tanto que por ele andar, achará que o leste da agulha não vai na proa do seu navio. E andando espaço de caminho em que esta diferença se possa sentir, achará que vai já por outro rumo. E portanto o que governa, sem entender o porque o faz, emenda logo de princípio a sua navegação, se quer ir numa mesma altura. E é isto por tal maneira que se governássemos a leste [em rota determinada no ponto de partida] e atássemos o governalho de sorte que nenhuma mudança fizesse, e o mar fosse tão tranquilo que nenhuma coisa embargasse a nossa navegação, e por cima de tudo isto o vento nos favorecesse como quiséssemos, e corresse para aquela parte onde vai endereçado o leste da agulha, todavia se assim andássemos notável espaço de caminho e olhássemos a agulha acharíamos que íamos fora de leste [numa rota ao longo de um círculo máximo para atravessar o equador].»[14]

A citação anterior explica-nos que a relação entre o rumo de leste com a bússola e a rota segundo o círculo máximo tal como é dada no momento da partida, não se mantém constante à medida que a viagem prossegue. Se o barco fosse direccionado desde o ponto de partida para atravessar o equador sobre um círculo máximo, um rumo da bússola apontado para leste mostraria, à medida que a viagem prosseguia, uma direcção diferente da do barco e procuraria colocá-lo numa rota paralela ao equador, tornando-se cada vez mais próxima dele mas sem nunca o atravessar.

Para um barco que parte a norte do equador e se afasta dele, um rumo constante fixado por uma bússola, se respeitado pelo homem do leme, levaria o barco num caminho em espiral cada vez mais próximo do pólo norte, apesar de nunca o atingir.[15] Trata-se da curva loxodrómica, o rasto de um navio num rumo magnético constante cortando todos os meridianos segundo o mesmo ângulo.[16] A palavra nunca é usada por Nunes, embora apresente diagramas dessa curva nos seus textos de 1537.[17]

No seu *Tratado... em defensam da carta de marear* (1537), Nunes sugere vagamente que tinha vislumbrado a ideia da curva loxodrómica na *Geografia* de Ptolomeu.[18] «E é que vendo Ptolomeu [escreve Nunes] que o caminho que se faz por uma rota não é por círculo maior que é o direito e contínuo».[19] Nada indica que Ptolomeu alguma vez tivesse aflorado o conceito de curva loxodrómica e não há qualquer facto que fundamente tal ideia. A curva loxodrómica nasceu da experiência prática de navegadores e não foi de forma alguma um postulado teórico. Nunes pode ter procurado ligar a sua descoberta a Ptolomeu para lhe dar maior crédito.

Nos seus textos em português, Nunes refere-se à curva loxodrómica usando apenas as expressões *fazendo grandes rodeos* ou *hua certa maneira de linhas curvas*[20] ou *hua linha curva e irregular*.[21] A palavra «loxodromia» é uma tradução latina, de inspiração grega, da palavra holandesa *kromstrijk* (linha curva) usada por Simon Stevin no seu trabalho *Wisconstige Ghedachtenisse* (1608) para descrever a desco-

---

[12] Aqui não foi tido em conta o fenómeno da declinação magnética, que é um problema separado, reconhecido, mas não compreendido com clareza no século XVI.

[13] Nunes está a imaginar um navio que regressa a Portugal partindo da costa leste do Brasil num rumo nordeste para atravessar o equador.

[14] Pedro Nunes, op. cit. ed. Cit. Vol. I, p.161.

[15] No seu texto em português, Nunes pensava que os pólos seriam atingidos, mas no seu texto de 1566 em latim, escreveu que o barco se aproximava cada vez mais, mas nunca tocava nele. Pedro Nunes, «Tratado ... defensam da carta de marear», em *Obras*, Vol. I, p. 184, e Pedro Nunes, *Opera*, Basileia,1566, cap.24, p. 173.

[16] Cf. a definição matemática dada por Raymond d'Hollander. «Méthodes de la cartographie des grandes découvertes. Histoire de la loxodromie» em *Cartographie du monde au Moyen Âge et à la Renaissance*, C.T.H.S. Paris, 1989.

[17] Pedro Nunes, «Tratado...sobre certas duvidas...» em *Obras*, Vol. I, p. 168 e idem «Tratado ...em defensam...» em *Obras*, Vol. I, p. 183.

[18] Cf. a observação de Joaquim de Carvalho na introdução a Pedro Nunes, *Defensão do Tratado da Rumação do Globo para a Arte de Navegar*, [*s.d.*], Coimbra, 1952, p. xx.

[19] Pedro Nunes, «Tratado... em defensam da carta de marear» em *Obras* Vol. I, p. 183.

[20] Pedro Nunes, *Obras* Vol. I, pp. 167-68.

[21] Idem, *Obras* Vol. I, p. 183.

berta de Nunes. «Loxodromia» em grego aparece pela primeira vez na tradução latina feita por Willibrord Snel van Royen do trabalho em holandês de Stevin, intitulado *Hypomnemata mathematica*, Lyon, 1605-1608.[22]

Simon Stevin desenvolveu a sua análise da curva loxodrómica, não a partir da leitura do texto de Nunes em português, mas duma versão em latim mais desenvolvida e mais clara incluída no seu *Opera* publicado em Basileia em 1566[23] (mais tarde reeditada em Coimbra em 1573).

No Livro II, Capítulo 21 do seu trabalho, Nunes explica como a curva loxodrómica é experimentada num navio. «No princípio do livro anterior[24] mostrámos que a linha [rasto] que um barco faz na sua rota (excepto quando a rota é ao longo de um meridiano ou do equador) não é circular, mas é composta de pequenos segmentos de círculos máximos. Mas salientámos, com boas razões, que essa particular linha curva [rasto] é de uma forma diferente [de um círculo máximo] e é semelhante a uma espiral e que é feita de dois movimentos. Que o movimento para diante (*latio*) de um barco quando segue uma rota (diferente da correspondente a um meridiano [i.e.N/S] ou ao equador [i.e.E/W]) seja derivado de dois movimentos para diante (*lationibus*) e de dois impulsos (*motoribus*), pode ser facilmente compreendido. Um movimento para diante é aquele pelo qual um barco com o eixo no plano de um círculo máximo direccionado para um ponto do horizonte, é levado para a frente quer pelo vento quer pela força dos seus remos. O outro movimento para diante verifica-se para o lado (*in latus*) ou obliquamente, quando o homem do leme com a mão na cana do leme e guiado pela agulha da bússola, afasta o barco lateralmente da direcção em que estava direccionado quando iniciou a rota. Isto acontece porque, quando o barco avança, atravessa novos meridianos e é direccionado sucessivamente para novos pontos no horizonte, e assim o barco mantém-se direccionado para sucessivos pontos no horizonte que têm uma relação constante uns com os outros. Assim, tendo em conta esta situação, a linha percorrida pelo navio, a que chamaremos rumo, não será nem um círculo [máximo], nem feito de partes [arcos] de círculos [máximos]. Contudo, para nós parece de modo diferente. Porque observamos que o barco é levado ligeiramente para a frente, antes de ser virado para o lado,[25] e assim consideramos a linha composta de pequenos segmentos de círculos máximos. Porque é que então o barco é constantemente virado para o lado, quando apesar de ser levado pelo vento uma pequena distância sobre uma rota ao longo de um círculo máximo, o homem do leme mal nota que o navio está virado para uma direcção diferente?»[26]

Em vez de permitir que a curva loxodrómica distorça a rota de navegação ele deve, diz Nunes, seguir o rumo de um círculo máximo e efectuar as necessárias correcções a intervalos regulares. É esta a sua explicação do que deve ser feito em *Tratado ... sobre certas duvidas*. «E este é outro proveito de ir por círculo máximo que é andar menos caminho, mas quem por ele for saiba que lhe convém mudar a rota cada hora segundo a mudança que fazem nos ângulos da posição dos lugares os novos meridianos com o círculo por que vamos [com isto, pretende significar a alteração do ângulo de intersecção do meridiano com a rota ao longo do círculo máximo no ponto em que o barco está quando a alteração é medida, comparando com o ângulo de intersecção no ponto onde o barco se encontrava anteriormente quando o ângulo tinha sido medido]. E a invenção e subtileza disto que já é grande, consiste em saber quanta quantidade crescem ou minguam estes ângulos no processo do caminho sobre a quantidade do ângulo ou rota com que partimos. E quem desta maneira andar irá caminho direito».[27]

No seu outro tratado em português *Tratado ... em*

[22] Cf. Livro IV (1608), pp. 85-87. Cf. também Hermann Wagner, «Gerhard Mercator und die ersten Loxodromen auf Karten» em *Annalen der Hydrographie und Maritimen Meteorologie*, Bd. 43, Heft VII-IX, Berlim, 1915, p. 302.

[23] Pedro Nunes, «De regulis & instrumentis ad varia rerum tam maritimarum quam coelestium apparentias deprehendas, ex Mathematicis disciplinis, Liber II», em *Opera*, Basileia, 1566.

[24] Trata-se de uma referência ao Livro I do texto em latim, que é uma tradução dos seus trabalhos anteriores em português, «Certas duvidas da navegação» e «Tratado... em defensam da carta de marear», ambos publicados em Lisboa em 1537.

[25] O Professor Pierre Costabel realçou-nos a importância da natureza sequencial dos dois movimentos.

[26] Pedro Nunes, «De ijs quae praemitti debent ad ducendum eas lineas in globo quaes nautae rumbos appellant» no Capítulo 21 do Livro II de Nunes, *Opera*, Basileia, 1566, p. 158.

[27] Pedro Nunes, «Tratado sobre certas dúvidas da navegação» em *Obras*, Vol. I, p. 167.

defensam da carta de marear (1537), Nunes propôs um método matemático para introduzir as correcções necessárias para manter a rota de um barco sobre um círculo máximo. Imaginando um barco que parte do equador na direcção NE, Nunes considera um triângulo esférico em que um lado é o arco de meridiano que une o ponto de partida do barco com o pólo, outro lado é a rota ao longo de um círculo máximo que o navio tenciona seguir, e o terceiro lado é o arco de meridiano que une o pólo com o ponto alcançado pelo barco depois de ter subido um grau de latitude na sua rota sobre o círculo máximo. Depois de prolongar o lado do triângulo que está sobre o círculo máximo para formar um ângulo externo com o segundo meridiano, Nunes recorre ao teorema de Geber que diz que os senos dos ângulos de um triângulo esférico são inversamente proporcionais aos senos dos arcos opostos,[28] e supondo que o seno de um ângulo obtuso interno do triângulo é o mesmo que o do ângulo externo suplementar, compara o ângulo externo com o ângulo do rumo no ponto de partida no interior do triângulo. A diferença entre os dois dá a correcção necessária para manter o barco na sua rota ao longo de um círculo máximo.

Não existe uma referência directa ao teorema de Geber no texto em português, mas o nome de Geber aparece na versão latina publicada em 1566, onde a explicação é mais clara.[29]

O método de Nunes de introduzir correcções para contrariar o efeito da curva loxodrómica, com vista a manter o navio numa rota ao longo de um círculo máximo, nunca foi adoptado pelos marinheiros portugueses. A margem de erro na mudança de latitude de um grau, tal como ele sugeriu para a introdução de sucessivas mudanças de rota, tornaria toda a operação impraticável, dada a falta de precisão dos instrumentos disponíveis na época.

Nunes era um «savant de cabinet» e não um navegador. Os seus tratados em português, o seu método de correcção para a navegação ao longo de círculos máximos e a sua matemática foram violentamente atacados por Diogo de Sá, que não era mais navegador que Nunes, no seu trabalho *De Navigatione*, publicado em Paris em 1549.[30] Embora se diga que Diogo de Sá viajou para a Índia, não parece que essa experiência tenha alterado o seu espírito aristotélico conservador, ou atenuado a sua aversão pela matemática. Contudo, algumas das suas observações sobre a praticabilidade do método de correcção de Nunes para a navegação ao longo de círculos máximos são dignas de citação. Antes de o fazer, deve realçar-se que Diogo de Sá tinha lido apenas os tratados de Nunes em português e nunca tinha visto a versão em latim.

Eis o que Diogo de Sá escreve sobre o método proposto por Nunes para a navegação ao longo de círculos máximos. O texto está na forma de um diálogo entre um matemático e um filósofo. O filósofo exprime o ponto de vista de Diogo de Sá, o matemático o de Nunes. «A utilidade que você [= o matemático, Nunes] diz que tem um círculo máximo, é para quem desejar viajar no mar sem se voltar para um lado ou para o outro. E eu digo que não só isto é impossível, como também a vaidade fútil de quem o fizesse seria digna de troça. Quem, pergunto-lhe, é que me vai mostrar esses ângulos para que eu possa navegar consoante eles são iguais ou diferentes? Se me diz que a agulha da bússola, dentro do barco, não pode fazer mais do que indicar o leste, ou qualquer outro rumo para eu seguir, e, o que é mais, se me disser que o barco me vai indicar esses ângulos, está redondamente enganado, porque o barco não o pode fazer, e pode apenas, levado pelo vento, seguir um rumo dado pela agulha de uma bússola em qualquer das suas direcções. Então quem é que me vai indicar esses ângulos? Peço ao mar para mos mostrar? O mar dir-me-á que o mar está em toda a parte, e em toda a parte é igual, e não me pode mostrar nenhum deles. Consequentemente, só sobre a carta os posso procurar. Vamos então à carta [i.e. a carta plana quadra-

[28] Geber (Jabir ibn Aflah) (primeira metade do século XII), *De Astronomia libri IX*, tradução do latim por Gerard de Cremona, segunda metade do século XII. Inicialmente publicado por Peter Apian, Nuremberg, 1534. Cf. Livro I, Prop. XIII (p.11) («Declaro que em qualquer triângulo formado por arcos de círculos máximos, a proporção do seno de cada lado para o seno do arco do ângulo que esse lado subtende é constante».).

[29] Pedro Nunes, «Tabulam quandam numerorum edere, cuius adminiculo in dato globo rumbos quoslibet describamus», em *Opera*, Basileia, 1566, Livro II, Capítulo 23.

[30] Sobre Pedro Nunes e Diogo de Sá, ver o estudo muito completo de Luís de Albuquerque, «Pedro Nunes e Diogo de Sá», em *As Navegações e sua projecção na Ciência e na Cultura*, Publicações Gradiva, Lisboa, 1987, pp. 57-59.

da] e veremos que todas os rumos leste/oeste são em toda a parte perpendiculares aos rumos norte/sul e ao longo de todo o caminho percorrido, e o mesmo acontece para todos os rumos e contra-rumos [...] Uma vez que isto é assim, como, ou por quem, pode você provar que qualquer um que se desloque de leste para oeste possa saber que deve alterar a sua rota de hora a hora tendo em conta a variação [do ângulo] dos meridianos relativamente ao círculo máximo ao longo do qual navegamos? Num tal estado de coisas, navegar desta maneira não pode levar a mais do que andar a fazer ângulos no mar».[31]

Se Diogo de Sá fosse um prático da navegação, as suas críticas, feitas do ponto de vista de um piloto, teriam parecido mais pertinentes e teriam tido mais peso do que as teimas sarcásticas do seu espírito escolástico.[32]

Outro tratado de Pedro Nunes sobre problemas de navegação, escrito em português, foi descoberto em 1949 na Biblioteca Nacional de Florença. É um manuscrito sem título e sem data e foi publicado em 1952 por Joaquim de Carvalho, que lhe deu o título *Defensão do Tratado da Rumação do Globo para a Arte de Navegar*.[33] A obra parece ter sido incorporada nos tratados latinos de Nunes publicados em 1566. Sem mencionar o nome de Diogo de Sá, Nunes refere, no fim do manuscrito, como tinha sofrido com as críticas dirigidas aos seus trabalhos. «Dizem mal de meus tratados aproveitando-se deles e usando muitas vezes de minhas próprias palavras, e querendo falar em tudo danam tudo. Tenho determinado por esta razão, acabando de alimpar algumas obras que escrevi, passar meus estudos à filosofia, e a largar-lhes as matemáticas, no estudo das quais perdi a saúde irremediavelmente».[34]

Que o trabalho de Nunes era conhecido fora de Portugal é comprovado por uma tradução manuscrita inédita dos seus dois tratados em português que se encontra na Biblioteca Nacional de Paris.[35] A tradução, ao ser examinada, revela ser tão literal que fica claro que o tradutor não percebia o que estava a traduzir.

O flamengo Michel Coignet, na sua *Instruction Nouvelle...* (edição em latim de 1578)[36] mostra que leu os textos latinos de Nunes e que se tinha inteirado do conceito de curva loxodrómica, a que chama *voies tortues* ou *lignes spirales*. Coignet admitiu a dificuldade em aplicar as indicações de Nunes para a navegação ao longo de círculos máximos, sobre o que escreveu: «...todas as suas imaginações [de Nunes] são apenas, na maioria, coisas pouco praticáveis e, por isso, de pouca eficácia para os pilotos».[37]

O inglês Robert Hues, no seu *Tractatus de Globis et eorum usu*, Londres, 1594,[38] cita Nunes e expõe de forma clara o seu conceito de curva loxodrómica, criticando-o num pequeno ponto: «E assim não posso estar de acordo com Pedro Nonius, para quem os rumos seriam compostos de porções de círculos máximos. Porque se virmos que a porção de um círculo máximo, sendo intersectada por meridianos diferentes, por muito próximos que estejam um dos outro, faz ângulos diferentes com eles, um rumo não pode ser composto por elas, pela proposição anterior.[39] Mas esta desigualdade de ângulos não é perceptível pelos sentidos (disse ele), a não ser que seja em meridianos bastante afastados uns dos outros. Seja assim. Não obstante, o erro desta posição pode ser descoberto com arte e demonstração. Nem fica bem a tão grande matemático examinar as regras da arte através do julgamento dos sentidos».[40]

Hues tinha evidentemente razão nesta crítica expressa do ponto de vista de um matemático puro. Mas a solução de Nunes era uma aproximação, e a diferença sugerida de um

[31] Diogo de Sá, *De Navigatione*, Paris, 1549, f. 80 (r.-v.). O Professor Luís de Albuquerque tem em prepararação para publicação uma tradução em português do livro de Diogo de Sá e exprimo os meus agradecimentos pela amabilidade que teve em me disponibilizar uma fotocópia. Contudo, a tradução anterior é feita do latim e da minha inteira responsabilidade.

[32] Um dos argumentos escolásticos (mas não evocado por Diogo de Sá) contra a existência da curva loxodrómica era que a força da gravidade (gravidade aristotélica) actuando a partir do centro da terra, puxaria o barco de forma a mantê-lo numa rota ao longo de um círculo máximo (!).

[33] Pedro Nunes, [*Defensão do Tratado da Rumação do Globo para a Arte de Navegar*], Subsídios para a História da Filosofia e da Ciência em Portugal, IV, publicados por Joaquim de Carvalho, Coimbra, 1952.

[34] Pedro Nunes, *op. cit.* p. 31.

[35] Pedro Nunes, *Traité de Navigation*, s. d., Ms Fr, 1338 (Fonds Colbert), Bibliothèque Nationale, Paris.

[36] Michel Coignet, *Instruction Nouvelle des poincts plus excellents et nécessaires touchant l'art de naviguer*, Antuérpia, 1581, Chap. IIII, «Des cartes marines et de ce qu'en dépend», pp. 16-26.

[37] Idem, p. 26.

[38] Cf. a edição inglesa, *A Learned Treatise of Globes, both celestial and terrestrial*, Londres, 1638, re-editado por Clements R. Markham, Hakluyt Society, 1st Series, Vol. 79, Londres, 1889. A edição francesa é de Paris, 1618.

[39] A «proposição anterior» afirmava que: «Um círculo máximo que passe por um lugar que não esteja no equador não pode cortar meridianos diferentes segundo ângulos iguais».

[40] Robert Hues, *A Learned Treatise of Globes*..., edição da Hakluyt Society, p. 130.

grau, embora demasiado grande de um ponto de vista matemático, era negligenciável para a prática da navegação na época. A censura de Hues de que Nunes se tinha baseado em «o julgamento dos sentidos» é bastante injusta.

Outro inglês, Edward Wright, no seu *Certaine Errors of Navigation*, publicado em 1599, foi muito influenciado pelo *Tratado em defensam da carta de marear* de Nunes, copiando deste tratado a maior parte do seu primeiro capítulo.[41] A parte que copiou dizia respeito ao exagero na carta da distância real entre Lisboa e os Açores. Seguindo a opinião de Nunes, Wright explica a vantagem de navegar ao longo de círculos máximos. Como Nunes, Wright defende a «carta marítima com meridianos equidistantes e rumos rectilíneos». «E embora o globo», declarou, «seja elogiado por alguns como o mais absoluto e perfeito para todos os percursos e climas, pela sua instabilidade, dificuldade de transporte e de arrumação, e uso quase sempre fastidioso na navegação [...] será na maior parte das vezes inconveniente, e não tão adaptado e pronto para o uso comum pelos marinheiros no mar como o planisfério naútico correctamente feito».[42]

O «planisfério naútico correctamente feito» de Wright baseia-se na projecção de Mercator com latitudes crescentes e Wright é o primeiro a elaborar uma tabela para calcular a projecção de Mercator.[43]

Por último chegamos à influência de Nunes sobre Mercator, assunto que acendeu uma polémica que teve lugar entre Joaquim Bensaúde e Herman Wagner.[44]

Wagner, na sua resposta a Bensaúde, reconheceu a prioridade de Nunes sobre Mercator no que respeita à descoberta da curva loxodrómica e da influência do primeiro sobre o segundo. Contudo, Wagner insistiu em que Mercator tinha construído o seu globo (1541) com loxodromias traçadas (embora não chegando ao pólo) antes de Nunes ter publicado no seu texto em latim o processo para fazer isto. Wagner admitiu que Nunes, no seu trabalho em português de 1537, foi o primeiro a desenhar, num mapa em projecção polar, dois arcos loxodrómicos do equador ao pólo. Mas estes desenhos têm erros apreciáveis e assim, segundo Wagner, Mercator foi o primeiro a desenhar correctamente loxodromias no seu globo de 1541. Uma vez que Mercator não dá qualquer explicação sobre como fez isto, pode dizer-se que Pedro Nunes foi o primeiro a descrever, no seu texto latino de 1566, um método para desenhar loxodromias sobre um globo usando a sua própria definição matemática.[45]

A fama de Mercator reside, como é bem sabido, no seu mapa de 1569, onde eliminou os problemas da curva loxodrómica para os marinheiros, espaçando os paralelos em intervalos crescentes do equador até aos pólos, mediante o uso do método das «latitudes crescentes». O seu mapa baseia-se numa projecção congruente, isto é, os ângulos são constantes, de forma que a projecção faz com que as loxodromias apareçam como linhas rectas. O mapa torna-se assim um instrumento sem igual para a navegação, uma vez que habilita os marinheiros a resolverem gráfica e simplesmente todos os problemas relacionados com a navegação loxodrómica.

Mercator não deu qualquer explicação sobre os seus métodos, fossem eles gráficos ou matemáticos, e esse trabalho ficou para os seus sucessores. As cartas desenhadas de acordo com a sua projecção raramente foram usadas pelos marinheiros até bem dentro do século XVII.

A ideia das latitudes crescentes parece contudo ter sido imaginada muito antes, por Erhardt Etzlaub, que desenhou um mapa da Europa e da África até ao equador com latitudes crescentes, nos tampos de dois relógios de sol feitos em Nuremberga já em 1511 e 1513.[46]

---

[41] Edward Wright, *Certaine errors of Navigation*, Londres, 1599, reimpresso em Amsterdão, 1974, prefácio.

[42] E. Wright, *op. cit.* cap. I.

[43] Idem. Cap. II.

[44] Hermann Wagner, «Gerhard Mercator und die ersten Loxodromes auf Karten», em *Annalen der Hydrographie und Maritimen Meteorologie* Vol. 43 (1915), pp. 299-311, 343-352; Joaquim Bensaúde, *Histoire de la Science Nautique Portugaise*, Genebra, 1911, pp. 78-85; Hermann Wagner, «Die loxodromische Kurve bei G. Mercator. Eine Abwehr gegenuber Senhor Joaquim Bensaúde», em *Nachrichten von der Koniglichen Gesellschaft der Wissenschaft zu Göttingen*, Phil-Hist. Cl. Berlin, 1917, pp. 254-267 e Joaquim Bensaúde, *Les Légendes Allemandes sur l'histoire des Découvertes Maritimes Portugaises*, Parte I, Genebra, 1917-1920; Parte II, Coimbra, 1925-27.

[45] Pedro Nunes, *Opera*, Basileia, 1566, Livro II, Cap. 26. «Propositium globum rumbis delineare».

[46] O mapa do Germanisches National Museum, Nüremberg, é reproduzido em Wolfgang Köberer, *Das Rechte Fundament der Seefahrt*, Hoffmann und Camp, Hamburg, 1982, Estampa 28. Cf. também Joseph Drecker, «Ein Instrument, eine Karte und eine Schrift des Nürnberger Kartographen und Kompostmachers Erhard Etzlaub», em *Annalen der Hydrographie und Maritimen Meteorologie*, Vol. 45 (1917), pp. 217-24 e Ernst Hammer, «Die Mercator projektion und Erhard Etzlaub» em *Petermann's Mittheilungen*, Vol. 63 (1917), pp. 303-4.

As contribuições teóricas de Nunes para a navegação foram muito avançadas para o seu tempo. A dificuldade em as aplicar deve-se principalmente à precisão insuficiente dos instrumentos disponíveis e ao facto de a matemática da época ser demasiado pesada e laboriosa para ser usada no mar.

A tragédia de Nunes foi ter nascido num país que poderia ter beneficiado muito dos seus notáveis talentos caso tivesse sido possível aproveitá-los para o uso a bordo dos barcos.[47]

[47] Um estudo completo dos princípios matemáticos do tratamento feito por Nunes da curva loxodrómica da autoria do Professor Raymond d'Hollander aparecerá em breve em Portugal. (N.R.: Trata-se do artigo "Historique de la loxodromie", *Mare Liberum* nº 1 (1990), pp. 29-69.)

Expresso aqui os meus agradecimentos ao Professor Léon Bourdon da Sorbonne e ao Professor Pierre Costabel da École des Hautes Études en Sciences Sociales, Paris, pela sua inestimável paciência em ajudarem-me a compreender a forma frequentemente obscura com que Nunes se expressava tanto em latim como em português. Os meus agradecimentos muito especiais para o Professor Raymond d'Hollander que leu o manuscrito e me apontou várias erros devidos à minha ignorância matemática. Em todo o caso assumo inteira responsabilidade pelo texto tal como está.

Cartoon