N. 0193

Gazeta de Matemática

Publicação quadrimestral da SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA Ano LXXXII | Mar. 2021 | 4,20€

O Gömböc: um Brinquedo do Século XXI

APANHADOS NA REDE

José Carlos Santos

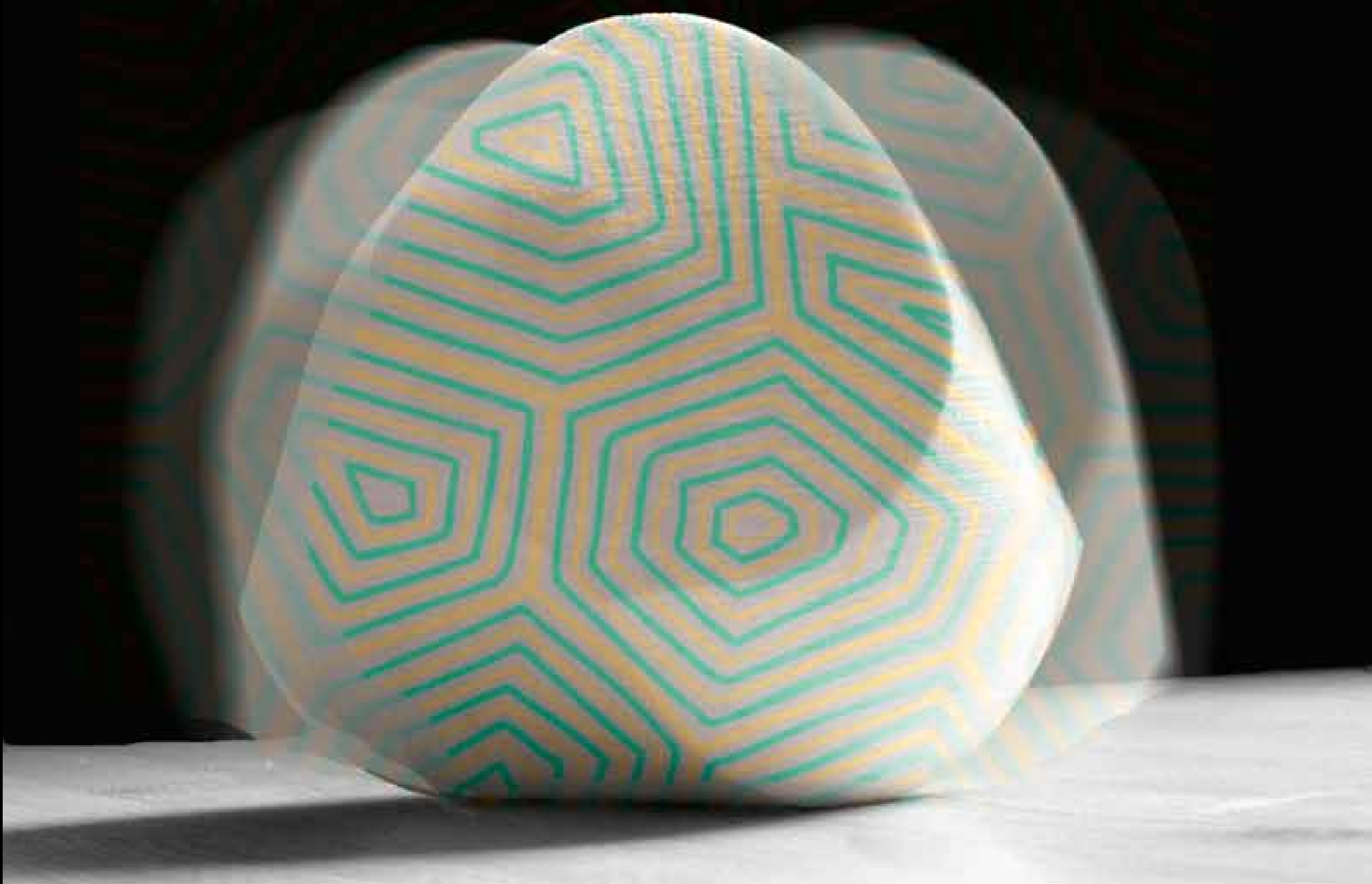
Produtos Lúdicos

RECREIO

Jorge Nuno Silva

Triângulos de Napoleão

ATRACTOR

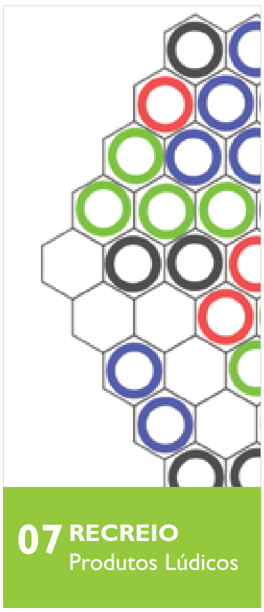



ENCONTRO NACIONAL
SPM 2021
80 Th ANNIVERSARY
12-16 JULY 2021
Plenary Speakers
MARIE BOCQUILLON
MARTIN HAIRER
ALEXEI BORODIN
SUSAN HOLMES
PETER CAMERON
LAURENT LAFFORGUE
MARIA CHUDNOVSKY
HENRIQUE LEITÃO
HUGO DUMINIL-COPIN
CARLOS MATHEUS
PERSI DIACONIS
ANDRÉ NEVES
ALESSIO FIGALLI
PETER SCHOLZE
ISABELLE GALLAGHER
GONÇALO TABUADA
ALICE GUIONNET
MARCELO VIANA
Organizing Committee
PEDRO ANTUNES
JOÃO ARAÚJO
MÁRIO BESSA
PATRÍCIA GONÇALVES
LUÍS MERCA
ALEXANDRA MOURA
ANA JACINTA SOARES
JOANA TELES
Scientific Committee
MÁRIO BESSA
ISABEL NARRA FIGUEIREDO
JORGE MILHAZES FREITAS
GRACINDA GOMES
PATRÍCIA GONÇALVES
LISA SANTOS
spm 80
SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA

ÍNDICE

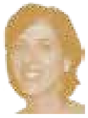
03 ATRACTOR
Triângulos de Napoleão

12 ATIVIDADE MATEMÁTICA EM COIMBRA: ENTREVISTA A MANUELA SOBRAL



07 RECREIO
Produtos Lúdicos

26 CONVERSA COM...
Luís Saraiva



Sílvia Barbeiro
Universidade
de Coimbra
silvia@mat.uc.pt

"OUSE COISAS PODEROSAS"

A curiosidade, o empenho e uma boa dose de ousadia tornam possíveis muitas conquistas.

O robô mais sofisticado de sempre enviado pela NASA, o *Perseverance*, chegou ao solo marciano no dia 18 de fevereiro. Pousar em Marte não é uma novidade, mas esta missão é mais ambiciosa do que as anteriores. O objetivo é dar resposta a questões importantes da astrobiologia relacionadas com o potencial de Marte como um lugar para a vida, e consiste em procurar sinais de vida microbiana passada (bioassinaturas) e também testar formas de produzir oxigénio a partir da atmosfera de Marte. O robô, apetrechado com tecnologia impressionante, irá recolher amostras de solo e rochas que serão analisadas no local. E espera-se que uma possível missão espacial futura possa enviar essas amostras para a Terra.

O *Perseverance* fez a sua emocionante entrada no planeta vermelho acompanhado de um enigma: o enorme paraquedas que foi usado para desacelerar a descida continha uma mensagem codificada. É habitual os tecidos que formam os paraquedas terem padrões, pois estes são importantes para determinar a orientação dos paraquedas e as secções contrastantes podem ser úteis no rastreamento das diferentes partes conforme abrem. No caso do *Perseverance*, os padrões, além da função de controlo, serviram também para desafiar mentes curiosas. Poucos dias depois da descida do veículo espacial, um vídeo divulgado pela NASA revelou o primeiro olhar sobre o acontecimento mostrando imagens da chegada, nomeadamente do momento da abertura do paraquedas. As reações não demoraram a surgir. Passadas poucas horas, o código foi descodificado. A mensagem estava encriptada nas faixas vermelhas e brancas organizadas em quatro anéis que formavam o paraquedas. Foi usado código binário com cada faixa colorida a representar o algarismo 1 e cada faixa branca a representar o algarismo 0. Cada sequência de dez faixas serviu para codificar um número binário, havendo uma relação com a ordem das letras no alfabeto, com o 1 a corresponder à letra "A". Naturalmente tudo isto era desconhecido do público. Mas houve quem unisse persistência e arrojo ao talento e encontrasse rapidamente a solução, revelando três palavras:

DARE
(0000000100 0000000001 0000010010 0000000101),
MIGHTY
(0000001101 0000001001 0000000111 0000001000 0000010100 0000011001)
THINGS
(0000010100 0000001000 0000001001 0000001110 0000000111 0000010011).

Assim, ao desvendarem três dos anéis, os decifradores foram recompensados com uma mensagem de grande incentivo, que em português se traduz por "ouse coisas poderosas". No quarto anel foi necessário fazer corresponder alguns dos números em representação binária a números em representação decimal, em vez de letras, para que se chegasse à chave: 34°11'58" N 118°10'31" W (longitude e latitude do Jet Propulsion Laboratory NASA Center, onde o veículo espacial foi construído e de onde a missão é gerida).

Convido-vos à leitura de mais um estimulante número da *Gazeta de Matemática* e faço votos para que sejam audazes, mantenham sempre a curiosidade e nunca desistam.

No âmbito de uma colaboração entre a *Gazeta* e o Atractor, este é um espaço da responsabilidade do Atractor, relacionado com conteúdos interativos do seu *site* *www.atractor.pt* . Quaisquer reações ou sugestões serão bem-vindas para *atractor@atractor.pt*

TRIÂNGULOS DE NAPOLEÃO

A Geometria é pródiga em resultados elementares mas muito interessantes, a que G. Pólya chamou teoremas elegantes. Analisaremos um exemplo, cujo enunciado algumas fontes atribuem a Napoleão Bonaparte.

O teorema que vamos considerar afirma o seguinte: Fixemos um triângulo $\triangle ABC$ e acoplemos a cada lado um triângulo equilátero, como indica a figura 1. Então é também equilátero o novo triângulo que criamos unindo os centros dos três triângulos equiláteros.

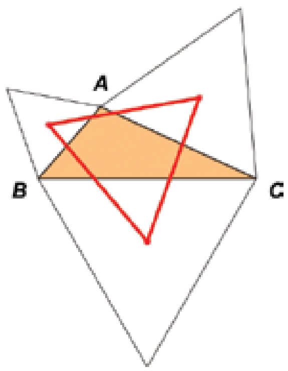


Figura 1.

A primeira impressão face a este enunciado, com ingredientes tão simétricos, é a de que ele deve ser simples de demonstrar. A nossa intuição diz-nos ainda que talvez ele seja um caso particular de um resultado mais geral. São precisamente estes dois aspetos que discutiremos de seguida.

Comecemos por apresentar uma demonstração deste resultado, usando a notação da figura 2.

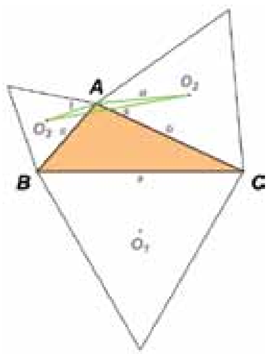


Figura 2.

Designemos por $\angle A$, $\angle B$ e $\angle C$ os ângulos do triângulo $\triangle ABC$ nos vértices A, B e C, respetivamente, e por $a = |BC|$, $b = |CA|$ e $c = |AB|$ os comprimentos dos lados opostos aos vértices A, B e C, por esta ordem. Juntemos um triângulo equilátero a cada lado, e denotemos por O_1, O_2 e O_3 os respetivos baricentros (pontos de interseção das medianas). Trata-se de provar que o triângulo $\triangle O_1O_2O_3$ é equilátero. Sejam

$$s = |O_2O_3|, \qquad t = |AO_3| \qquad \text{e} \qquad u = |AO_2|.$$

Pela lei dos cossenos,

$$s^2 = u^2 + t^2 - 2\,u\,t\,\cos(\angle A + 60^\circ).$$

Além disso, o baricentro de um triângulo trissecta cada mediana e, num triângulo equilátero de lado ℓ, estas medem $\frac{\sqrt{3}}{2}\ell$. Logo,

$$t = \frac{2}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\,c\right) \qquad \text{e} \qquad u = \frac{2}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\,b\right).$$

Consequentemente,

$$\begin{aligned} 3\,s^2 &= b^2 + c^2 - 2\,b\,c\,\cos(\angle A + 60^\circ) \\ &= b^2 + c^2 - \,b\,c\,\cos(\angle A) + \sqrt{3}\,b\,c\,\operatorname{sen}(\angle A). \quad (1) \end{aligned}$$

Tendo em conta que, no triângulo $\triangle ABC$, se tem, pela lei dos cossenos,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,c\,\cos(\angle A)$$

e, pela lei dos senos,

$$\text{área}\,(\triangle ABC) = \frac{b\,c\,\operatorname{sen}(\angle A)}{2},$$

a igualdade (1) pode reescrever-se

$$3\,s^2 = \frac{1}{2}\,(a^2 + b^2 + c^2) + 2\,\sqrt{3}\,\left(\text{área}\,(\triangle ABC)\right).$$

Note-se agora que esta expressão é simétrica relativamente aos valores de a, b e c, o que implica que o triângulo $\triangle O_1O_2O_3$ é equilátero, e que isso não depende do triângulo inicial $\triangle ABC$.

A construção do novo triângulo pode também ser feita colando um triângulo equilátero a cada lado do triângulo $\triangle ABC$ mas pelo interior deste triângulo, como ilustra a figura 3.

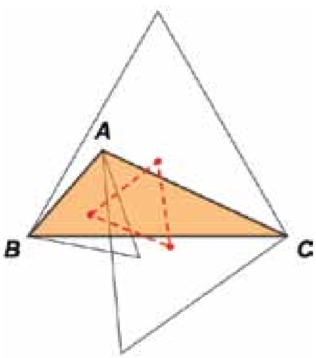


Figura 3.

O resultado é ainda um triângulo equilátero cujos vértices são as imagens de O_1, O_2 e O_3 por reflexões nas linhas BC, AC e AB, respetivamente; além disso, os dois triângulos equiláteros novos e o triângulo $\triangle ABC$ têm o mesmo baricentro (cf. [2]). Cálculos análogos aos anteriores indicam que o comprimento S do lado deste novo triângulo verifica a igualdade

$$\begin{aligned} 3\,S^2 &= b^2 + c^2 - 2\,b\,c\,\cos(\angle A - 60^\circ) \\ &= \frac{1}{2}\,(a^2 + b^2 + c^2) - 2\,\sqrt{3}\,\left(\text{área}\,(\triangle ABC)\right). \end{aligned}$$

Em particular, este triângulo novo construído para dentro degenera num ponto se e só se $\triangle ABC$ é equilátero[1]. Como a área de um triângulo equilátero de lado ℓ é $\frac{\sqrt{3}}{4}\ell^2$, é imediato deduzir das igualdades anteriores que a diferença entre as áreas dos dois triângulos equiláteros novos, o exterior e o interior, é igual a

$$\frac{\sqrt{3}}{4}\,s^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}\,S^2 = \text{área}\,(\triangle ABC).$$

Se tivéssemos unido externamente cada lado do triângulo $\triangle ABC$ à base de um triângulo isósceles com ângulos na base iguais a 30º, e escolhido como vértices do novo triângulo os ápices dos triângulos isósceles, obteríamos também um triângulo equilátero. De facto, aqueles ápices são os centros de três triângulos equiláteros com a mesma base dos isósceles e, portanto, a construção é implicitamente a que vimos nos parágrafos anteriores. Contudo, os baricentros dos três triângulos isósceles são vértices de um triângulo que não é sequer isósceles (veja-se a figura 4).

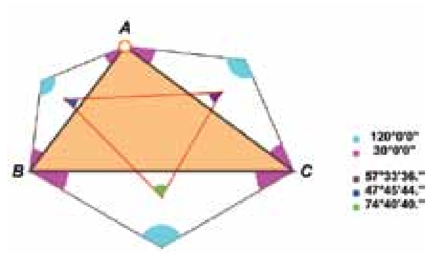


Figura 4.

Esta observação indica que, se os triângulos não são equiláteros, nem sempre a construção anterior gera um triângulo que herda a forma dos triângulos acoplados. E há uma dificuldade adicional: temos vários modos de acoplar um triângulo não equilátero ao lado de outro triângulo, e isso tem certamente impacto na forma do triângulo novo. O que nos leva a perguntar:

a) Há alguma posição de acoplamento que garanta que, usando triângulos semelhantes mas não equiláteros, o triângulo novo é semelhante aos acoplados?

b) O que se obtém se, em vez dos baricentros, usarmos outros pontos como vértices do novo triângulo?

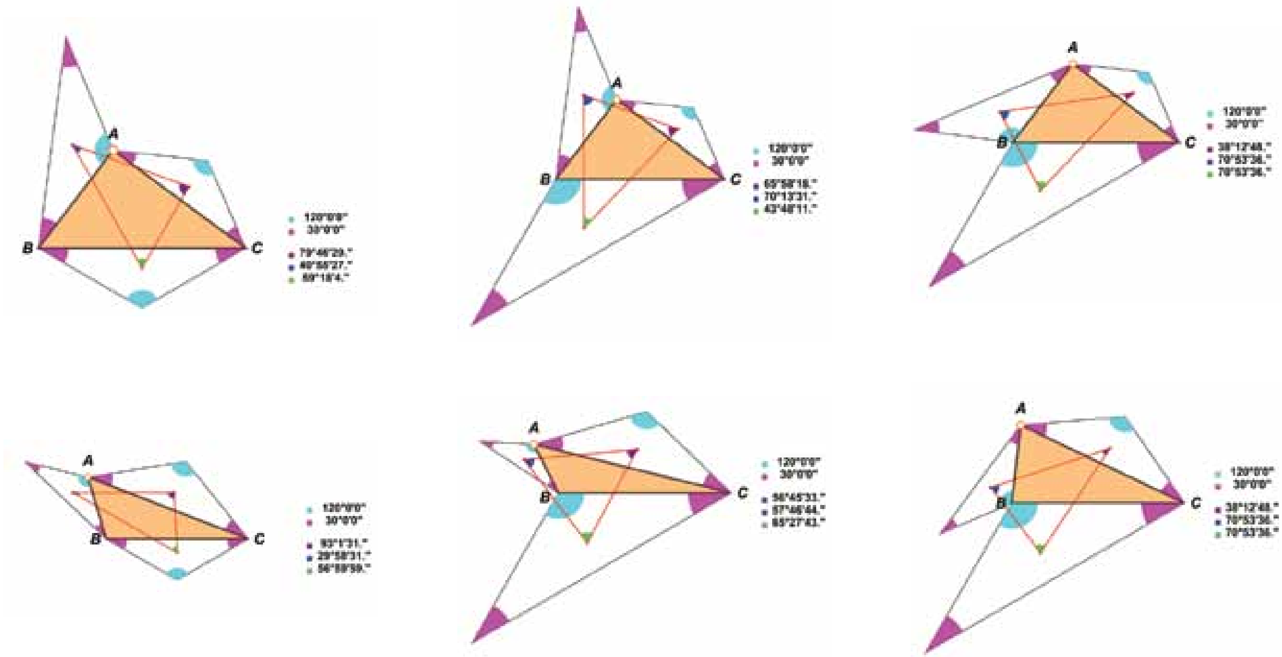


Figura 5.

c) Como varia o triângulo novo quando mudamos $\triangle ABC$?

Podemos experimentar estas variantes no módulo interativo disponível em [1]. A figura 5 mostra o efeito no triângulo novo de mudanças no triângulo $\triangle ABC$ e na posição dos triângulos adicionados quando usamos os baricentros de triângulos isósceles semelhantes, com ângulos na base iguais a 30º, acoplados exteriormente a $\triangle ABC$. Note-se que, para algumas configurações, mesmo quando o triângulo novo não é semelhante aos que se colaram, a sua forma não varia com o triângulo $\triangle ABC$; mas isso não é válido para todas as posições dos triângulos que se juntam. Na figura 6 pode ver-se uma configuração degenerada.

Com mais algumas experiências como as exemplificadas nestas figuras, convencemo-nos de que é possível unir externamente triângulos semelhantes a um qualquer triângulo $\triangle ABC$ de modo a garantir que os respetivos circuncentros formam um triângulo semelhante aos acoplados. Uma demonstração desta propriedade pode ler-se em [2]. Este enunciado admite algumas generalizações (cf. [3]) e, em particular, é válido

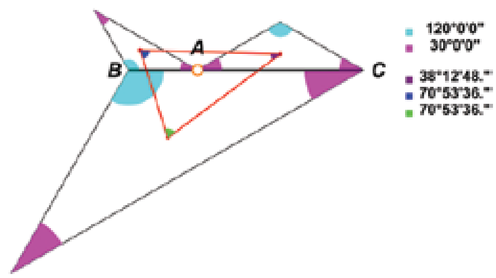


Figura 6.

o seguinte: fixados dois triângulos $\triangle ABC$ e $\triangle PQR$ e um ponto X interior a $\triangle PQR$, existe um modo de acoplar externamente a $\triangle ABC$ três triângulos semelhantes a $\triangle PQR$ tal que X e os outros dois pontos nestes triângulos na mesma posição relativa de X criam um triângulo que é semelhante a $\triangle PQR$. Na figura 7 está representada

[1] De facto, se $b = c$ e $\angle A = 60°$, então $S = b^2 + c^2 - 2\,b\,c = (b-c)^2 = 0$. E, reciprocamente, se $S = 0$, então $b^2 + c^2 = 2\,b\,c\,\cos(\angle A - 60°) \leqslant 2\,b\,c$, logo $(b-c)^2 \leqslant 0$, o que só é possível se $b = c$; neste caso, $\cos(\angle A - 60°) = 1$, e portanto devemos ter $\angle A = 60°$, uma vez que $0 \leqslant \angle A - 60° \leqslant 120°$.

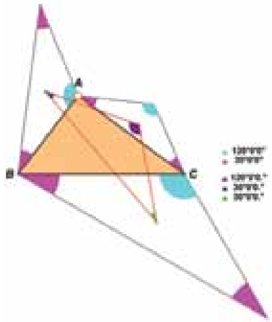


Figura 7.

uma tal configuração (observe-se que a soma dos ângulos nos vértices livres é de 180º) para o triângulo isósceles e o respetivo baricentro usados na figura 5.

O módulo interativo de [1] permite analisar a variação das áreas, dos ângulos e da posição dos triângulos novos quando se mudam os ingredientes desta construção (o triângulo $\triangle ABC$, a forma dos triângulos semelhantes que se unem a $\triangle ABC$, a posição em que essa ligação é feita e os pontos que se escolhem para vértices do novo triângulo), sugerindo resultados gerais que o leitor é convidado a demonstrar.

REFERÊNCIAS

[1] *https://www.atractor.pt/mat/triangulosNapoleao*

[2] H. S. M. Coxeter, S. L. Greitzer. *Geometry Revisited*. New Mathematical Library, Vol. 19, MAA, 1967.

[3] J. F. Rigby. *Napoleon Revisited*. Journal of Geometry, Vol. 33, 1988, pp. 129-146.

Jorge Nuno Silva
Universidade
de Lisboa
jnsilva@cal.berkeley.edu

PRODUTOS LÚDICOS

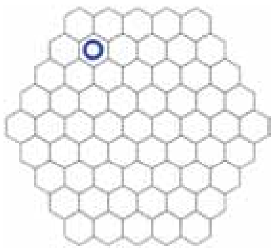
O Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos recebeu o prémio Ciência Viva Educação 2020[1]. O reconhecimento, ao fim de 15 anos, desta iniciativa, que envolve muitas dezenas de milhares de jovens todos os anos, enche-nos de orgulho. Os jogos que integram este campeonato têm variado muito, sempre dentro da categoria que se costuma designar por "jogos matemáticos" ou "jogos abstratos". Hoje, falamos um pouco sobre um deles, o Produto, para ilustrar como um jogo de tabuleiro pode servir de conduto a algumas intuições aritméticas.

O Produto foi inventado por Nick Bentley, João Pedro Neto e Bill Taylor em 2008. O jogo, entre dois jogadores – o Azul e o Vermelho – desenrola-se num tabuleiro hexagonal com células hexagonais, como ilustrado acima.

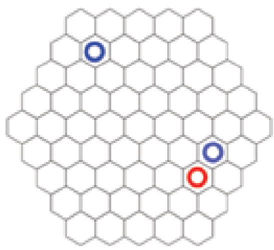
No início, o tabuleiro encontra-se vazio. Há peças azuis e vermelhas em quantidade, disponíveis aos jogadores. Na sua vez, cada jogador deve colocar duas peças (ambas azuis, ambas vermelhas, ou uma de cada cor) em duas casas vazias. Começa o Azul. No primeiro lance, o Azul joga apenas uma peça (de qualquer cor). Note-se esta regra pouco usual: cada jogador poder introduzir peças da sua cor ou da cor do adversário.

Vejamos um exemplo de como uma partida poderia começar.

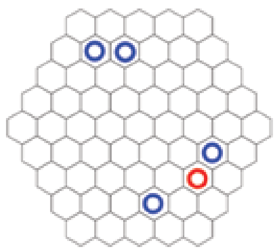
[1] *https://www.cienciaviva.pt/semanact/campeonato.php*



O Azul deve introduzir uma peça (de qualquer cor). Optou por introduzir uma peça da sua cor, azul.



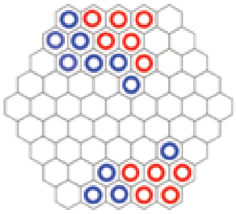
O Vermelho introduz duas peças. Decidiu introduzir uma azul e uma vermelha.



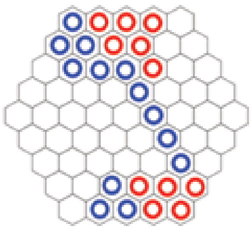
O Azul introduz duas peças. Optou por duas azuis.

Quando o tabuleiro estiver cheio, calcula-se o produto dos tamanhos dos dois maiores grupos de cada cor (quem tiver menos de dois grupos obtém o valor zero). Ganha quem obtiver o maior produto. Se estes forem iguais, ganha quem tiver menos peças da sua cor no tabuleiro.

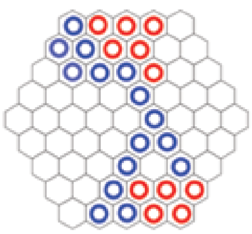
Vejamos um exemplo de uma fase mais adiantada de uma partida:



No diagrama, a contagem atual é de 21 pontos para o Azul (sete peças no grupo maior vezes três peças no seu segundo grupo), tendo o Vermelho 30 pontos. Se o Azul jogasse como ilustrado abaixo, com a ideia de aumentar o seu grupo maior...



...o Vermelho poderia responder colocando duas peças azuis, criando assim um grande grupo azul. O Azul teria agora dificuldade em criar um segundo grupo isolado, com uma dimensão suficiente para ganhar ao produto final do Vermelho (relembremos que se o Azul terminar a partida com um grupo único, a sua pontuação será nula):



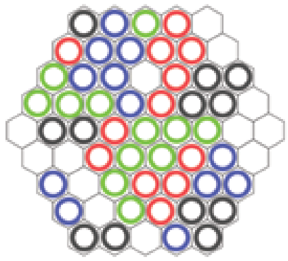
Na prática deste jogo, muitos principiantes, tendo dois grupos de peças, tendem a promover o crescimento do maior. Estarão a proceder bem? Tendo n peças para dividir entre dois grupos, maximizando o produto das suas cardinalidades, como se deve proceder? Isto é, se $a+b=n$ e queremos ab o maior possível, como devemos escolher a e b? Ora, se $a<b$, temos

$$(a+1)(b-1) = ab + b - a - 1 \geqslant ab$$

com desigualdade estrita se $b > a+1$. Concluímos assim que a e b devem ser de magnitude semelhante. No caso de n ser par, devem igualar $n/2$.

Um caso mais delicado surge no jogo Omega, criado por Néstor Andrés em 2010[2].

Neste jogo, participam vários jogadores, digamos p jogadores (cada um com a sua cor), que, à vez, colocam p peças no tabuleiro, uma de cada cor. O tabuleiro é hexagonal de células hexagonais e dimensão conveniente. Quando o jogo acabar, ao fim da última volta completa em que todos têm lances legais, calcula-se a pontuação de cada um. Esta é dada pelo produto das cardinalidades de todos os grupos de cada jogador. Vejamos um exemplo (quatro jogadores num tabuleiro de lado 5).



As pontuações dos jogadores nesta posição são as seguintes:

	Produto	Total
Negro	$1\times2\times2\times3\times4$	48
Azul	$1\times2\times3\times6$	36
Verde	$1\times4\times7$	28
Vermelho	$1\times2\times4\times5$	40

Que estratégia devem seguir os jogadores quanto às dimensões dos seus grupos? E quanto às dos grupos dos adversários?

Respostas às questões do número anterior:
Tem-se $P^3(n)=\sum_{k=0}^{3}\binom{3}{k}$ e, em geral, $P^d(n)=\sum_{k=0}^{d}\binom{d}{k}$.

[2] *https://www.nestorgames.com/#omega_detail*

Fabio Chalub
Universidade
Nova de Lisboa
chalub@fct.unl.pt

TESTAR, TESTAR, TESTAR

Há 12 bolas e uma balança de pratos. Uma bola é mais pesada. Qual o número mínimo de pesagem que permite identificar, com absoluta certeza, qual é a bola mais pesada? Quem diria que este problema, um clássico da matemática recreativa, pudesse inspirar sistemas mais baratos e eficientes de identificar casos positivos de COVID-19? É disso que trataremos hoje!

No início da década de 40 do século passado, o estatístico norte-americano Robert Dorfmann enfrentava o seguinte problema: como detetar rapidamente e de forma barata a presença de indivíduos portadores do vírus da sífilis num grupo grande de recrutas, pronto para iniciar o seu treinamento militar. Em época de guerra, todos os recursos são importantes. Assim, era necessária uma identificação individual, sem descurar o custo e a oferta limitada dos testes. Veja [1].

A sua proposta, que ficou conhecida como "testagem de grupo", foi a seguinte: divida os N indivíduos que devem ser testados em grupos de n pessoas. Junte amostras de sangue de todos os indivíduos de um dado grupo e teste a amostra resultante. Caso o resultado seja negativo, é porque estão todos saudáveis. Se o resultado for positivo, então cada um dos membros daquele grupo deve ser testado individualmente.

Um primeiro ponto importante é que o teste de sífilis, que deteta anticorpos, é altamente sensível. Uma pequena quantidade de antígenos é suficiente para que o resultado seja positivo. Outro ponto importante é que a probabilidade de dois recrutas estarem contaminados é considerada independente.

Assim, suponha que a probabilidade de uma dada pessoa na população estar contaminada é dada por um número entre 0 e 1, chamado p. Portanto, a probabilidade de um único indivíduo não ter sífilis é $1-p$, e a probabilidade de o teste de todo um grupo dar positivo é $1-(1-p)^n$, onde $(1-p)^n$ é a probabilidade de que todos os indivíduos deste grupo estejam negativos. Finalmente, o número necessário de testes é dado por

$$\frac{N}{n}+n\frac{N}{n}\left[1-(1-p)^n\right],$$

onde a primeira parcela indica a quantidade de testes na primeira rodada (um por grupo) e a segunda expressão quantifica os testes realizados na segunda volta, onde são testados todos os indivíduos dos grupos que tiveram resultado positivo.

O número de testes necessários em relação ao tamanho do grupo, utilizando este algoritmo, é minimizado quando os grupos têm tamanho inversamente proporcional à raiz quadrada da prevalência da doença, supondo que esta seja baixa. Neste caso, o número necessário de testes por indivíduo será aproximadamente o dobro da raiz quadrada da prevalência, produzindo uma enorme economia de escala na testagem, sem perder a capacidade de identificar individualmente os casos positivos. Por exemplo, numa doença com prevalência de 1%, as testagens devem ser organizadas em grupos de dez pessoas, com economia de 80% dos recursos necessários.

Partindo desta ideia, diversos grupos de investigação propuseram mecanismos que permitem testagens em larga escala contra a COVID-19. Numa epidemia com tantos assintomáticos e onde os testes têm sido limitados, fazê-lo de forma eficiente é fundamental. Neste contexto, aparece o artigo [2], que, com a utilização de ideias geométricas e combinatoriais, consegue produzir formas muito eficiente de testagem.

A maior parte dos autores está sediada no Ruanda, onde as ideias que apresentaremos abaixo já estão implementadas para verificação de rotinas em universidades, com apoio do Governo local, e, além disto, de acordo com os autores, foi eficiente em minimizar o impacto económico da pandemia no turismo.

Vamos começar com uma situação simples.

Imaginemos um conjunto de N pessoas, onde há apenas uma infetada. Considere todos os indivíduos organizados numa malha quadrada, organize um grupo de testagem em cada linha e em cada coluna. Apenas um grupo terá resultado positivo em cada dimensão de testagem, seja na horizontal ou na vertical. O indivíduo infetado estará na interseção, única, entre estes dois grupos. Serão necessários aproximadamente $2\sqrt{N}$ testes. Veja a figura 1.

As ideias anteriores podem facilmente ser generalizadas para D dimensões. A figura 2 mostra o caso $D = 3$, $N = 64$. Considere o hipercubo de lado L em que cada indivíduo é colocado nos pontos com coordenadas inteiras. Assim, temos $L^D = N$, representando os N pontos com cada coordenada dada por um número natural entre 1 e L. Depois, para cada direção e para cada valor entre 1 e L da coordenada indicativa desta direção são adicionadas as amostras dos indivíduos correspondentes e testadas. Estes são os indivíduos que estão em cada hiperplano perpendicular aos eixos cartesianos.

Desta forma, são feitos $LD = DN^{1/D}$ testes, que serão capazes de identificar perfeitamente o único indivíduo positivo entre os N do grupo inicial. Pensando em D como uma variável contínua, a expressão anterior é minimizada em $D = \log N$. Para um valor grande de indivíduos, a quantidade de testes necessária é aproximadamente dada por $e \log N$, onde $\approx 2,2718$ é a constante de Euler.

A situação torna-se um pouco mais complicada quando temos dois indivíduos infetados. Vamos considerar uma direção cartesiana, e consideramos os L hiperplanos perpendiculares a esta direção. Para cada um destes, indicamos com o valor 1 caso o teste deste grupo de indivíduos dê positivo e 0 caso contrário. Assim, cada eixo cartesiano i estará associado a um arranjo de L números, 0 ou 1. Chamamos de σ_i à soma destes valores. Assim, para todo o $i \in \{1, 2, \ldots, D\}$, temos $0 \leq \sigma_i \leq L$.

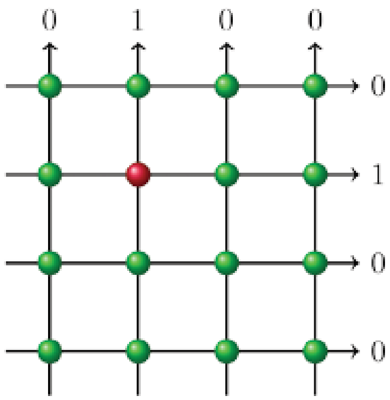


Figura 1. Veja o caso mais simples, em que os indivíduos são colocados em num arranjo quadrado bidimensional; com oito testes para 16 indivíduos (cujos resultados estão colocados ao lado das linha), é possível identificar inequivocamente quem é o único infetado.

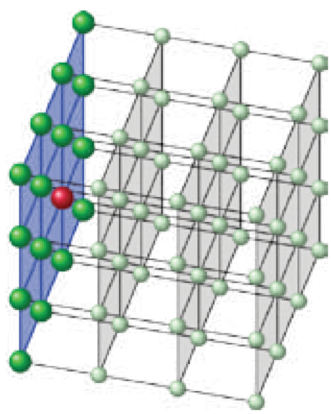


Figura 2. Há um único infetado, neste arranjo tridimensional de $4^3 = 64$ indivíduos. Ao considerar os testes dos grupos arranjados em hiperplanos paralelos, encontramos na direção marcada no desenho um primeiro resultado positivo (no plano azul), e três negativos (cinzas). Desta forma, a partir dos resultados nas três direções, conseguimos identificar o infetado. Os indivíduos do hiperplano de interesse estão em destaque.

Seja d_σ a quantidade de direções i tal que $\sigma_i = \sigma$. Evidentemente, $\sum_{\sigma=0}^{L} d_\sigma = D$.

Se houver apenas um infetado entre os N indivíduos do grupo, então, $d_1 = D$ e $d_\sigma = 0$ para $\sigma > 1$. Suponha que há, no grupo, dois infetados. Se for o caso de que $d_2 = 1$, então $d_1 = D - 1$ e portanto estes dois infetados estão na interseção de $D - 1$ hiperplanos, ou seja, sobre uma reta. Olhando os hiperplanos perpendiculares a esta reta, e onde $\sigma_i = 2$, concluímos as posições exatas dos casos positivos. Veja a figura 3.

Se, no entanto, $d_2 > 1$, só o que conseguimos inferir é que os dois infetados estão num mesmo hipercubo de menor dimensão. Fazendo uma nova rodada de testes, similar à que já foi feita, mas considerando as amostras apenas dos indivíduos deste hiperplano, conseguimos localizar precisamente estes casos. Veja a figura 4.

Para três ou mais infetados, a situação fica mais complicada, mas é sempre mais eficiente fazer desta forma do que testar um a um. Além disto, numa amostra de indivíduos não relacionados, com prevalência não muito grande, em testes de rotina (e não por recomendação médica), então a probabilidade de encontrar diversos casos positivos é diminuta.

Há algumas hipóteses centrais nesta análise matemática: a prevalência deve ser baixa na população em geral e não deve haver razões para que naquele grupo em particular seja diferente. Noutras palavras, não se deve submeter a este tipo de análise grupos fortemente correlacionados, como coabitantes. Da mesma forma, não é recomendada a utilização destes algoritmos em casos de surtos, ou em testagem de pessoas sintomáticas. Mas pode ser adequado para utilização em escolas, universidades, equipas desportivas, ou até mesmo como forma de incentivo ao turismo em passageiros de avião ou navio.

Um cuidado extra que tem de ser tomado é que a diluição (ou seja, o tamanho das amostras que são levadas a laboratório) não seja tal que a análise produza falsos negativos para o grupo.

Há muitas maneiras de os matemáticos ajudarem a combater uma epidemia!

REFERÊNCIAS

[1] Dorfman, Robert. "The Detection of Defective Members of Large Populations". *Ann. Math. Statist.* 14 (1943), no. 4, 436--440. doi:10.1214/aoms/1177731363. *https://projecteuclid.org/euclid.aoms/1177731363.*

[2] Mutesa, L., Ndishimye, P., Butera, Y. et al. "A pooled testing strategy for identifying SARS-CoV-2 at low prevalence". *Nature* 589, 276–280 (2021). *https://doi.org/10.1038/s41586-020-2885-5.*

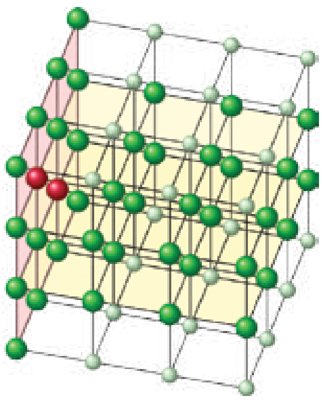


Figura 3. Temos dois infetados, no mesmo plano (rosa), mas nas outras direções estão sempre em planos distintos (amarelos, para uma das direções; a outra não está indicada). Assim $d_2 = 1$, $d_1 = 2$ e não é difícil concluir os indivíduos positivos, entre 64, com apenas 12 testes.

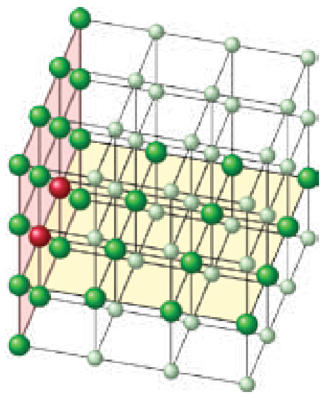


Figura 4. Nesta situação, temos dois indivíduos infectados na mesma linha paralela a um dos eixos, portanto $d_2 = 2$ e $d_1 = 1$. Para os identificar, é necessário fazer 12+8=20 testes.

ATIVIDADE MATEMÁTICA EM COIMBRA: ENTREVISTA A MANUELA SOBRAL

Margarida Camarinha[a] e Maria João Ferreira[b]
Universidade de Coimbra, CMUC, Departamento de Matemática[a, b]
mmlsc@mat.uc.pt[a], mjrf@mat.uc.pt[b]

Algumas das atividades de divulgação matemática mais relevantes hoje em dia, em Portugal, tiveram a sua origem na SPM-Centro. Protagonista e espetadora privilegiada de grande parte dos episódios fundadores das Tardes de Matemática e das Olimpíadas de Matemática, Manuela Sobral visita as suas memórias e conta à *Gazeta* as histórias que foi colecionando.

Foi nas décadas de 70-80 que se deram alguns passos importantes para o desenvolvimento da atividade de divulgação da matemática em Portugal. Como recorda esse tempo?

Festejámos, 12 de dezembro passado, a criação da SPM: 80 participantes numa sessão por Zoom para festejar 80 anos. Foi uma visita ao passado da SPM. Fundada nos anos 40, por uma geração de matemáticos brilhantes, só foi legalizada depois do 25 de Abril, em 1977. Só então esta Sociedade pôde retomar os seus trabalhos e concretizar os objetivos definidos pelos seus fundadores: divulgar o conhecimento matemático e promover a qualidade do ensino e da investigação da matemática em Portugal.

No primeiro Boletim da SPM[1], J. Silva Oliveira (Escola Naval) dá conta da atividade desenvolvida pela Comissão Instaladora e indica uma lista de "actividades desejáveis para a Sociedade".

Tal como o Menard de Jorge Luís Borges que, em meados do século XX, escreve não o Quixote de Cervantes, que copia letra a letra, mas o seu Quixote, também para nós, no início da terceira década do século XXI, essa lista de prioridades pode ser repetida letra a letra com uma outra dimensão que o tempo se encarregou de lhe conferir.

A Comissão Instaladora terminou as suas funções em 1978 com a eleição dos corpos gerentes da SPM que são descritos nesse artigo.

Uma das funções foi a elaboração de uma proposta de estatutos...

...cuja aprovação permitiu a criação das delegações regionais.

O projeto Tardes de Matemática é uma das iniciativas da SPM-Centro que teve início nessa época. Como surgiu?

A organização de palestras de divulgação da matemática e apoio ao ensino nas escolas secundárias e preparatórias da Região Centro já vem desde 1983/84, quando tiveram lugar várias palestras em Coimbra, Viseu e Guarda[2]. De forma sistemática e com o nome que ainda tem hoje – Tardes de Matemática –, surgiu em 1986/87 e tomou forma em 87/88, tendo tido lugar em escolas da Região Centro desde então. De facto, continuaram até hoje, também nas outras delegações da SPM, com várias adaptações importantes.

As Tardes de Matemática também têm decorrido num formato mais alargado, para a sociedade em geral, em vários pontos do país. Esta ideia surgiu nos mandatos de Anabela Cruzeiro e Nuno Crato como presidentes da SPM. Criou-se nessa altura, em 2001, uma grande dinâmica com palestras no Pavilhão do Conhecimento, o que deu mais visibilidade às atividades que decorriam nas escolas. A organização das Tardes de Matemática nas escolas dependeu muito do envolvimento dos professores?

Para a realização das primeiras Tardes de Matemática foi determinante a criação em 1986 de uma Comissão Pedagógica[3] constituída por seis professores do então Ensino Preparatório e Secundário da Região Centro e por mim própria, nessa época professora auxiliar do Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra (DMUC) e presidente da SPM-Centro.

Também foi muito importante o apoio de vários colegas, dos quais destaco Jaime Carvalho e Silva, na altura professor auxiliar do DMUC, um comunicador nato para quem nunca havia dificuldades. Ele foi protagonista de uma outra iniciatica da SPM-Centro em abril de 1987, um ciclo de conferências integrado num Curso de Matemá-

[1] J. Silva Oliveira, "A Actividade da Comissão Instaladora da SPM", *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática* 1 (1978) 5-10.

[2] Informação disponível em Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática 7 (1984) 19-20.

[3] Mais informação sobre esta comissão está disponível em *https://www.spm.pt/files/files/Arquivo/Tardes_comissaoped.pdf*

tica para Jovens, com a sessão intitulada "Como segurar cavalos com o dedo mínimo e como ir à Lua a cortar papel vegetal". Nesta sessão ensinou logaritmos a alunos do 9.º ano, de um modo muito sugestivo e informal.

Qual era o papel dessa comissão?

Era sobretudo o de estabelecer um canal de diálogo entre os professores dos vários graus de ensino, tarefa que foi levada a cabo com sucesso como o comprova a recetividade que as Tardes de Matemática tiveram desde o início.

Em "Retrospectiva Prospectiva"[4], A. Pereira Gomes (FCL), primeiro presidente da Mesa da Assembleia Geral da SPM, evoca e comenta a sua participação na elaboração dos programas de ensino elementar em 1975 e escreve:

> "Por essa altura, num simpósio de inspectores do ensino básico realizado na Fundação Calouste Gulbenkian, ouvi com surpresa e encantamento o Prof. Rogério Fernandes mencionar que, pela primeira vez desde 1911, um professor universitário tomava parte activa, como tal, em tarefas referentes ao ensino elementar."

Não se pode esquecer o trabalho do iminente matemático e pedagogo Sebastião e Silva no que se refere à experiência-piloto do ensino das chamadas matemáticas modernas que teve lugar na década de 60 do século passado.

A colaboração entre professores dos diversos graus de ensino não era, nem é, um dado adquirido. Contribuições para dar forma ao tal diálogo foram realçadas na notícia publicada sobre o IX Encontro Regional de Tomar, que me foi enviada por Vítor Neves, da Universidade de Aveiro (UA).

Como era o ambiente vivido nesses encontros?

Os Encontros da SPM-Centro foram efetivamente eventos de muito impacto. Em dez anos consecutivos, foram promovidos os encontros mais participados por professores de Matemática de todos os níveis de ensino na época. Foi um período notável de atividade na Região Centro que começou sob o impulso de Graciano Neves de Oliveira, o primeiro presidente da SPM-Centro, que organizou logo um encontro de 25 a 27 de setembro de 1978.

Os professores sócios e não sócios da SPM estavam de facto interessados neste tipo de reuniões. Chegou a haver *numerus clausus* para a participação em algumas das atividades neles desenvolvidas e mesmo problemas de organização, dado o elevado número de participantes. Não foi o caso do nono encontro, mas ele deu mais uma contribuição para tornar o ambiente informal, estimulando assim a participação de todos. Geraram-se aí grandes discussões e troca de ideias.

Esteve também envolvida na organização das primeiras Mini-Olimpíadas de Matemática. A história dessa competição não é muito conhecida…

…e não deve ser esquecida. Foi um grupo notável que teve a ideia e, juntando mais uns tantos, levou a cabo essa organização. Uma festa de convívio e de descoberta para todos! Com grande disponibilidade e muito gosto, "levámos a carta a Garcia" de moto, de autocarro e também de

TARDES DE MATEMÁTICA - PRIMEIROS PASSOS:

1983 – Realização do **Ciclo de Palestras** da SPM-Centro

1986 – Criação da **Comissão Pedagógica** da SPM-Centro

1986 – Envio de um **Comunicado** da SPM-Centro às Escolas da Região Centro

1987 – Realização das primeiras Tardes de Matemática: **Tardes de Matemática 87**[6]

13.10.86 Cm 13

TOMAR ACOLHEU MATEMÁTICOS DA REGIÃO CENTRO

TOMAR (Do nosso correspondente, Graça Ferreira) – Cerca de centena e meia de professores de Matemática estiveram concentrados em Tomar, onde participaram no IX Encontro de Matemática, organizado pela Sociedade Portuguesa de Matemática (S.P.M.), (Delegação Regional do Centro).

Esta foi mais uma iniciativa que, para Tomar, e durante quatro dias, fez convergir as atenções dos matemáticos de toda a região Centro, se não mesmo de todo o País, para esta cidade.

Inédita, sim, foi a forma participada deste Encontro, registando pela primeira vez um diálogo que, embora desejado em encontros anteriores, por motivos alheios à organização teimava em não se concretizar.

Mercê do empenhamento da professora Maria Manuela Antunes Sobral, presidente da Delegação do Centro da S.P.M. e do professor João António Durão Correia, técnico superior da Universidade de Coimbra, o tão ambicionado colóquio surgiu e, assim, ficou finalmente completo.

Este foi um encontro de matemáticos em que, quer os professores do Ensino Preparatório quer os do Ensino Secundário, «apoiados» pelos universitários, encetaram um debate profícuo e desinibido que, na participação moderadora do professor Jaime de Carvalho e Silva, teve um dos seus pontos altos.

A finalidade destes encontros, obviamente, é a troca de conhecimentos mútuos que qualquer professor de qualquer área das matemáticas pode, por experiências próprias, transmitir aos seus colegas, através da actualização científica e pedagógica.

Ficou definido neste encontro de Matemática que, no próximo ano, tudo se tentará no sentido de concretizar um curso básico, através da reciclagem a professores do ensino primário, iniciativa de enorme repercussão pedagógica.

Como não podia deixar de ser, a Delegação Regional do Centro da S.P.M. reconheceu que, o êxito desta nona jornada, muito se ficou a dever ao apoio dado por uma comissão de professores de Tomar, «comandada» pela Dr.ª Manuela Madeira, e ao apoio da vereadora da Cultura da Câmara, tudo fazendo para que os participantes se sentissem como em sua casa.

Assim, a animar o programa do Encontro, houve música do nosso folclore, música clássica pela Escola de Dança Escalabitana e um jantar de convívio no Convento de Cristo, além das visitas imprescindíveis aos monumentos históricos.

Um aspecto do IX Encontro de Matemática

O Prof. Jaime Carvalho e Silva, durante a sua participação

Figura 1. Correio da Manhã, 13-01-1986.

carro. Efetivamente, todas as escolas que manifestaram interesse participaram nas provas e o objetivo final foi conseguido: criar as condições para que Portugal participasse nas Olimpíadas Internacionais de Matemática. Muito caminho foi percorrido desde as Mini-Olimpíadas na zona centro (1980 a 1982), passando pelas Olimpíadas Nacionais (desde 1983) até às Internacionais (a partir de 1989).

A segunda participação portuguesa nas Olimpíadas Internacionais de Matemática teve lugar em Pequim, em 1990, ano em que compareceu pela primeira vez uma equipa de Macau, nessa época ainda sob administração portuguesa. Graciano de Oliveira poderá contar como foi organizada e como decorreu esta participação.

Papel fundamental coube ao Conselho Diretivo da SPM no biénio 88-90, constituído por António Ribeiro Gomes, Jaime Carvalho e Silva e João Filipe Queiró, do DMUC, José Manuel Esgalhado Valença, da Universidade do Minho, e António Maia Farinha Cadete, da Academia Militar. Durante esse período, as Olimpíadas receberam um novo impulso e Portugal começou a ir às Olimpíadas Internacionais de Matemática, uma tarefa de enorme exigência no plano institucional e organizacional.

Num Boletim da SPM[5], Jorge Picado faz um relato pormenorizado da primeira participação de Portugal nas Olimpíadas Internacionais da Matemática. Tratava-se das XXX Olimpíadas Internacionais da Matemática, que tiveram lugar em Braunschweig, na RFA, de 13 a 24 de julho de 1989. O relato contém uma comparação com classificações obtidas por equipas de outros países na sua primeira participação nestes concursos e é seguido

[4] A. Pereira Gomes, "Retrospectiva Prospectiva", *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática* 3 e 4 (1980) 93-97.

[5] Jorge Picado, XXX Olimpíadas Internacionais de Matemática, Relato da primeira participação portuguesa, *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática* 14 (1989) 38-45.

[6] Informação disponível em *https://www.spm.pt/files/files/Arquivo/Tardes_relatorios/TardesMatematica1987.pdf*

da transcrição do excelente discurso de boas-vindas do presidente do júri, professor Arthur Engel, e dos enunciados das provas.

A nossa equipa classificou-se na 44.ª posição, mas essa situação iria sofrer uma modificação muito significativa graças ao contributo e empenho de várias pessoas. De facto, no ano seguinte, começaram as atividades de preparação da equipa portuguesa, sob a coordenação de Jorge Picado e Paulo Eduardo Oliveira. Posteriormente, Alexander Kovacec, Amílcar Branquinho e Eduardo Marques de Sá foram os principais obreiros destas atividades, que formalizaram sob o nome de Delfos.

Estes fins de semana com alunos do Ensino Secundário de todo o país e professores do DMUC, que os orientam e com eles convivem, têm vários méritos entre os quais se incluem as medalhas que Portugal passou a ganhar, com regularidade, nas competições internacionais de matemática.

Como se envolveu neste trabalho de divulgação da matemática? Foi certamente motivada por outros colegas que a precederam na direção da SPM-Centro e pelo ambiente que aí se vivia.

O dinamismo da SPM-Centro dessa altura deve-se, em primeiro lugar, a Graciano Neves de Oliveira, primeiro presidente da SPM-Centro, como já referido, incansável e entusiasta promotor desta Sociedade. Os Presidentes da SPM-Centro foram seguramente os principais promotores e catalisadores da atividade desenvolvida por esta delegação. Mas houve muitos outros que foram capazes de tomar iniciativas e de as levar a cabo com sucesso, razão por que vários objetivos foram concretizados nesses anos. Entre eles não posso deixar de mencionar o Dr. Machado Gil, o nosso mais famoso tesoureiro.

Falemos agora do seu percurso académico.

Bom, relembrando um tempo que já está a ficar bem distante…

Como nasceu o seu interesse pela Matemática?

Frequentei o ensino liceal, que corresponde agora aos 2.º e 3.º ciclos do Ensino Básico e ao Ensino Secundário, no Liceu Carolina Michaëlis do Porto. O meu gosto pela Matemática nasceu só nos dois últimos anos, por influência de uma excelente professora, Marília Monteiro. A Dra. Marília era uma pessoa pouco simpática mas expunha muito bem, num estilo universitário, como diziam, e fazia uns testes muito originais. Colegas diziam que ela teria uns livros que ninguém conhecia. Penso que o que tinha mesmo era uma forma diferente de abordar as questões e daí o encanto que transmitia. Como é que eu adorei a Aritmética Racional, fazer uma demonstração… São uma prova da excelência do ensino que recebi nessa época. Não seria tão invulgar assim, mas nunca fui uma superdotada e sempre tive muitas distrações.

Ingressou logo de seguida no curso de Matemática…

…na Universidade de Coimbra (UC), onde me licenciei. Dessa altura, recordo Luís de Albuquerque, um professor que marcou alunos de várias gerações pela competência e também pelo trato informal e cativante. E na disciplina anual de Álgebra do segundo ano da licenciatura ele seguiu um livro, *Leçons d'Algèbre Moderne*, de A. Lentin e J. Rivaud, não uma sebenta, o que para mim fez toda a diferença. Aí encontrei notas históricas, motivações, exemplos e matérias não abordadas no curso, o que não sucedia com as sebentas usuais. E fui conduzida a outras leituras.

Não havia na altura muitas mulheres a fazer doutoramento. Quando decidiu seguir uma carreira universitária?

Planeava fazer o estágio num liceu, tanto assim que, nos últimos anos da licenciatura, fiz o Curso de Ciências Pedagógicas da Faculdade de Letras da UC, necessário para essa carreira. Quando fui convidada para assistente no Departamento de Matemática (DM) da Universidade de Coimbra, tive vários conselhos. Lembro-me do conselho da "poderosa" reitora do Liceu Infanta D. Maria de Coimbra, Dionísia Camões, que rezava assim (o que retrata o espírito desse tempo): eu não me ia doutorar portanto não devia aceitar; ir para a universidade era só uma perda de tempo. Ouvindo com mais atenção outros conselhos, aceitei o convite e fiquei assistente nesse ano.

Dava assim início à sua carreira na UC?

Posso dizer que sim, pois a UC foi sempre o lugar aonde regressei, mas no ano seguinte 1966/67, fui contratada como assistente pelo DM da Universidade do Porto. A razão da ida para o Porto foi o meu casamento com José Sobral, estudante de Engenharia Civil nessa universidade. Aí houve uma primeira sugestão para seguir a carreira universitária vinda do professor Fernandes de Sá, com quem trabalhei: propunha-se acompanhar a minha preparação para concorrer a Professora de Desenho no DM da UC, concurso que ia abrir em breve.

Voltei para Coimbra em outubro de 69 e aí continuei até julho de 71. Durante esse período, António St. Aubyn, então professor auxiliar no DM da UC, aconselhou-me vi-

Figura 2. Membros da Comissão Organizadora das Mini-Olimpíadas de Matemática (em falta Manuel Rolão Candeias) com Graciano Neves de Oliveira: da esq. para a dir., Ana Isabel Rosendo, Jaime Carvalho e Silva, Maria Emília Miranda, João Namorado Clímaco, Maria de Lurdes Vieira, Manuela Sobral, Graciano Neves de Oliveira, Dina Lucas dos Santos, António Leal Duarte, Ana Justino e João Filipe Queiró.

vamente a preparar doutoramento. Chegou a sugerir-me um orientador. Não gostei do assunto que me era proposto mas levei a sério o conselho e comecei a planear pedir uma bolsa para ir estudar no estrangeiro.

Estava tudo encaminhado…

Não propriamente! O meu marido, na altura oficial miliciano, foi enviado para a Beira, Moçambique. Eu fui dar aulas para o Liceu Pero de Anaia, agora Liceu Samora Moisés Machel, dessa cidade. Lídia Jorge, professora nesse Liceu na mesma época, escreve na crónica "A cidade traída" de *Em Todos os Sentidos* que o encontrou completamente destruído. Destruída estará também a cidade e a região, depois de três ciclones nos dois últimos anos a juntar à loucura dos homens.

Nessa altura pensei que as circunstâncias tinham decidido por mim, mas não foi assim. Essa experiência foi importante para eu concluir que não era, de facto, o que queria fazer no futuro. Assim, no ano seguinte, fui lecionar uma espécie de Matemáticas Gerais no Instituto Industrial e Comercial da Beira e tomei a decisão de preparar doutoramento.

Como surgiu a Universidade da África do Sul?

Aí foi o meu marido que apareceu com informação sobre a UNISA, University of South Africa, em Pretória, e a sugestão de que eu me matriculasse lá. Envio de documentos, carta vai carta vem, e estou inscrita num mestrado nessa universidade. Ele constava de duas disciplinas, Álgebra Homológica e Teoria das Categorias, e da apresentação de uma tese. Fiz os exames dessas disciplinas já em Lisboa, em 1976, na Embaixada da África do Sul, e depois submeti a tese intitulada "On monadic and algebraic categories". A aprovação com distinção valeu-me a atribuição de uma bolsa para preparação de doutoramento na UNISA, o que facilitou enormemente a minha vida. Dela paguei propi-

Figura 3. Sessão de encerramento das I Mini-Olimpíadas de Matemática.
Era Presidente da SPM-Centro José Vitória (o primeiro à direita).

nas, deslocações e livros, despesas incluídas até então no orçamento familiar.

O que recorda dessa experiência?

A orientação era por carta, atenta e cortês mas terrivelmente demorada mesmo para os padrões da troca de correspondência na época. Em compensação, o serviço da biblioteca da UNISA era muito bom: cópias de artigos ou de parte de livros e mesmo os livros eram-me enviados pelo correio para a Beira, com a rapidez possível. E eu, logo em fins de 1972, comprei vários livros, tais como *Categories for the Working Mathematician* de Saunders Mac Lane, publicado em 1971, que continuo a considerar um dos melhores livros para uma introdução, dura mas muito completa, a este assunto.

Recordo que Saunders Mac Lane e Samuel Eilenberg foram os fundadores da Teoria das Categorias. Resultante de uma colaboração que vem do início dos anos 40, quando o primeiro era um jovem algebrista, professor na Universidade de Harvard, e o segundo um também jovem topologista polaco de origem judaica, a trabalhar na Universidade de Michigan, a publicação em 1945 do seu artigo conjunto "General theory of natural equivalences"[7] marca o nascimento oficial desta teoria.

A orientação foi sempre à distância?

No ano académico 1973/74, enquanto assistente na Universidade de Lourenço Marques, agora Maputo, visitei a UNISA e contactei pessoalmente o meu supervisor, S. J. R. Vorster. Das deslocações a Pretória, a última, em julho de 1974, foi especialmente útil no imediato e para o futuro, também pela premência do tempo: Moçambique tinha um Governo Provisório, a África do Sul vivia em pleno apartheid sem fim à vista e a violência grassava em várias cidades com destaque para Joanesburgo, ponto de passagem para a bem mais pacífica cidade de Pretória.

Foi nessa altura que regressou a Portugal?

Não, ainda não. Em agosto de 1974 fui para Cabinda, Angola, onde o meu marido estava desde março desse ano como diretor adjunto da obra da construção do porto de longo curso desta cidade. Aí fiquei em casa a proteger os filhos (e a estudar), por boas razões. Eram tempos difíceis com as tropas portuguesas completamente desorganizadas e os diversos movimentos a digladiarem-se no enclave, sobretudo o MPLA (Movimento Popular de Libertação de Angola) e a FLEC (Frente de Libertação do Enclave de Cabinda).

No segundo semestre de 74/75, eu já estava a lecionar uma disciplina de Probabilidades no DMUC, mas só em meados de 1977 estávamos de novo reunidos em Coimbra.

E o doutoramento?

O meu doutoramento também correu bem: publicados/aceites para publicação artigos em revistas com revisão crítica, submeti a tese de doutoramento – "Adjoint triangles with the same projectives relative to the right adjoint functors" – e fui aprovada. Seguidamente obtive a equivalência ao grau de Doutor em Matemática pela UC, na especialidade de Álgebra, que não era, como não é ainda, automática.

Quando volta para Portugal encontra um país diferente?

Sem dúvida, muito diferente. Eram tempos heroicos que permitiam todas as esperanças! Depois de anos de ditadura, a sensação de liberdade era indescritível, muito embora os tempos incertos que estávamos a viver. E a universidade não era uma exceção.

A reforma Veiga Simão deixou marcas que perduram até aos nossos dias com o alargamento da escolaridade obrigatória e a expansão do Ensino Superior.

No segundo semestre de 74/75, vim encontrar no DM uma situação de grande efervescência mas inesperadamente normal no que respeita ao ensino e à avaliação. De facto, no DM as aulas decorriam sem grandes alterações e não houve avaliações em grupo ou similares. Mas os problemas das universidades e do ensino em geral começavam a vir à luz do dia depois de uma primeira fase de deslumbramento. A história deste período ainda está por contar.

Continua a ser uma referência como docente para muitos dos seus alunos. Comunicar matemática resulta de muito trabalho e preparação?

Dei sempre muita importância ao ensino e à preparação das aulas, mesmo quando dava a mesma disciplina em anos consecutivos. Ter uns tantos alunos a seguir o raciocínio, a intervir de alguma forma, foi sempre o meu objetivo, às vezes perseguido de maneira não muito canónica. Mas houve sempre alunos que tornaram essa tarefa gratificante. Já no rescaldo da crise de 69, Alice Inácio, Eduardo Marques de Sá e José Perdigão Dias da Silva, alunos da disciplina de Álgebra Superior que era regida pelo professor Luís de Albuquerque, são exemplos de alunos inesquecíveis. E houve muitos outros. Em tempos mais recentes esse foi o caso dos alunos PLI -Projeto de Licenciaturas Internacionais CAPES/UC. Esses alunos brasileiros, muito interessados e interventivos, envergonhavam os (bons) alunos portugueses habituados a uma atitude bem mais passiva durante as aulas…

…mais receosos de errar.

Já antes desta lufada de ar fresco eu sentia, acho que se sentia, que tinha de haver uma mudança muito séria na forma de ensinar e de aprender. Uma mudança radical surgiu bruscamente com a pandemia e nada será como dantes.

Envolveu-se também noutras formas de ensinar, com o trabalho de orientação científica.

Sim, um trabalho muito gratificante. Sempre achei que a forma mais frutuosa de orientar é pôr os alunos a trabalhar uma área onde sabemos que há caminhos a desbravar, questões em aberto, e deixar que eles encontrem os seus próprios problemas. Mas sempre acompanhei os meus orientandos e só descansava quando começavam a tomar rumo. Mesmo em teses de mestrado houve alunos que produziram trabalho original de grande qualidade.

Foram assuntos que discuti longamente com Fernanda Aragão e Graciano de Oliveira, nos cafés matinais de domingo, meses a fio, pausas fundamentais durante os altos e baixos da preparação da minha própria tese de doutoramento.

Ambos professores catedráticos do DMUC, Fernanda Aragão e Graciano de Oliveira eram líderes de grupos de investigação muito dinâmicos e internacionalmente reconhecidos em Análise Numérica e Álgebra Linear, respetivamente. Eles contrariavam uma visão propedêutica existente sobre o papel do Ensino Superior em Portugal.

Foi pioneira em Portugal na área da Teoria das Categorias e formou um grupo de investigação muito forte em Coimbra. Foi algo que perspetivou?

Foi essencialmente a lecionação da disciplina anual de

[7] Trans. Amer. Math. Soc. 58 (1945) 231-294.

Figura 4. Primeiro Portuguese Category Seminar, Coimbra, maio de 2003, no qual participaram, além do grupo de Coimbra, Amílcar e Cristina Sernadas com alunos (IST), Dirk Hofmann e George Janelidze, que "batizou" desta forma os seminários que já vínhamos a organizar há uns anos, com alunos (UA), e Francis Borceux (Univ. de Louvain-la-Neuve, Bélgica).

Figura 5. Peripatetic Seminar on Sheaves and Logic, Santiago de Compostela, 1989, no qual participaram Lurdes Sousa e Jorge Picado, ainda alunos de mestrado, bem como matemáticos que determinaram muito do que foi feito em Teoria das Categorias e áreas afins nos anos que se seguiram.

Anéis, Módulos e Categorias do mestrado de Álgebra, em 1988/89, que me deu oportunidade de ter orientandos de grande qualidade: Maria Manuel Clementino, Lurdes Sousa e Jorge Picado. Maria Manuel já estava numa fase mais avançada dos seus estudos, mas este foi o início do grupo e, para os três, o começo do que viria a ser uma carreira académica bem-sucedida e internacionalmente reconhecida. Hoje em dia, Maria Manuel Clementino e Jorge Picado são professores catedráticos do DMUC e Lurdes Sousa é professora coordenadora, com agregação, da ESTGV do Instituto Politécnico de Viseu.

Eram alunos excelentes com quem dava um gosto enorme trabalhar. A partir dos fins de 1989 e durante vários anos reuníamos os quatro quase todas as semanas (era possível, sim!) em seminários informais para expor material de estudo e descrever avanços, projetos de artigos e depois das teses. Deslocações ao estrangeiro e a visita ao departamento de vários matemáticos foram contributos muito importantes para o bom trabalho que daí saiu.

Durante a preparação das teses de doutoramento as reuniões continuaram, menos frequentes como o tipo de trabalho exigia. Fundamentais nesse período foram as orientações de Walter Tholen (Univ. de York, Toronto, Canadá), de Bernhard Banaschewski (Univ. McMaster, Hamilton, Canadá) e de Jiří Adámek (Univ. de Braunschweig, Braunschweig, Alemanha) na preparação das teses de doutoramento de Maria Manuel Clementino, Jorge Picado e Lurdes Sousa, respetivamente. Estes orientandos puderam trabalhar em assuntos muito diversos, mais próximos das suas inclinações e dos seus gostos (tal como eu os entendi na altura), porque houve a colaboração destes especialistas. Eles foram também excelentes embaixadores pela sólida formação matemática que todos lhes reconheciam.

E o grupo continua de muito boa saúde, com gente nova, atraindo estudantes e investigadores nacionais e estrangeiros e organizando mensalmente seminários, agora por Zoom, o que tem permitido uma audiência alargada a três continentes. E a décima terceira edição do Portuguese Category Seminar está a ser preparada para fevereiro/março de 2021.

Sempre valorizou os contactos internacionais.

Também os nacionais, nomeadamente com colegas da Universidade de Lisboa (UL), do Instituto Superior Técnico (agora integrado na UL), das Universidades de Aveiro e do Minho e da Universidade Nova de Lisboa.

Ao nível das licenciaturas, aderi desde o início ao Programa ERASMUS (depois SOCRATES/ERASMUS) que coordenei primeiro no DM e depois na FCTUC. A ideia de mandar os nossos alunos estudar para uma universidade estrangeira estava longe de entusiasmar grande parte dos docentes do DM e de muitos outros departamentos da nossa universidade. Em sentido contrário, no DM, já tínhamos tido um pré-ERASMUS com alunos checos a frequentarem aulas durante alguns semestres. Contrariamente à opinião (dos meus amigos) de que eu estaria a investir muito para muito pouco, hoje é inegável que era esse o futuro.

O dinheiro para investigação era escasso. Projetos TEMPUS, ATLANTIS, INTAS, entre outros, permitiram promover a visita ao departamento de muitos matemáticos (Mac Lane foi um deles) bem como a visita a universidades estrangeiras e a participação em eventos internacionais de vários alunos e docentes do DM.

Sabemos que, mesmo depois da jubilação, continua a trabalhar com a mesma vitalidade, mantendo uma rotina regular, cremos mesmo que diária. Não quer contar-nos como mantém todo esse entusiasmo?

A mesma vitalidade não é seguramente, mas tem havido toda uma série de circunstâncias favoráveis.

Tive e tenho colaborações frutuosas e muito gratificantes de que resultaram orientações e artigos conjuntos, por exemplo com Walter Tholen, George Janelidze (agora professor na Univ. da Cidade do Cabo, África do Sul), Jiří Adámek e Lurdes Sousa.

Por volta de 2011, proporcionou-se a colaboração com Andrea Montoli e Nelson Martins Ferreira que eram post-docs no DM. Formámos uma "troika" invulgar, com um prazer imenso de "fazer" matemática, a que mais tarde se juntou Dominique Bourn (Univ. du Littoral Côte d'Opale, Calais, França) com quem escrevemos e publicámos, além de alguns artigos, a monografia número 45 dos *Textos de Matemática* do DMUC.

De momento, continuo a trabalhar com os dois ex-post-docs (agora professores da Univ. de Milão e do Instituto Politécnico de Leiria, respetivamente) e também com Alex Patchkoria (A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Geórgia) num segundo artigo. E trabalho no meu gabinete no DM quase todas as manhãs, agora menos devido à pandemia que é também a grande responsável por esta catadupa de recordações…

As preocupações do dia a dia continuam a não resistir à concentração num ou nuns bons problemas. E a matemática também é feita destas pequenas peças.

[8] Informação disponível em *http://www.museudaciencia.org/index.php?module=events&option=&action=&id=1042*.

MANUELA SOBRAL é professora jubilada da Universidade de Coimbra. Doutorada em Matemática pela Universidade da África do Sul, criou em Portugal um forte grupo de investigação na área da Teoria das Categorias, do qual fazem parte alguns dos seus alunos de mestrado e doutoramento, assim como muitos dos seus antigos e atuais colaboradores. A par da atividade científica que desenvolveu ao longo da sua carreira, esteve ligada a vários projetos que ainda hoje contribuem para a divulgação da matemática em todos os níveis de ensino e na sociedade em geral. São de destacar as Tardes de Matemática que tiveram início aquando do seu mandato como presidente da SPM-Centro. Continua a ser presença assídua em atividades de divulgação matemática desenvolvidas por esta delegação, nomeadamente as Tardes de Matemática no Museu da Ciência[8].

SOBRE AS AUTORAS

Margarida Camarinha é professora auxiliar do Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra e integra o grupo de investigação em Geometria do Centro de Matemática da mesma universidade. Dedica uma parte do seu tempo a atividades de divulgação matemática colaborando com a SPM nas Olimpíadas Portuguesas de Matemática e na Delegação Regional do Centro.

Maria João Ferreira é professora auxiliar do Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra e membro do Centro de Matemática da Universidade de Coimbra. Tem colaborado em diversas atividades de divulgação da matemática, sendo atualmente membro da direção da SPM-Centro, da comissão organizadora do Canguru Matemático e da coordenação do Delfos.

SPM@WEBINARS

13 março
das 15h às 18h

SPM em Ação: Debate
João Araújo; Nuno Crato; José Eduardo Lemos; Pedro Cunha; Helena Damião e Rodrigo Queiroz e Melo

20 março
das 15h às 18h

Avaliação online na Matemática
Rui Paiva

27 março
das 15h às 18h

Ciência a Brincar - Descobre a Matemática
Carlota Simões

10 abril
das 15h às 18h

Comunicar em Público-Módulo 1
Jacinta Oliveira

17 abril
das 15h às 18h

Comunicar em Público-Módulo 2
Jacinta Oliveira

24 abril
das 15h às 18h

Frações no 1º ciclo e no 2º ciclo
António Bivar

8 maio
das 15h às 18h

A Astronomia nos Lusíadas
Carlota Simões

Centro de Formação Sociedade Portuguesa de Matemática

spm 80 Sociedade Portuguesa de Matemática

Informações:
Telefone: 960 130 506
Email: formacao@spm.pt

José Carlos Santos
Universidade
do Porto
jcsantos@fc.up.pt

O GÖMBÖC: UM BRINQUEDO DO SÉCULO XXI

O Gömböc é uma forma tridimensional descoberta há poucos anos. Além de poder ser usada para construir um brinquedo fora do comum, é matematicamente muito interessante.

Imagine um sempre-em-pé, como o da figura 1. É um brinquedo infantil tradicional, que consiste num objeto sem partes planas (geralmente representando um ser humano ou um animal) que, seja qual for a posição em que é colocado numa superfície horizontal, acaba sempre por ficar estável numa mesma posição.

Figura 1. Sempre-em-pé.

Esta propriedade do sempre-em-pé deve-se ao facto de a sua massa estar quase toda concentrada junto da base. Isto faz com que o centro de massa fique bastante em baixo e com que qualquer deslocação que se faça relativamente à sua posição estável leve a que o dito centro de massa suba, o que, por sua vez, leva a que o sempre-em-pé, submetido à ação da gravidade, volte à posição original.

Isto leva a uma questão interessante: será possível construir um sempre-em-pé feito de um material homogéneo? De facto é, e é mesmo bastante simples de obter: basta ter-se uma esfera à qual falte uma esfera mais pequena do seu interior, cujo centro não seja o centro da esfera grande. Ou seja, é aquilo que se obtém rodando em torno da linha a tracejado a região cinzenta da figura 2; o resultado é um objeto esférico que, uma vez pousado numa superfície horizontal, acaba sempre por ficar apoiado no ponto B.

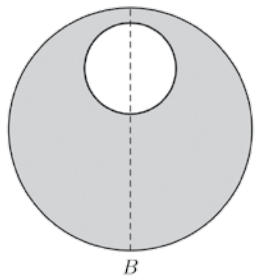


Figura 2. Construção de sempre-em-pé com material homogéneo.

O objeto atrás descrito é oco. O problema fica muito mais difícil se se impuser que o objeto seja convexo, ou seja, tal que, dados quaisquer dois pontos do objeto, todos os pontos do segmento de reta que os une também lá estiverem. Naturalmente, isto exclui objetos ocos.

Vamos agora introduzir alguns termos. Afirmar que um ponto da superfície de um objeto é um ponto de equilíbrio é o mesmo que afirmar que se o objeto for pousado sobre esse ponto numa superfície horizontal, então mantém-se imóvel (pelo menos, em teoria, como quando se equilibra uma caneta sobre a sua ponta). Só iremos lidar com objetos com somente um número finito de pontos de equilíbrio (o que exclui, por exemplo, a esfera; *todos* os pontos da sua superfície são pontos de equilíbrio). Há dois tipos de pontos de equilíbrio: estáveis e instáveis. Um ponto de equilíbrio E diz-se estável se, ao pousarmos o objeto sobre um ponto suficientemente próximo de E, ele se move até ficar novamente apoiado em E; é o caso do ponto B do exemplo da esfera oca. Caso contrário, diz-se que se trata de um ponto de equilíbrio instável. Quando se pousa um objeto sobre esse ponto numa superfície horizontal, qualquer força exercida no objeto com quase qualquer direção, por menos intensa que seja, fará com que ele mude de posição e que não volte a essa posição de equilíbrio. É como o exemplo já mencionado de tentar equilibrar uma caneta no seu bico. Deste ponto em diante, em vez de usar a expressão "sempre-em-pé", vamos falar de "corpo monostático"; o que isto designa é um objeto convexo feito de um material homogéneo com um único ponto de equilíbrio estável.

Sendo assim, somos levados à seguinte questão: será possível construir um corpo monostático? É possível provar que um tal corpo tem, além do ponto de equilíbrio estável, pelo menos um ponto de equilíbrio instável. E isto leva a um novo desafio: será possível construir um corpo monostático com um único ponto de equilíbrio instável? Um tal objeto vai ser designado por "corpo mono-monostático".

Vejamos um problema semelhante. Considere-se uma região convexa plana R limitada por uma curva C, tal como a elipse da figura 3. A partir desta região plana pode-se construir um cilindro reto, onde as secções perpendiculares ao eixo de simetria têm a forma de R. Se se colocar este cilindro de lado num plano horizontal, os pontos de C onde a curvatura tem um mínimo local correspondem aos pontos de equilíbrio estáveis e os pontos onde a curvatura tem um máximo local aos de equilíbrio instável. No caso da elipse, podem ver-se na figura 3 os pontos onde a curvatura atinge um extremo local.

Acontece que, dada qualquer curva convexa plana, a respetiva curvatura tem sempre, pelo menos, dois mínimos locais e, pelo menos, dois máximos locais, pelo teorema dos quatro vértices. Logo, em particular, o análogo bidimensional do problema de encontrar um corpo monostático feito de um material homogéneo não tem solução.

O problema de saber se existe algum corpo mono-monostático foi proposto em 1995 pelo matemático russo Vladimir Arnold (figura 4) ao engenheiro civil húngaro Gábor Domokos; um relato do encontro entre os dois (o único que tiveram antes de o problema ser resolvido) pode ser lido em [1]. Domokos pensou no problema durante vários anos, primeiro sozinho e depois com a colaboração do seu aluno de doutoramento Péter Várkonyi.

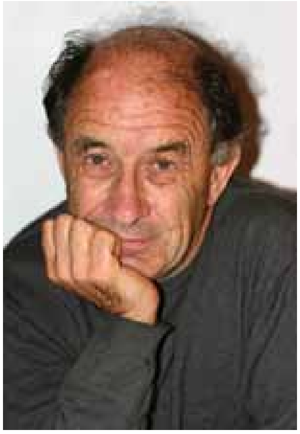


Figura 4. Vladimir Arnold.

Finalmente, em 2006, Domokos e Várkonyi conseguiram provar que um corpo mono-monostático existe de facto; veja-se [2]. O primeiro corpo nessas condições que encontraram estava muito próximo de ser um objeto esférico[1]. Mais precisamente, se esse objeto fosse construído a partir de uma esfera de um metro de diâmetro, afastando ou aproximando cada ponto da sua superfície do centro da esfera, nenhuma dessas mudanças teria de exceder um centésimo de milímetro. E isso exige um grau de precisão que excede a capacidade tecnológica atual.

Esta dificuldade teve origem no facto de Domokos e Várkonyi tentarem imaginar um objeto sem arestas. Quando se decidiram a abandonar essa restrição, obtiveram uma descrição de um objeto mono-monostático (ao qual chamaram "gömböc", que se pronuncia "gombetz", e que é um diminutivo de "gömb", que significa "esfera" em húngaro) que exigia um grau de precisão cem vezes menor do que o original. Já era possível construir um tal objeto e, quando começou a ser fabricado em série, o primeiro exemplar foi oferecido a Arnold como presente, quando celebrou 70 anos, em 2007[2]. Na figura 5 pode ver-se uma foto de um gömböc, tirada por Gábor Domokos.

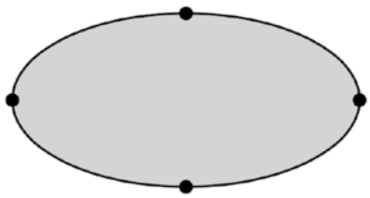


Figura 3. Elipse.

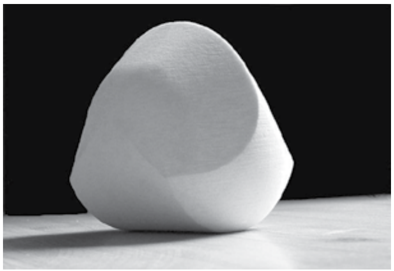


Figura 5. Gömböc.

Figura 6. Tartaruga estrelada indiana.

Embora o gömböc tenha aparecido para resolver um problema puramente matemático, já surgiram aplicações do tipo de ideias que levaram à sua descoberta à Biologia, à Astronomia e à Medicina. Por exemplo, os próprios Domokos e Várkonyi publicaram um artigo (veja-se [3]) a descrever uma tartatuga, a tartaruga estrelada indiana (veja-se a figura 6), cuja carapaça se assemelha a um gömböc, o que faz com que uma tal tartaruga tenha facilidade em virar-se caso, por algum motivo, seja colocada de patas para o ar. Este artigo atraiu a atenção de revistas como a *Nature*[3] ou a *Science*[4] o que aumentou a visibilidade do gömböc junto do grande público.

Como disse o matemático norte-americano Chandler Davis, o gömböc "é uma forma cuja impossibilidade poderia ser um teorema elegante, mas cuja existência talvez seja muito mais elegante."

BIBLIOGRAFIA

[1] Gábor Domokos, *My lunch with Arnold,* The Mathematical Intelligencer, 28 (4), pp. 31–33, 2006.

[2] Péter Várkonyi; Gábor Domokos, *Mono-monostatic bodies: The Answer to Arnold's Question* The Mathematical Intelligencer, 28 (4), pp. 34–38, 2006

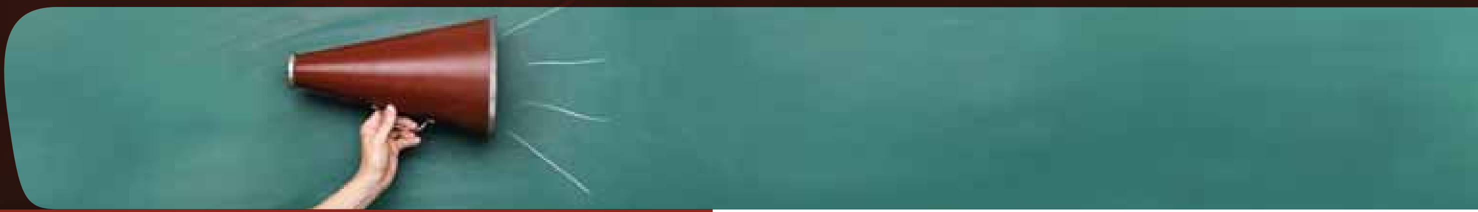
[3] Péter Várkonyi; Gábor Domokos, *Geometry and self-righting of turtles*, Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences}, 275 (1630), pp. 11–17, 2008

[1] Veja-se The story of the Gömböc, de Marianne Freiberger, *https://plus.maths.org/content/story-goumlmboumlc*

[2] Veja-se *http://www.gomboc.eu/en/site.php?inc=&menuId=12&hirId=2*

[3] Veja-se *How tortoises turn right-side up: Study finds three ways that tortoises avoid getting stuck on their backs*, de Philip Ball, *https://www.nature.com/news/2007/071016/full/news.2007.170.html*

[4] Veja-se *Gömböc – Finding Consilience*, de Joseph Froncioni, *https://web.archive.org/web/20090522010319/http://www.quickswood.com/my_weblog/2008/02/gmbc-finding-co.html*



Gonçalo Morais
Instituto Superior de Engenharia, Lisboa
gmorais@adm.isel.pt

GONÇALO MORAIS CONVERSA COM

LUÍS SARAIVA

O professor Luís Saraiva terminou a licenciatura em Matemática pela Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa em 1973, onde é professor associado, e em Filologia Românica pela Faculdade de Letras da mesma Universidade em 1980. Fez o doutoramento em Matemática na Universidade de Sussex, Reino Unido, em 1985. É elemento fundador do Seminário Nacional de História da Matemática, sendo o seu coordenador geral desde a sua fundação, em janeiro de 1988. Esta entrevista é o resumo da conversa que tivemos, onde discorremos sobre a História da Matemática em Portugal desde o século XIX até à chamada geração de 40, fazendo-se a caminho uma resenha do processo que levou à fundação do Seminário Nacional de História da Matemática.

GONÇALO Antes de trabalhar em História da Matemática, o professor foi um matemático a tempo inteiro. A escolha da matemática foi para si natural?

LUÍS SARAIVA Acho que tive muita sorte! Eu tive sempre excelentes professores de Matemática. O meu pai teve especial cuidado com as escolas que frequentei e aconselhou-se antes de escolher colocar-me no Liceu Francês (1956-1962) a fazer a primária, onde nos primeiros quatro anos estive em classes francesas, o que fez com que aos 10 anos eu falasse a língua como um francês. Hoje já não tenho a fluência que então possuía, mas mantenho a mesma facilidade de ler textos em francês. Depois passei para as classes portuguesas, porque tinha de fazer os exames obrigatórios da quarta classe e do segundo ano, e segui depois os meus estudos no Liceu Pedro Nunes, igualmente por escolha do meu pai, a quem muito tinham elogiado o valor pedagógico. Este liceu tinha excelentes professores de Matemática. Além disso, nos últimos dois anos de liceu apanhei já a chamada Matemática Moderna, introduzida entre nós no ensino por Sebastião e Silva. Eu fiquei fascinado pelos livros do Sebastião e Silva.

GONÇALO Estamos a falar de que anos?

LUÍS SARAIVA Estamos a falar dos anos de 1963 a 1968. Como referi, no Pedro Nunes tive sempre excelentes professores. O meu professor de matemática no 6.º e no 7.º ano foi o Dr. Osório dos Anjos, uma pessoa extraordinária que motivava e entusiasmava no estudo da Matemática. A conjugação da ação dele e com os livros do Prof. Sebastião e Silva foi uma combinação irresistível. Aí percebi que tinha de ir para Matemática. O meu pai era economista, foi aliás aluno do Bento de Jesus Caraça,

que dá nome à associação à qual hoje pertenço também por homenagem ao meu pai, que sempre nos falou do professor Bento de Jesus Caraça, quer do ponto de vista profissional quer do ponto de vista humano, com grande admiração. Na nossa casa ele sempre foi uma figura chave. Quando, ao terminar o 5.º ano do liceu, tive de escolher a alínea para onde ia, o meu pai ainda me sugeriu que eu fosse para a alínea que dava acesso a Económicas, onde poderia ajudar-me com o seu conhecimento. Do 3.º ao 5.º ano, tinha tido como professora de Físico-Químicas a Dra. Maria Elisa Marques, não só uma excelente professora mas uma pessoa que tinha grande proximidade com os alunos. Se fosse para a alínea que dava acesso a Económicas não teria a Física. Foi assim que decidi ir para a alínea F. Mais tarde, quando terminei o curso dos liceus, já estava decidido a ir para Matemática. Estava completamente fascinado pelo que tinha aprendido nos últimos anos do Pedro Nunes. Disse na altura ao meu pai uma coisa que hoje pode parecer simplória: se eu quisesse ganhar dinheiro iria para Engenharia, mas o que eu queria fazer era algo para o resto da vida, algo de que gostasse verdadeiramente. E pensava que se fosse suficientemente bom em Matemática também conseguiria encontrar emprego.

GONÇALO Também foi aluno do Professor Rómulo de Carvalho...

LUÍS SARAIVA Ele foi meu professor de Físico-Químicas no sexto e no sétimo anos no Pedro Nunes. Eu tenho colegas que foram muito influenciados por ele. Eu vinha de ter aulas durante três anos com uma professora que tinha uma grande proximidade connosco, pelo que a distância que o Rómulo nos punha nunca funcionou muito bem comigo. Achei que ele era bom professor mas não teve muito efeito em mim. Isto, claro, sempre de uma forma civilizada, mas a distância que ele colocava entre ele e os alunos fez com que para mim ele nunca tenha tido a preponderância que veio a ter sobre outros colegas meus que muito prezo.

GONÇALO E depois vai para a Faculdade de Ciências (Universidade de Lisboa)...

LUÍS SARAIVA Sim, depois fiz a minha licenciatura em Matemática. Para perceber melhor o meu gosto pela História da Matemática, é importante dizer-lhe que depois de acabar o curso na Faculdade de Ciências, em 1973, resolvi fazer o curso de Filologia Românica. Eu sempre gostei muito de cinema e na altura apareceram vários críticos nos jornais diários. No *Diário de Lisboa* o Eduardo Prado Coelho fazia crítica de cinema, muito influenciado pelo estruturalismo francês. Eu não conseguia perceber muito bem algumas das coisas que ele escrevia. Telefonei na altura a um outro crítico, o Eduardo Geada, que eu não conhecia e que trabalhava na *Capital*, para saber se nós nos podíamos encontrar para falarmos. Eu devia ter uns 20 anos nessa altura. Encontrámo-nos na Mexicana, na Praça de Londres, e disse-lhe que gostava de ler as críticas mas que havia coisas que eles escreviam que não percebia. Ele indicou-me que na Faculdade de Letras (da Universidade de Lisboa) havia pessoas que estavam precisamente a introduzir o estruturalismo no ensino em Portugal. Se eu quisesse, podia seguir as aulas no curso de Filologia Românica. Antes disso, ainda segui um curso no Centro Nacional de Cultura, dado precisamente pelo

Eduardo Prado Coelho. No ano letivo de 1973-74 inscrevi-me no primeiro ano de Filologia Românica da Faculdade de Letras. Fiz uma cadeira com o Lindley Cintra de Introdução aos Estudos Linguísticos e pensei que seria bom para mim fazer um percurso de uma maneira organizada. Além disso, conseguia deste modo estar em contacto com outras pessoas com quem podia discutir estes assuntos. Depois veio o 25 de Abril. O Latim deixou de ser obrigatório e não havia uma única cadeira do curso de Filologia Românica que eu não achasse interessante, pelo que decidi fazer o curso inteiro. No início nem era para o fazer em cinco anos, mas na altura tínhamos como Ministro da Educação Sottomayor Cardia, na época uma figura altamente contestada, e que eu acho que foi péssimo, ele ia ano a ano anulando cadeiras interessantes do meu curso. Para fazer o curso que eu queria, em cada ano letivo tinha de fazer as cadeiras todas desse ano. Eu começava por pensar, no início de cada ano, em quais eram as cadeiras que ele possivelmente iria anular e que me interessavam. Era nessas que eu me inscrevia primeiro. Acabei por fazer o curso nos tais cinco anos e com as cadeiras de que eu gostava.

GONÇALO Mas havia algum padrão na ação do Sottomayor Cardia?

LUÍS SARAIVA Foi algo que se varreu da minha memória. Tendo a esquecer os detalhes das coisas más, apenas ficando com a noção de que foram más. Fiz um curso muito variado. Para lá das cadeiras habituais, as Literaturas francesas e portuguesas, tive uma cadeira de Literatura e Psicanálise, outra de Literatura e Artes Plásticas, e fiz várias opções de Germânicas: Expressionismo Alemão, História Alemã entre as Guerras, Brecht e o Teatro Político. Enfim, gostei imenso do curso e no fim o que isso me deu foi talvez uma capacidade teórica extra para ler textos, o que me será mais tarde extremamente útil para a História da Matemática. Por exemplo, fiz um artigo sobre a colaboração entre o Laplace e o Lavoisier acerca da quantificação do calor em que para a análise que fiz das cartas que eles trocaram, os meus estudos de Letras foram extremamente importantes. Uma coisa é o que as pessoas dizem e outra é o que elas querem dizer. Acho que consegui desencantar nas cartas deles o verdadeiro significado do que eles estavam ali a fazer, a tática que eles seguiram para imporem as suas ideias que na altura encontraram muita resistência. O meu pai ficava sempre muito intrigado com o que eu estava a fazer em Letras e eu dizia-lhe que estava a aprender a ler, o que de alguma maneira era verdade porque estava a aprender a ler de uma outra maneira.

Quando acabei o curso de Letras, em 1980, comecei a pensar no meu doutoramento em Matemática. Fui ter com um colega meu, que tinha sido meu professor, o António St. Aubyn, que do ponto de vista didático, foi talvez o melhor professor que eu tive na faculdade, que deu um curso extraordinário de Equações Diferenciais Ordinárias, e pedi-lhe para ele me deixar ser seu assistente na cadeira de Análise Funcional para assim poder rever o que tinha de relembrar antes de ir para Inglaterra fazer o doutoramento. Nesse período também fui assistente do professor João Paulo Carvalho Dias na cadeira de Equações com Derivadas Parciais (EDPs). Estive quatro anos na Universidade de Sussex, de 1981 a 1985, e aí fiz o meu doutoramento

GONÇALO Em que momento é que passou a ser um historiador?

LUÍS SARAIVA Em 1987 evocou-se o bicentenário da morte de José Anastácio da Cunha, com a realização de Colóquios em Lisboa, o mais importante, e outros de menor dimensão em Coimbra e em Évora. Na Faculdade de Ciências de Lisboa, uma das pessoas que estava a organizar o colóquio internacional era o professor João Santos Guerreiro, outro professor muito influente na minha formação matemática e na de muitos outros seus alunos na Faculdade de Ciências de Lisboa, e ele perguntou, numa reunião do Departamento de Matemática, quem é que conhecia o Anastácio da Cunha. Eu respondi que não conhecia a matemática dele mas conhecia a sua obra poética que tinha estudado em Letras. Fiquei imediatamente na comissão organizadora e isso modificou a minha vida. Estar envolvido nas celebrações relativas a Anastácio da Cunha fez-me contactar o mundo dos historiadores da matemática que eu desconhecia totalmente. Por outro lado, vieram outros colegas meus de Coimbra, do Porto e de Braga que também tinham o mesmo interesse. Nós nesse encontro percebemos que havia pessoas em Portugal interessadas em História da Matemática mas que não havia uma atividade organizada no nosso país. Havia um ou outro historiador a trabalhar de forma isolada, o professor Dionísio e o professor Dias Agudo, que faziam coisas pontuais, mas, como disse, não havia uma atividade organizada. Eu depois participei na edição das atas, aliás um livro excelente, não obviamente por causa da minha participação, mas pelas intervenções aí registadas, publicado na Imprensa Nacional, bem como por incluir apêndices históricos com textos originais quer de Anastácio da Cunha quer de pessoas que escreveram sobre ele. Nós percebemos que havia uma falha grande em Portugal no que diz respeito à História da Matemática e pensámos logo ali em criar qualquer coisa que permitisse uma atividade regular e organizada sobre História da Matemática em Portugal.

Não sei agora precisar muito as datas, mas a conferência realizou-se em outubro de 1987 e no início de 1988 fundámos o Seminário Nacional de História de Matemática (SNHM). Organizámos o primeiro encontro em Braga, em que convidámos para participar o professor Ubiratan D'Ambrósio. Nós não tínhamos dinheiro pelo que tínhamos de aproveitar os historiadores que estivessem em Portugal. Na altura, o professor Ubiratan D'Ambrósio estava a visitar Braga e aproveitámos para realizar logo aí o primeiro encontro. Nos primeiros anos funcionou desta forma, por carolice e aproveitando as pessoas que visitavam Portugal convidadas por instituições a que pertencíamos. Por exemplo, em 1993 foi feito o convite ao professor Eduardo Ortiz para fazer uma conferência na Faculdade de Ciências de Lisboa, que lhe pagou a deslocação. Aproveitámos a sua estadia em Lisboa para aí realizarmos o encontro do SNHM.

A partir de uma certa altura, nos anos 90, tornámo-nos uma secção autónoma dentro da Sociedade Portuguesa de Matemática e passámos a ter o apoio da SPM. Todos os seus presidentes compreenderam a importância que tem a História da Matemática e todos apoiaram sempre o SNHM. Desde 1988 já organizámos 33 encontros do SNHM, à média de um por ano.

Tivemos a sorte, na altura do encontro sobre o Anastácio da Cunha em Lisboa, de contar com uma pessoa que nos ajudou muito, que infelizmente já faleceu, o professor Ivor Grattan-Guinness. Era uma pessoa altamente prestigiada e de um grande nível. Ele reuniu-se connosco e deu-nos conselhos preciosos de como organizar o SNHM. Disse-nos, por exemplo, que deveríamos ter sempre nos nossos encontros, pelo menos, um conferencista que não fosse português. Era importante ter sempre uma pessoa de fora para termos um input de ideias diferentes por parte de especialistas. É algo que temos respeitado sempre. Quando há possibilidade de trazermos mais do que uma pessoa, melhor. Por exemplo, quando houve um encontro de grande dimensão em Coimbra sobre Pedro Nunes, nos 500 anos do seu nascimento, nós aí aproveitámos e fizemos o Encontro do SNHM em conjunto com este Colóquio Internacional. Com tudo isto foi-se formando um conjunto de pessoas em Portugal para trabalhar em História da Matemática e criámos importantes ligações com historiadores estrangeiros.

GONÇALO É curioso que esse primeiro encontro tenha decorrido a propósito do José Anastácio da Cunha, ele que coincide temporalmente com o início do período ao qual dedica a sua investigação...

LUÍS SARAIVA Falámos atrás que eu fiz o curso de Letras a partir do momento em que o Latim deixou de ser obrigatório. Como em História para se fazer investigação é obrigatório ler os textos originais, ficou logo excluído para mim qualquer período em que o latim fosse a língua utilizada nos documentos.

Como sabe, em 1290 Dom Dinis fundou a Universidade que será inicialmente itinerante entre Lisboa e Coimbra, mas estudos de matemática propriamente ditos, enquanto área autónoma e praticada regularmente, apenas tivemos a partir da reforma da Universidade feita pelo Marquês de Pombal em 1772. Só a partir desse ano é que passámos a ter uma Faculdade de Matemática em Coimbra e em que a disciplina passa a ser considerada importante. Antes tivemos uma figura importante de nível mundial, que foi Pedro Nunes, mas que aparece como uma figura isolada na matemática portuguesa. Não criou escola.

A matemática portuguesa, na sua ligação ao que hoje temos, começa realmente com a reforma do Marquês de Pombal. Pode objetar-se a aspetos do legado de Pombal, mas é inquestionável a importância de Reforma de 1772, que lançou as bases para se desenvolver a matemática em Portugal, um marco decisivo na conquista da modernidade científica no nosso país.

GONÇALO Uma das muitas coisas interessantes que li nos seus artigos foi o facto de nos 90 anos antes da reforma Pombalina, a cátedra de Matemática da Universidade de Coimbra ter permanecido por ocupar. Isto não revela um país profudamente atrasado do ponto de vista científico e tecnológico?

LUÍS SARAIVA Não se dava a importância devida à matemática. Com a época dos Descobrimentos, houve um conjunto de avanços importantes na Astronomia pela necessidade de os navios se orientarem no Atlântico. Quan-

do a navegação passa do Mediterrâneo, onde navegar longe da costa não oferecia grande dificuldade, porque num curto espaço de tempo ela seria novamente avistada, para o Atlântico, as coisas não se passam da mesma maneira. Quando navegavam ao longo da costa africana, sobretudo no regresso em que eles tinham de se afastar das margens por causa das correntes, não viam terra durante dias e dias. Por isso tiveram de encontrar outro modo de orientação, que foi pela posição das estrelas. A Astronomia tinha assim um papel importante. Uma vez adquirido esse avanço, e resolvido o problema da navegação, o interesse esmoreceu.

GONÇALO No final do século XVIII e no início do século XIX ocorre uma transformação do cenário político europeu, primeiro com a Revolução Francesa e depois com as Guerras Napoleónicas. Em Portugal isso resultará nas chamadas invasões francesas e na proteção inglesa até 1820. Entre 1820 e 1851, Portugal foi atravessado, uma vez mais, por uma grande instabilidade política e social. Entretanto, após o fim do reinado de D. José, em 1777, dá-se a Viradeira e logo de seguida José Anastácio da Cunha é expulso pela Inquisição da Universidade de Coimbra. Qual o impacto que tudo isto tem no desenvolvimento da matemática no nosso país?

LUÍS SARAIVA Foi um período muito difícil. Primeiro com as invasões francesas e depois com a guerra civil entre liberais e absolutistas, levou a que muita gente tivesse de sair de Portugal ou viver escondida. A isso acresce o facto de a nossa matemática nessa época ser produzida essencialmente por militares. *As Memórias da Academia das Ciências de Lisboa* foi o único periódico neste meio século em que continuou a ser publicado algum trabalho em Matemática e Física. A produção matemática decaiu imenso nesse período.

Existem algumas exceções pontuais, por exemplo devido ao debate suscitado pela publicação em 1811 em França da tradução francesa dos *Princípios Mathematicos* de José Anastácio da Cunha. Esta publicação em francês suscitou a revisão no *Edimburgh Review*, que depois apareceu traduzida em português, levando a um curto debate.

GONÇALO E na segunda metade do século XIX?

LUÍS SARAIVA Aí a Academia das Ciências teve um papel muito importante. Ela já tinha tido uma primeira reforma em 1834, mas essa reforma pouco de novo trouxe. Em 1851 dá-se nova reforma, esta sim importante. Até esta data ela não dava importância fulcral à matemática. A principal motivação até aí era sobretudo a economia. Portugal tinha medo de perder as suas colónias, pretendendo transformar-se o país para ser alimentarmente autossuficiente. Repare que a Academia é fundada em 1779 e só em 1797, 18 anos depois, é que aparece uma revista com publicações de Matemática e Física, quando entretanto já tinham sido publicados vários volumes das *Memórias Económicas* e das *Memórias Literárias da Academia*. Na reforma de 1851, a matemática passa a ser a primeira secção da 1ª Classe. Percebe-se também que as Memórias da Academia não são suficientes para incluir a produção científica, e preconiza-se a criação de novos periódicos onde sejam publicados ou os artigos que o não possam sê-lo nas *Memórias* ou outros que, não tendo a qualidade que devem ter os das *Memórias*, mereçam contudo ser publicados. Em 1857 e 1858 publicam-se os *Annaes das Sciencias e Lettras*. Era uma revista interessante, mas ainda com pouca Matemática, que não chega a durar dois anos. A seguir publicar-se-á o *Jornal de Sciencias Mathematicas, Physicas e Naturaes*, que começou em 1866 e foi publicado até 1927, onde encontramos muitos artigos de Matemática.

Com Gomes Teixeira, quando ele cria o *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas* (JSMA) em 1877, dar-se-á um salto imenso. Ele cria a primeira revista em Portugal totalmente dedicada à Matemática, sendo um jornal internacional, ou seja, vai conseguir ter colaboração internacional, algo que as *Memórias da Academia* nunca conseguiram. Durante o século XIX há apenas três matemáticos estrangeiros que publicam lá, e os dois últimos já muito possivelmente por influência de Gomes Teixeira.

GONÇALO O Gomes Teixeira é uma figura central deste período, quer na Matemática quer mais tarde na História da Matemática. Consegue perceber-se de onde virá todo este destaque?

LUÍS SARAIVA Gomes Teixeira teve uma ação muito importante desde muito novo. Repare que ele nasce em 1851, completa o doutoramento em 1875 e em 1877 ele funda o JSMA. Ele era uma pessoa muito empreendedora e motivadora, conseguindo reunir à sua volta um conjunto importante de pessoas. Uma das coisas muito importantes que ele faz é criar uma secção de Bibliografia no jornal que toma proporções muito consideráveis. Existem volumes em que metade da publicação é ocupada pela secção de Bibliografia, com muitas críticas a livros e revistas que saem, algo extremamente importante para os matemáticos portugueses poderem manter-se atualizados.

Ele irá transferir-se para o Porto, levando algumas pessoas de Coimbra com ele, dinamizando assim a Academia Politécnica do Porto. Hélder Pinto escreveu a sua tese de doutoramento sobre Gomes Teixeira e a Academia Politécnica do Porto (APP) e estuda em detalhe este tema. Na altura, Gomes Teixeira teve carta branca para prosseguir da maneira que achasse mais adequada e isso terá sido um dos fatores determinantes da sua mudança de Coimbra para o Porto. Relembre-se que Coimbra tinha um enorme prestígio, ao contrário da APP. Aqui irá também dirigir os *Annaes Scientificos da Academia Polytechnica do Porto*, que de algum modo podem considerar-se uma continuação do JSMA.

GONÇALO Em 1911, após a implantação da República, vão ser criadas as Universidades de Lisboa e do Porto. Qual a importância deste acontecimento para o desenvolvimento da ciência em Portugal?

LUÍS SARAIVA A sua formação é bastante importante porque, como sabe, a Universidade em Portugal foi fundada em 1290 e durante séculos, até 1537, foi itinerante entre Lisboa e Coimbra, fixando-se então definitivamente nesta última cidade. Os professores de Coimbra não queriam outras instituições de ensino universitário que fugissem ao seu controle. Em 1835 deu-se uma tentativa da criação do Instituto de Física Matemática em Lisboa, tendo sido tudo feito, escolhidos os professores, etc. Duas semanas depois de ter sido autorizado, foi tudo anulado, por influência política dos docentes de Coimbra. Dois anos depois, conseguiu criar-se a Escola Politechnica em Lisboa, com o subterfúgio de ser uma escola militar sob alçada do Ministério da Guerra, estando deste modo fora da alçada da autoridade de Coimbra. Assim ficou durante uma vintena de anos até passar finalmente a ser uma instituição civil.

GONÇALO No período que nos leva de Gomes Teixeira até à geração de 40, aparece a figura de Mira Fernandes...

LUÍS SARAIVA De alguma maneira, sim. A geração de 40 adota-o como um dos seus, como um exemplo. O Bento de Jesus Caraça quando publica o primeiro volume das suas *Lições de Álgebra e Análise* agradecerá a várias pessoas, entre as quais Mira Fernandes que, segundo ele, tinha sido um exemplo como pessoa, como matemático e como atitude perante a ciência. Mira Fernandes tem uma correspondência extensa com Levi-Civitta e publicou uma série de artigos na revista da Academia de Lincei, por isso apareceria aos matemáticos da geração de 40 como exemplo de um matemático com uma carreira digna e sempre com uma atitude correta em relação à ciência.

Quando é formada a Sociedade Portuguesa de Matemática, em 1940, nos quadros da direção aparecem representantes da geração de 40, como António Monteiro e Zaluar Nunes, e membros da geração anterior, como Pedro José da Cunha e Mira Fernandes.

GONÇALO Nessa chamada geração de 40 temos uma série de nomes muito conhecidos, não só pela sua atividade enquanto matemáticos mas também pelo seu papel político. Esse número relativamente grande de nomes importantes deve-se a quê?

LUÍS SARAIVA O regime tinha uma atitude muito clara: a maioria da população poderia continuar num semianalfabetismo, mas era necessário formar quadros para continuar a ditadura. Simplesmente os quadros que eles formaram, no domínio científico, não se formaram como o regime desejava, quem foi para o estrangeiro viu-se confrontado com situações socio-políticas complexas, muitos experimentaram pela primeira vez o que era viver em liberdade. Por exemplo, quando António Monteiro foi para França fazer o doutoramento com Maurice Fréchet, viviam-se momentos de grande convulsão social e política. Por um lado, temos os movimentos socialistas e comunistas e, por outro, temos os regimes fascista e nazi. É um momento de uma grande agitação. A situação geral era tal que era difícil que os cientistas não tomassem também uma posição política. Em 1931, deu-se um congresso científico em Londres em que pela primeira vez esteve presente uma delegação da União Soviética. As comunicações apresentadas pelos seus membros queriam acentuar a relação entre a ciência e a sociedade. Tiveram um grande impacto no meio científico da época. A que teve maior influência foi a do Boris Hessen sobre as raízes sociais e económicas dos *Principia* do Newton. Muitos cientistas passaram a ter essa preocupação, ligar a ciência e a sociedade. Entre outros, lembro John Desmond Bernal que publicou em 1939 um livro, *A Função Social da Ciência*, em que explorava estes pontos. Estas influências também chegaram a Portugal. Abel Salazar também tem um folheto em 1933 com o título *A Socialização da Ciência*, António Monteiro no artigo que escreve sobre a Junta de Investigação Matemática fala da responsabilidade social do cientista, assim como Bento de Jesus Caraça que, na introdução de *Os Conceitos Fundamentais da Matemática*, diz que há duas atitudes perante a ciência: ou considerar a ciência como algo de abstrato, independente, apresentando a ciência como um conjunto estruturado de verdades científicas; ou, apresentar a ciência no seu desenvolvimento, nas suas incertezas e nos seus problemas, defendendo ele a segunda abordagem. Em relação à Matemática refere que tem problemas que lhe são específicos, mas com tantas raízes na vida real como as outras ciências.

O contraste entre o que era viver no Portugal daquele tempo, sob um regime repressivo e retrógrado, e o que os bolseiros viveram quando estiveram no estrangeiro onde havia liberdade, como o caso do António Monteiro que está em França quando se dá o triunfo eleitoral da *Frente Popular*, era imenso. É natural que quando regressam a Portugal, ao invés de dóceis e obedientes, venham com uma atitude altamente crítica em relação ao regime. António Monteiro diz que só em França é que percebeu qual o verdadeiro significado do fascismo. Naturalmente todas estas pessoas são hostilizadas. O Instituto para a Alta Cultura deixou de financiar a *Portugaliae Mathematica* porque perceberam rapidamente que quem estava por detrás desta revista eram pessoas que não eram afetas ao regime. Foi por este facto que se criou a Junta de Investigação Matemática, ligada ao irmão do Ruy Luís Gomes, um industrial com algumas posses, para continuar a publicação da revista, bem como de outras publicações matemáticas dos matemáticos portugueses.

GONÇALO Apesar de todos os nomes, António (Aniceto) Monteiro aparece como figura central dessa geração...

LUÍS SARAIVA Sem dúvida! O António Monteiro foi o grande dinamizador da geração de 40. Ele vem em 1936 para Portugal e imediatemente começam a criar-se grupos de investigação, o primeiro dos quais é o Núcleo de Matemática, Física e Química. Exceto o Centro de Estudos Matemáticos Aplicados à Economia, criado por Mira Fernandes, Bento de Jesus Caraça e Beirão da Veiga, ele estará na criação de praticamente todos os centros de investigação matemática em Portugal. Na formação da própria Sociedade Portuguesa de Matemática, da *Portugaliae Mathematica* e da *Gazeta de Matemática*, é ele que é a figura dinamizadora.

Além disso é uma pessoa exemplar. O regime já tinha criado uma série de dispositivos legais para poder excluir arbitrariamente pessoas da Função Pública. Um deles é o famoso decreto 27003/36 em que as pessoas teriam de assinar uma declaração em que estavam de acordo com o regime e que rejeitavam todas as ideias...

GONÇALO Comunistas e subversivas.

LUÍS SARAIVA E o António Monteiro não aceitou isso e nunca assinou. As pessoas assinavam de cruz, mesmo que já tencionassem entrar em ações contra o regime. Ele nunca assinou, não porque estivesse ligado ao Partido Comunista mas porque – ele próprio o disse – não aceitava que pusessem restrições ao seu próprio futuro. Como consequência, nunca teve um emprego público. Acabou por partir para o Brasil, onde se integrou num Departamento de Matemática forte na que é hoje a Universidade Federal do Rio de Janeiro. Aí continuou a sua atividade de matemático e professor, tendo tido vários alunos de doutoramento. Por pressões do Governo português, o Brasil acabou por não lhe renovar o visto de estada no país e ele teve de partir novamente, desta vez para a Argentina onde ficou até ao fim da vida. Continuou aí a sua intensa atividade de matemático, professor, organizador, sendo especialmente notório o seu legado na Universidad del Sur, em Bahia Blanca. Pode ser considerado que a matemática do século XX na Argentina muito deve a António Monteiro, o que, aliás, é reconhecido pelos argentinos.

Quando se celebrou o centenário do seu nascimento, convidámos alguns dos seus antigos alunos argentinos. Fiquei siderado pela admiração que nutriam por ele. Acho que mesmo que não tivéssemos pagado as passagens, eles as teriam pago do bolso deles. Senti que para eles era uma dívida moral que tinham para com Monteiro. Era uma pessoa muito generosa. Podia passar aqui horas a contar histórias que testemunham isso.

Por causa da pandemia, esta entrevista foi realizada não presencialmente mas via Zoom, no dia 19 de janeiro de 2021. As fotografias foram fornecidas pelo entrevistado.

Fernando B. Figueiredo
Universidade de Coimbra
bandeira@mat.uc.pt

MONTEIRO DA ROCHA E O INTRINCADO PROBLEMA DAS ÓRBITAS DOS COMETAS

"Os nomes de Monteiro da Rocha e de Olbers devem pois figurar juntos na história da Astronomia, como sendo os primeiros inventores de um método prático para a determinação das órbitas parabólicas dos cometas"
Gomes Teixeira, 1934

Em 2019 comemorou-se o bicentenário da morte do matemático e astrónomo José Monteiro da Rocha (1734-1819). Assinalando a efeméride, saiu aqui na *Gazeta de Matemática* em final do ano passado um artigo que escrevi juntamente com o António Leal Duarte (DM, CMUC) – "*José Monteiro da Rocha (1734-1819) um matemático ao serviço do Estado*" (GM n.º 192).

Monteiro da Rocha foi uma das figuras marcantes da ciência e da cultura portuguesas na transição do Antigo Regime para o Liberalismo, tendo desempenhado um papel central em todo o processo de institucionalização da ciência moderna no nosso país. Como homem de ciência, professor e académico, Monteiro da Rocha tem uma obra vasta, especialmente em matemática aplicada e astronomia.

No sentido de tentar despertar o interesse, principalmente junto dos leitores mais jovens que eventualmente se sintam inclinados pela investigação pós-graduada em História da Ciência, nomeadamente da matemática e da astronomia, vou aproveitar este simpático convite dos editores da *Gazeta de Matemática* para dar a conhecer um dos seus trabalhos mais representativos: o da determinação das órbitas dos cometas. Um trabalho que ele publica nas *Memórias de Matemática e Física* da Academia Real das Ciências de Lisboa em 1799 (MACL, 1799, pp. 402-479) e que se debruça sobre um dos grandes problemas da astronomia do século XVIII.

(Já em 2014 aqui na *Gazeta* (GM n.º 173) me referi a um outro importante trabalho de Monteiro da Rocha escrito na década de 1760 sobre o problema da determinação da longitude no mar, um dos maiores problemas técnico-científicos que a Humanidade havia enfrentado até então. Esse trabalho é escrito na altura em que esta questão está no seu auge, com o declarado objetivo de fornecer aos pilotos nacionais novos métodos astronómicos para a determinação da longitude no mar, numa clara tentativa, como afirma, de contribuir para a "utilidade pública da Navegação Portuguesa". Um trabalho que representa muito bem a visão que Monteiro da Rocha tem da ciência, a de solucionar problemas e servir ao progresso e ao bem-estar da sociedade.

Escolhi este trabalho dos cometas por duas razões. A primeira, porque o *Determinação da órbita dos cometas* era até finais do século passado amplamente reconhecido pela historiografia da ciência portuguesa como um dos seus trabalhos mais emblemáticos e importantes. A segunda razão, por ter sido com o seu estudo (foi o tema da minha tese de mestrado) que tomei contacto com Monteiro da Rocha e sua obra, e que iniciei a minha investigação em História da Ciência.

Ao longo dos tempos, os cometas sempre foram vistos com um misto de admiração e temor – segundo as contas, ter-se-ão, ao longo da História, observado cerca de 700 cometas, descobertos por um número estimado de cerca de 300 a 400 pessoas, das quais apenas 150 descobriram mais do que um. As suas raras visitas, a variedade de direções em que apareciam relativamente ao Sol e à Lua, uns em movimento direto e outros em movimento retrógrado, a enorme panóplia de formas e tamanhos das caudas, os diferentes brilhos com que se apresentavam, chegando alguns a ser visíveis em pleno dia, reforçava-lhes a imagem de estranhos, extravagantes e misteriosos seres. Também as velocidades com que se deslocam, desde cometas que se movem lentamente a outros que se movem com uma enorme rapidez, os tornavam mais misteriosos e incógnitos. Ainda em 1910 a passagem do cometa *Halley* causou expectativa e pânico em todo o mundo (recomendo o livro de Joaquim Fernandes sobre o cometa *Halley* e a República em Portugal).

Percebidos pela primeira vez na teoria aristotélica como um fenómeno atmosférico, começam gradualmente a ser considerados, após as observações de Tycho Brahe (1546-1601) do cometa de 1577, corpos celestes que obedecem às leis de Newton. No entanto, a sua natureza física e as suas trajetórias permanecem um mistério durante muito tempo.

Tentativas de natureza mais matemática podem ser encontradas desde que Newton (1643-1727) publicara em 1687, nos *Principia*, um método assaz engenhoso, porém de dificílima aplicação. Foi utilizando esse método, com pequenas adaptações, que Halley (1656-1742) conseguiu determinar as órbitas de 24 cometas, concluindo que os cometas 1531, 1607 e 1682 apresentavam órbitas idênticas. Isto levou-o a sugerir que esses avistamentos eram de facto passagens sucessivas e periódicas do mesmo cometa, que voltaria em 1758. Nesse mesmo ano, Clairaut (1713-1765), Lalande (1732-1807) e Nicole-Reine Lepaute (1723-1788) envolvem-se na difícil tarefa de precisar a data do regresso do cometa *Halley*, como assim ficaria conhecido. A apresentação dos resultados do titânico esforço de cálculo dos parâmetros orbitais é feita à Académie Royal des Sciences de Paris a 14 de novembro de 1758, cerca de apenas seis semanas antes do regresso do cometa, cuja previsão erram por 33 dias (o cometa atingiu o seu periélio a 13 de março de 1759 e a previsão avançava com a data de 15 abril de 1759).

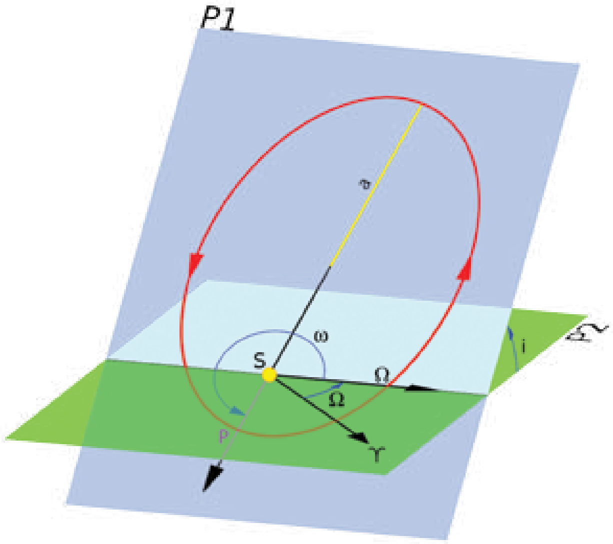


Figura 1: Os seis elementos orbitais de um cometa: i= inclinação; Ω= longitude do nodo ascendente; ω= argumento do periélio; p= distância do periélio; e= excentricidade t= instante de passagem no periélio.

Em finais de 1759, quando ainda se encontrava no Brasil, Monteiro da Rocha, ciente de que o retorno do cometa seria um teste crucial para a teoria de Newton, aproveita a ocasião para disseminar didaticamente a teoria gravitacional do matemático inglês num trabalho intitulado *Systema Physico Mathematico* dos Cometas, "composto por ocasião de um que foi visto no ano de 1759 na Cidade da Baía". Ironicamente, não reconhece que as observações que faz entre 13 de março de 1759 e finais de abril são realmente do tão esperado cometa *Halley* (as condições climáticas pouco favoráveis e falta de bons instrumentos não terão ajudado).

A partir da década de 1740, devido ao desenvolvimento significativo de ferramentas matemáticas que permitiram novas abordagens analíticas, a questão da computação das órbitas dos cometas tomou um novo fôlego. Na tentativa da sua resolução aparecem nomes como os de Euler (1707-1783), Boscovich (1711-1787), Lacaille (1713-1762), Clairaut, Lalande, Laplace (1749-1827), Gauss (1777-1855), entre muitos outros.

O primeiro método analítico que não fez uso de considerações geométricas foi apresentado por Euler em 1744, no *Theoria motuum planetarum et cometarum*. O método de Euler faz uso de três observações próximas umas das outras, considerando que a distância heliocêntrica do cometa no momento da segunda observação é conhecida com um nível de aproximação razoável.

No seu livro, Euler também apresentou um conjunto de teoremas fundamentais para o cálculo das órbitas dos cometas. Um deles é a famosa equação de Euler, que estabelece uma relação entre o tempo decorrido entre dois instantes (t_1 e t_2), os dois raios Sol-Cometa (r_1 e r_2) e a trajetória (s) do arco descrito pelo cometa nesse intervalo de tempo. Lambert (1728-1777) fornecerá uma solução prática para essa equação nos seus artigos, em 1761 e 1771, tornando-se assim conhecido pela equação de Euler--Lambert:

$$6k(t_2 - t_1) = (r_1 + r_2 + s)^{3/2} \pm (r_1 + r_2 - s)^{3/2},$$

sendo k uma constante que veio a ser conhecida como constante de Gauss.

Em 1774, Boscovich desenvolve um método que também faz uso de três observações. Porém, revela-se de difícil aplicação e só foi usado com sucesso pelo próprio Boscovich para a determinação da órbita do cometa de 1774. Inclusivamente foi alvo de acesa crítica por parte de Laplace, que o considera analiticamente errado, a tal ponto que a Académie des Sciences se vê obrigada a criar uma comissão para arbitrar a questão.

A verdade é que, apesar de todos os esforços, faltava ainda em finais do século XVIII um método fácil que envolvesse relativamente pouco esforço de cálculo para determinar as órbitas dos cometas. De tal maneira que, em 1772, a Academia das Ciências de Berlim lança a concurso (para o ano de 1774) um prémio a quem propusesse um método simples para a determinação da órbita parabólica de um cometa através de três observações. Esse prémio só viria, no entanto, a ser atribuído em 1778, a Condorcet (1743-1794) e Tempelhoff (1738-1808).

Porém, estes trabalhos não se revelaram totalmente satisfatórios e quem ficará conhecido na História como o primeiro a criar um método simples e de fácil aplicação para a resolução do problema das órbitas parabólicas dos cometas foi o astrónomo alemão Heinrich Wilhelm Olbers (1758-1840). O trabalho de Olbers intitulado *Abhandlung Über die Leichteste und Bequemste Methode die Bahn Eines Cometen* (*Ensaio sobre o método mais fácil e mais conveniente para se calcular a órbita de um cometa*), publicado por Franz Xaver von Zach (1754-1832) em 1797, tornar-se--ia uma ferramenta de uso generalizado durante todo o século XIX e primeiras décadas do séc. XX.

Mas talvez a História tenha algo mais a contar. Talvez não tenha sido Olbers o primeiro a propor tal método. De facto, foi Monteiro da Rocha, em 1782, numa sessão da Academia das Ciências de Lisboa (ACL).

A ACL, criada em 24 de dezembro de 1779, tinha como um dos seus principais objetivos fomentar o desenvolvimento da ciência e dar uma contribuição útil para o desenvolvimento económico e social de Portugal. Era obrigação dos membros apresentarem e publicarem trabalhos científicos. Monteiro da Rocha, eleito a 16 de janeiro de 1780, escreve ao secretário em julho desse mesmo ano dizendo que enviará "*uma memória sobre a determinação das órbitas dos cometas, contendo já parte da solução do problema, para desde agora ocupar essa prioridade, no caso de ser para crédito da Academia, direi a V. Exa. que o fundamento principal da minha solução consiste nas três equações seguintes [apresenta as equações] nas quais não há mais do que três incógnitas, que são as distâncias do cometa à Terra projetadas no plano da eclíptica para os momentos das três observações*". Monteiro da Rocha sabia da abertura do concurso de Berlim, mas não sabia que já havia sido atribuído dois anos antes.

Esta carta de Monteiro da Rocha seria lida em sessão da Academia no dia 2 de outubro de 1780, tendo sido guardada no respetivo cartório. No dia 27 de janeiro de 1782 o trabalho completo é apresenta-

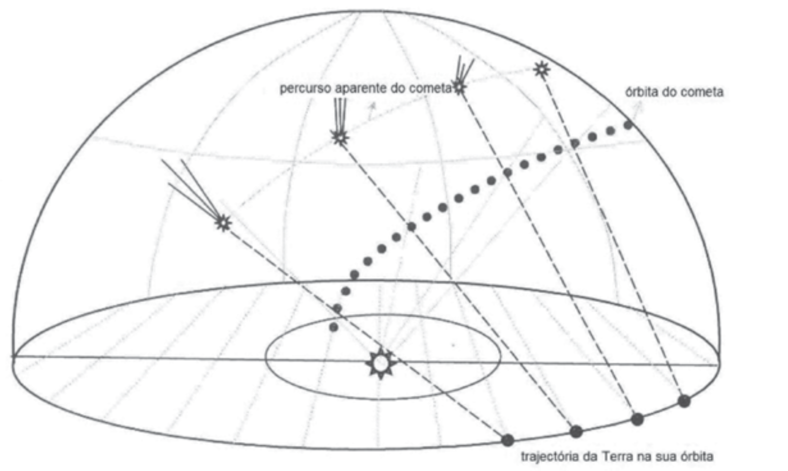


Figura 2: Das observações obtém-se apenas as latitudes e longitudes do cometa. As longitudes do Sol e as distâncias Terra-Sol são fornecidas pelas tabelas astronómicas.

do em sessão académica. Apenas em 1799, a *Determinação das Órbitas dos Cometas* seria publicada nas memórias da Academia. Nele, Monteiro da Rocha apresenta um método para resolver o problema da determinação da órbita parabólica de um cometa fazendo uso de três observações. Este método é essencialmente o mesmo proposto por Olbers e publicado sob o patrocínio de Von Zach dois anos antes, em 1797.

Em 1925 o matemático e historiador Duarte Leite (1854-1950) faz notar a semelhança analítica das equações propostas por ambos, escrevendo que o método de Monteiro da Rocha "foi o único método, verdadeiramente digno deste nome que permitiu, antes do de Olbers, calcular facilmente os elementos orbitais de um cometa a partir de três observações". É que, embora a publicação do trabalho de Olbers preceda efetivamente em dois anos a publicação de Monteiro da Rocha, a verdade é que no que diz respeito à proposta de uma solução passa-se precisamente o contrário. Monteiro da Rocha apresentou o seu trabalho à ACL no ano de 1782 (a 27 de janeiro). Ou seja, o método de Monteiro da Rocha é por isso anterior ao de Olbers em cerca de 15 anos.

Com o trabalho de Duarte Leite o método de determinação de órbitas de cometas de Monteiro da Rocha passa a ser sucessivamente citado como um dos seus trabalhos mais importantes. Motivado por tudo isto, propus-me fazer um estudo detalhado do método de Monteiro da Rocha, comparando-o com o método proposto por Olbers. Os resultados obtidos indicam que a solução proposta por Monteiro da Rocha é comparável numericamente com a de Olbers e com as soluções propostas por outros autores do seu tempo. Na realidade, os resultados obtidos, quando aplicamos o método de Monteiro da Rocha à determinação de órbitas parabólicas dos cometas, são consistentes e com um elevado grau de precisão.

É por isso mais do que justo o que em 1934 Francisco Gomes Teixeira (1851-1933) escreveu, que "*os nomes de Monteiro da Rocha e de Olbers devem pois figurar juntos na História da Astronomia, como sendo os primeiros inventores de um método prático para a determinação das órbitas parabólicas dos cometas*".

O ter sido escrito e publicado em português foi certamente um obstáculo para a sua divulgação entre a comunidade astronómica internacional. Um problema que Gomes Teixeira desde cedo identificou, preocupando-se em publicar e divulgar a sua investigação em prestigiadas revistas internacionais.

BIBLIOGRAFIA

[1] Donald K. Yeomans, *Comets: a chronological history of observation, science, myth, and folklore*. Wiley, 1991.

[2] Duarte Leite, "Pour l'Histoire de la Détermination des Orbites Cométaires", Anais da Academia Politécnica do Porto X:2 (1915), pp. 65-73.

[3] Fernando B. Figueiredo, "A contribuição de José Monteiro da Rocha para o cálculo da órbita de cometas. Tese de Mestrado em História e Filosofia da Ciência", FCTUNL, 2005.

[4] Francisco Gomes Teixeira, *História das Matemáticas em Portugal*. ACL, 1934.

[5] Joaquim Fernandes, *Halley O Cometa da República*. Temas e Debates, 2010.

[6] José Monteiro da Rocha, "Determinação das Órbitas dos Cometas", Memórias de Matemática e Física da Academia Real das Ciências de Lisboa, II (1799), pp. 402-479.

Fernando B. Figueiredo é investigador na Universidade de Coimbra, sendo atualmente o diretor do Centro de Investigação da Terra e do Espaço (CITEUC).

Coordenação do espaço HISTÓRIAS DA MATEMÁTICA:
Pedro Freitas, Universidade de Lisboa, *pjfreitas@fc.ul.pt*

Nuno Camarneiro
Universidade
de Aveiro
nfcm@ua.pt

DA LITERACIA CIENTÍFICA

A ciência é tida como algo que diz respeito apenas aos especialistas, mas não deveria ser assim. A falta de conhecimento científico torna-nos vulneráveis.

"Não sei para que tive tanta matemática no Secundário se não voltei a usar nada daquilo… Nunca na vida tive de resolver uma equação quadrática…"

Provavelmente já todos terão ouvido este desabafo ou alguma variante relativa a outros ramos da ciência (as reações ácido-base, as orbitais moleculares, o mecanismo celular, etc.). Já o contrário é bem mais raro, não me lembro de ouvir alguém queixar-se de ter aprendido a interpretar as cantigas de amigo ou a escandir os versos de Sá de Miranda, mesmo que o seu percurso profissional esteja tão distante da poesia medieval como da física atómica e molecular. A que se deverá tal disparidade na forma como valorizamos ou desconsideramos as diferentes aprendizagens?

É natural que dêmos importância aos conhecimentos de língua portuguesa que adquirimos no nosso percurso escolar, afinal é em português que falamos e escrevemos, é em português que se redigem os nossos contratos de trabalho ou de arrendamento e é até em português que pensamos e sonhamos.

Mais estranho é não darmos igual valor aos conhecimentos científicos que aprendemos na escola. É certo que nem todos temos de resolver equações diariamente (pelo menos, de que nos apercebamos), ou de calcular o desvio padrão de uma amostra ou a energia cinética de um corpo. Mas o nosso quotidiano está cheio de ciência, alguma implícita e outra nem tanto. Sempre que vemos um político apresentar números e estatísticas que justificam um grande investimento público, sabemos do que está a falar ou somos analfabetos a tentar ler o jornal? E as curvas da pandemia? E as deduções fiscais? E devemos optar por um medicamento convencional ou gastar dinheiro em alternativas homeopáticas? O aquecimento global é verdade ou mentira? Como funcionam os carros híbridos? Sabemos o que estão a dizer ou é língua que não falamos?

Num mundo cada vez mais tecnológico e mutável, em que as manipulações de informação (escrita, visual, multimédia) são sempre mais sofisticadas, o conceito de "literacia" tem forçosamente de se alargar e de abarcar a ciência, a arte, a literatura e também a economia, a sociologia e muitas outras áreas do saber.

Todos trazemos a ciência nos bolsos, nos pulsos e até no interior dos nossos corpos, distribuída num sem-número de *gadjets* e instrumentos que nos medem a pulsação, as palavras e os desejos. Aceitamo-los muitas vezes sem sabermos como funcionam, sem pensarmos muito nisso. Alguém lá longe desenha os circuitos, alguém desenvolve os algoritmos e a nós cabe-nos comprá-los e enternecermo-nos com os vídeos de gatinhos; mas quanto estaremos a pagar além do dinheiro que custam? Que dizem as letras pequeninas que saltamos a correr só para dizer que sim?

A falta de conhecimento científico torna-nos vulneráveis e crédulos, dispostos a aceitar como verdade o que alguém afirma como certeza. Essa é uma história muitas vezes contada ao longo dos séculos e que nunca teve um final feliz.

Wil Schilders
Eindhoven University of Technology, Department of Mathematics and Computer Science, Eindhoven, The Netherlands & past president of EU-MATHS-IN (2016-2020)
w.h.a.schilders@tue.nl

NOVOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS INSPIRADOS POR DESAFIOS INDUSTRIAIS

A matemática tem tido um papel essencial na inovação da indústria e da ciência. Em muitos países, foram publicados inúmeros livros com casos de sucesso de aplicações matemáticas na indústria, relatórios de fontes independentes demonstraram o elevado valor económico da matemática, e os “Study Groups in Industry[1]” encontram-se disseminados pelo mundo. Alguns afirmam que estes sucessos se baseiam em técnicas matemáticas existentes. Neste artigo, mostraremos que o contrário é igualmente verdadeiro: estes desafios industriais e societais conduzem a novos problemas em matemática, e por vezes até a domínios de investigação completamente novos na matemática.

Em 1980, recebi o meu doutoramento do Trinity College Dublin, tendo trabalhado em métodos numéricos uniformes para problemas singularmente perturbados. Apesar de, durante os meus estudos em Nijmegen, ter apreciado sobretudo o lado mais puro da matemática, principalmente nas áreas de análise e teoria dos números, no final dos meus estudos decidi apostar na análise numérica, pois queria ter uma certa "perceção real" do que estava a fazer. Queria ver os resultados da matemática em situações práticas. Quando comecei a trabalhar no Grupo de Software Matemático da Philips, a investigação que desenvolvi no meu doutoramento teve aplicação imediata. Acontece que as equações no modelo de difusão com deriva para dispositivos semicondutores são singularmente perturbadas, tendo sido Peter Markowich [1] o primeiro a prová-lo. Surpreendentemente, porém, a comunidade de simulação de dispositivos semicondutores já utilizava o chamado esquema Scharfetter-Gummel no processo de discretização, que era um esquema inspirado em considerações físicas. Descobrimos nessa altura, que este esquema era exatamente o mesmo que o

[1] http://miis.maths.ox.ac.uk/how/

esquema *Il'in* para equações diferenciais singularmente perturbadas e que, por pura coincidência, ambos os esquemas tinham sido publicados em 1969 [2,3]. Uma análise mais detalhada revelou que, de facto, os princípios físicos subjacentes ao método de Scharfetter-Gummel são exatamente os mesmos dos argumentos matemáticos utilizados na derivação do esquema de *Il'in* , ao utilizar o método da média harmónica [4]. Este foi o ponto de partida de muitas outras descobertas para este problema muito desafiante, importante para a indústria eletrónica. Desenvolvemos um método para resolver os sistemas de equações discretas fortemente não lineares, através da introdução de transformações não lineares de variáveis. Foi a primeira vez que, dentro do conhecido método de Newton, foram utilizadas diferentes variáveis para a solução de problemas lineares e não-lineares. Este método, a que chamamos "transformação de correção" [4] aplica-se a problemas gerais. Também desenvolvemos várias versões de um método denominado "solução de subconjunto" [5], cuja aplicação também não se limita à simulação em dispositivos semicondutores.

Trabalhar em ambiente industrial, e trabalhar em problemas desafiantes que estão na vanguarda da indústria eletrónica, foi uma grande experiência. Colaborámos com investigadores da IBM, da AT&T Bell Labs e da Universidade de Stanford, e participámos em conferências sobre simulação de dispositivos semicondutores que se fundiram no início dos anos 80 (NASECODE, SISDEP, SISPAD). Sentimo-nos então privilegiados, por termos tido acesso a três consultores matemáticos de renome (Profs Van der Sluis, Van der Vorst e Hemker) que nos visitavam de duas em duas semanas durante um dia inteiro. Discutimos em profundidade os desafios e as possíveis soluções. Este trabalho conduziu-nos a muitas novas ideias e métodos e, como éramos todos matemáticos, conduziu também a métodos que são geralmente aplicáveis. Foi particularmente satisfatório descobrir a aplicabilidade geral dos métodos. Um dos exemplos mais gratificantes, na minha opinião pessoal, é a técnica de decomposição para matrizes indefinidas. Este trabalho começou com um problema que surgiu na solução numérica de sistemas de simulação de circuitos eletrónicos. Os programadores de software fizeram-nos notar que precisavam sistematicamente de utilizar o pivot, e que muitas vezes os processos de solução falhavam. Quando analisámos o problema, surgiu a ideia de fazer uso do facto de que existem dois tipos de variáveis: correntes e tensões. Isto despoletou a ideia de que talvez 2 x 2 pivots devessem ser utilizados! Foi o ponto de partida de muitas discussões interessantes, da solução do problema colocado pelos engenheiros de software, e um método inteiramente novo e geral de decomposição de uma matriz indefinida. Sinto-me honrado por os investigadores de Oxford terem nomeado esta abordagem como o método de fatorização de Schilders. Estabelecemos uma colaboração muito agradável e profícua com Andy Wathen e a sua equipa, com várias publicações em revistas [6,7]. Assim, um problema prático acabou por conduzir

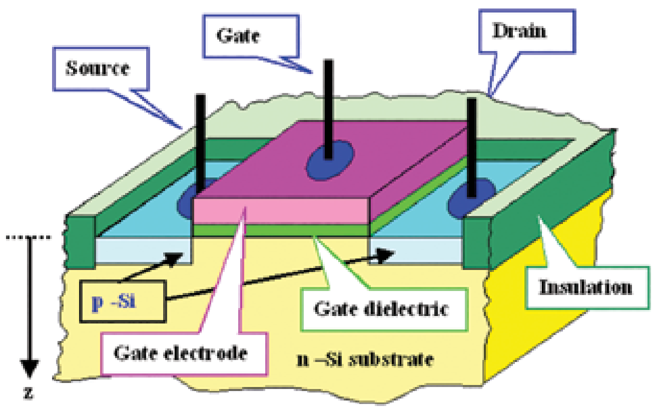


Figura 1.Esquema do dispositivo semicondutor de óxido de metal.

a uma nova forma de resolver sistemas lineares indefinidos. Tais sistemas são encontrados em muitas situações práticas, e por isso o método desenvolvido é de grande utilidade.

Tivemos também uma colaboração muito interessante durante vários anos com Franco Brezzi, Donatella Marini, Peter Markowich e Paola Pietra por volta de 1990. Na primeira conferência do ICIAM [8] em Paris (1987) organizámos um mini-simpósio sobre métodos numéricos para a simulação de dispositivos semicondutores. No final da minha conferência, Franco Brezzi levantou-se e perguntou: "Alguma vez pensou em utilizar elementos finitos mistos (MFEM) para o problema dos dispositivos semicondutores"? Eu respondi que não, pois estávamos sempre a utilizar o método de volumes finitos. Na pausa para café a seguir a esta apresentação, continuámos a discutir a utilização do MFEM. Mais uma vez, este foi um período dinâmico, onde durante vários anos tivemos reuniões e discussões sobre os detalhes do método dos elementos finitos mistos. Na Philips, introduzimos regras de quadratura para estabilizar os sistemas MFEM [9], enquanto Brezzi e a sua equipa se concentraram em novas famílias de elementos Raviart-Thomas [10] necessários para resolver os problemas de estabilidade para problemas com um termo de ordem zero dependente da solução. Mais uma vez, um problema prático levou a uma nova área de estudo na matemática muito estimulante.

O relato precedente é baseado em experiências na primeira pessoa, mas mostra que trabalhar em desafios industriais pode levar a novos métodos matemáticos que são geralmente aplicáveis. Um pré-requisito é, evidentemente, que os investigadores que trabalham nos desafios estejam dispostos a abordar possíveis generalizações. A indústria está principalmente interessada em resolver os problemas imediatos, e não tanto em criar novos métodos e teorias matemáticas. No entanto, na minha opinião, a indústria deveria permitir investigações matemáticas profundas. Comparo a resolução de problemas matemáticos na indústria com a visita de um paciente a um médico com queixas de dores de cabeça diárias. Um médico dirá ao paciente para tomar analgésicos todos os dias, esperando assim que o problema (bem como o paciente) desapareçam instantaneamente. No entanto, outro médico, sentar-se-á e começará a falar com o paciente, tentando descobrir o que causa as dores de cabeça. Uma vez que fique claro de onde vem o problema, o médico sabe o que fazer. A prática industrial é muito semelhante. Já vi muitos engenheiros afirmarem ter resolvido um problema industrial, não estando conscientes da causa dos problemas. E, de facto, são os próprios que nos abordam alguns meses mais tarde, admitindo que a solução não funcionou noutros casos. É essencial que se encontre a causa dos problemas, antes de se pensar em soluções. Os matemáticos que trabalham na indústria devem convencer os parceiros industriais de que este é o único caminho a seguir com sucesso. Esta forma de trabalhar pode ser mais morosa, mas é muito mais eficaz no longo e no médio prazo.

Nos muitos anos em que trabalhei com a indústria, e como presidente da ECMI (2010-2011 [11]) e da EU-MATHS-IN (2016-2020; [12]), tenho testemunhado muitos outros casos em que os métodos matemáticos foram desenvolvidos como resultado de desafios na indústria. Trabalhar na área da "matemática para a indústria" é absolutamente bidirecional: os métodos matemáticos são aplicados a problemas industriais, mas também novos desenvolvimentos matemáticos emergem de tais desafios. Uma área em que tal tem sido muito visível é em modelos de redução de ordem (MOR). A indústria eletrónica tem sido instrumental no seu desenvolvimento, uma vez que a maioria destes problemas tem origem na simulação de circuitos eletrónicos e na eletro-magnetização. Roland Freund e Peter Feldmann, então (1994) a trabalhar na AT&T Bell Labs, desenvolveram o método de Pade-via-Lanczos (PVL) como um substituto estável para a avaliação de forma de onda assintótica (AWE) que foi desenvolvido na indústria eletrónica. A PVL estimulou muitos investigadores, e novos métodos MOR foram desenvolvidos desde então, por exemplo, o PRIMA e o SPRIM, muitos destes abordando problemas práticos específicos.

Nos últimos anos, novos desafios tiveram origem noutros setores industriais e conduziram a áreas de investigação florescentes e dinâmicas [13] com muitos novos métodos matemáticos propostos. Por vezes, o debate consiste na troca de argumentos sobre se a inovação em matemática é um resultado direto dos desafios industriais, ou se esses desenvolvimentos acabariam por surgir na matemática independentemente do desafio proposto pela indústria. É o caso, por exemplo, da área dos métodos de base reduzida (RB), visando o MOR para problemas parametrizados. Na minha opinião, este desenvolvimento tem sido estimulado, de uma forma ou de outra, pelos desafios industriais e pelo enorme interesse resultante na área dos MOR.

Foi em virtude da experiência aqui relatada que desenvolvi, juntamente com o meu colega da Bergische

Universität Wuppertal, Prof. Michael Günther, a ideia de um livro sobre o tema "Novel mathematical methods inspired by industrial challenges" [14]. Ambos temos trabalhado com a indústria já há várias décadas, temos testemunhado muitas ocasiões em que novos métodos matemáticos, e por vezes também campos inteiramente novos dentro da matemática, surgiram como resultado do trabalho sobre desafios industriais. Convidámos alguns colegas a escrever capítulos sobre temas que pensámos serem ilustrativos do conceito desenvolvido no livro.

Um dos capítulos é sobre a análise de dados topológicos (TDA), um campo relativamente novo. Citando a Wikipedia: "A análise de dados topológicos é uma abordagem à análise de conjuntos de dados utilizando técnicas da topologia. A extração de informação de conjuntos de dados que são de alta dimensão, incompletos e ruidosos é geralmente um desafio. A TDA fornece um quadro geral para analisar tais dados de uma forma que não depende da métrica particular escolhida e proporciona redução de dimensionalidade e robustez ao ruído. Além disso, herda a *funtorialidade*, um conceito fundamental da matemática moderna, da sua natureza topológica, o que lhe permite adaptar-se a novas ferramentas matemáticas". O TDA foi inspirado por desafios industriais, mas é hoje uma área de investigação muito ativa dentro da matemática. O livro contém também capítulos sobre modelos de redução de ordem de análise de Kringing, tendo esta última origem na indústria mineira. Também a matemática fundamental se alia a desafios práticos, como se pode ver no resumo do capítulo de Verhulst e Kirrilov:

> *Four classical systems, the Kelvin gyrostat, the Maclaurin spheroids, the Brouwer rotating saddle, and the Ziegler pendulum have directly inspired development of the theory of Pontryagin and Krein spaces with indefinite metric and singularity theory as independent mathematical topics, not to mention stability theory and nonlinear dynamics. From industrial applications in shipbuilding, turbomachinery, and artillery to fundamental problems of astrophysics, such as asteroseismology and gravitational radiation – that is the range of phenomena involving the Krein collision of eigenvalues, dissipation-induced instabilities, and spectral and geometric singularities on the neutral stability surfaces, such as the famous Whitney's umbrella.*

O livro será publicado algures no primeiro semestre de 2021, na série Springer ECMI [8].

Concluindo, podemos dizer que "a matemática para a indústria" ou, ainda mais amplamente, a "matemática aplicada", é muito mais do que apenas aplicar os métodos matemáticos existentes aos problemas industriais. Em muitos casos, a aplicação dos métodos existentes não conduz à solução desejada, e por isso é necessário desenvolver adaptações dos métodos existentes ou mesmo desenvolver métodos inteiramente novos, a fim de enfrentar eficazmente o desafio industrial. Em alguns casos, isto levou a campos inteiramente novos dentro da matemática. A interação entre a matemática e a indústria é, portanto, benéfica para ambas. A indústria ganha ao ver os seus problemas resolvidos e a matemática beneficia porque são desenvolvidos novos métodos que são versáteis na sua conceção e na sua natureza.

REFERÊNCIAS

[1] P.A. Markowich, "The stationary semiconductor device equations", in series "Computational Microelectronics" (S. Selberherr, ed), Springer Verlag, Vienna (1986)

[2] A.M. *Il'in* , "Differencing Scheme for a Differential Equation with a Small Parameter Affecting the Highest Derivative", *Math. Notes*, vol. 6, pp. 596-602 (1969)

[3] D.L Scharfetter and H.K. Gummel, "Large-signal analysis of a silicon Read diode oscillator", IEEE Trans. El. Dev., Volume 16, number 1 (1969)

[4] S.J. Polak, C. den Heijer, W.H.A. Schilders, and P.A. Markowich, "SemiconductorDevice Modeling from the Numerical Point of View", Int. J. Numer. Methods Eng., vol. 24, pp. 763- 838 (1987)

[5] S.J. Polak, W.H.A. Schilders, C. den Heijer, A.J.H. Wachters, and H.M. Vaes, "Automatic problem size reduction for on-state semiconductor problems", SIAM J. Sci. Stat. Comput., vol. 4, pp. 452-461 (1983)

[6] H.S. Dollar, N.I.M. Gould, W.H.A. Schilders, A.J. Wathen, "On iterative methods and implicit-factorization preconditioners for regularized saddle-point systems", SIAM J. Matr. Anal. Appl., vol. 27, pp. 170-189 (2006)

[7] W.H.A. Schilders, "Solution of indefinite linear systems using an LQ decomposition for the linear constraints", Linear Algebra and its Applications, vol.431 (30-4), pp. 381-395 (2009)

[8] *https://iciam.org/*

[9] S.J. Polak, W.H.A. Schilders, and H.D. Couperus, *A Finite Element Method with Current Conservation*, Proceedings SISDEP 3 Conference, G. Baccarani and M. Rudan (eds.), Tecnoprint, Bologna (1988)

[10] L.D. Marini and P. Pietra, "New mixed finite element schemes for current continuity equations", COMPEL, vol. 9, no. 4, pp. 257-268 (1990)

[11] *https://ecmiindmath.org*

[12] *https://eu-maths-in.eu*

[13] *http://www.eu-mor.net*

[14] W.H.A. Schilders and M. Günther, "Novel mathematics inspired by industrial challenges", Springer ECMI Series on "Mathematics for industry" (L. Bonilla, O. Scherzer, W. Schilders and M. Günther, Eds.), to appear 2021

[15] *https://www.brown.edu/research/projects/crunch/george--karniadakis*

Wil Schilders obteve o seu mestrado na Universidade de Radboud Nijmegen em 1978, e o seu doutoramento no Trinity College Dublin em 1980. De 1980 a 2006 trabalhou nos Laboratórios de Investigação Philips, e de 2006-2010 para a NXP Semiconductors. Desde 1999, tem sido (inicialmente a tempo parcial) professor titular de Computação Científica para a Indústria na Universidade de Tecnologia de Eindhoven. Desde 2010, é também o diretor executivo da Plataforma Holandesa de Matemática. Foi presidente do ECMI entre 2010 e 2011, e cofundador da EU-MATHS-IN, bem como presidente desta organização de 2016 a 2020. Em 2019, foi eleito *officer-at-large* na direção do ICIAM. Os seus principais interesses de investigação são em MOR (*model order reduction*) e na solução de grandes sistemas lineares, trabalhando em muitos projetos em conjunto com a indústria. Recentemente, tem também trabalhado em redes neurais dinâmicas, desenvolvendo as chamadas *neural networks physics-informed* [15]

Coordenação do espaço PT-MATHS-IN:
Paula Amaral, Universidade Nova de Lisboa, *pt-maths-in@ spm.pt*.

ELVIRA FORTUNATO DISTINGUIDA COM PRÉMIO PESSOA 2020

A investigadora e cientista Elvira Fortunato foi distinguida com o Prémio Pessoa 2020. Fruto de uma carreira de "excecional projeção, dentro e fora do País", segundo o júri, a também professora catedrática e vice-reitora da Universidade Nova de Lisboa é reconhecida pelo seu "contributo notável para o desenvolvimento científico, tecnológico e de inovação" em Portugal.

Pioneira nas áreas da eletrónica transparente, com a criação do primeiro ecrã do mundo totalmente transparente, e da eletrónica do papel, fruto da invenção do transístor de papel, Elvira Fortunato, de 56 anos, é a sétima mulher, assim como a sétima cientista, a receber este galardão, entregue desde 1987.

Francisco Pinto Balsemão, presidente do júri do Prémio Pessoa, destacou a "larga lista de inovações e invenções" da cientista, também coordenadora do Centro de Investigação de Materiais (CENIMAT), que junta este galardão, no valor de 60 mil euros, a um curriculum repleto já de distinções e bolsas de investigação.

Natural de Almada, Elvira Fortunato confessou-se "extremamente orgulhosa" pelo prémio. "Este é diferente. Além de ser o maior prémio atribuído em Portugal, é transversal a vários domínios que vão para além da ciência", afirmou. Admiradora da obra de Fernando Pessoa, tem até um poema deste em exposição num anfiteatro no local de trabalho. "Para ser grande, sê inteiro: nada", do heterónimo Ricardo Reis, serve de inspiração à cientista que pede aos seus alunos: "Pensem em grande."

A PLATAFORMA POP MATH JÁ ESTÁ ONLINE

Pop Math é uma plataforma que reúne todos os eventos de divulgação de matemática num só sítio. Criado pelo grupo Raising Public Awareness (RPA), da European Mathematical Society, o site exibe num mapa mundial anúncios de todos os eventos de divulgação da matemática para o público em geral, além de eventos académicos ou profissionais sobre divulgação da matemática. Os eventos podem ser online ou presenciais.

Qualquer pessoa pode comunicar um evento a partir da página *https://www.popmath.eu*. "Esta é a maneira mais simples de encontrar e partilhar eventos dedivulgação de matemática", segundo Roberto Natalini, diretor do IAC-Cnr, em Roma, e presidente do Comité RPA. Esta plataforma vem no seguimento da página de eventos do Dia Internacional da Matemática do ano passado, na qual Portugal se destacou em número e qualidade de eventos.

TESTES NACIONAIS SPM

A Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM) desenvolve há anos testes de matemática com características análogas a um exame nacional, a pedido de várias escolas. Este ano, os Testes Nacionais SPM são disponibilizados a todas as escolas associadas da SPM, públicas ou privadas. Os testes irão decorrer nos dias 26 e 27 de maio de 2021 e haverá testes nacionais para os 4.º, 6.º, 9.º, 10.º, 11.º e 12.º anos. Estas provas permitem a cada escola ter uma opinião externa e contextualizada e recuperar a série de avaliação externa dos 4.º e 6.º anos, interrompida com a eliminação dos exames nacionais nestes anos. Estas provas são elaboradas por alguns dos que melhor conhecem o programa e as metas, têm a chancela de qualidade da SPM e o apoio da Fundação Calouste Gulbenkian. As escolas interessadas deverão inscrever-se até ao dia 11 de abril, na página *https://testesnacionais.spmatematica.online/login.php*, apenas indicando o número de alunos que realizarão cada teste, pois cada aluno terá um link individual de acesso. Depois de realizados os testes será fornecida a classificação de cada aluno, a média da escola e a sua posição relativa a nível local e nacional entre as que realizaram o teste. Cada escola conhecerá a sua posição, mas não saberá quais as escolas que ocupam as restantes posições.

PRÉMIO ABEL 2021 DISTINGUE LÁSZLÓ LOVÁSZ E AVI WIGDERSON

A Academia Norueguesa de Ciências e Letras atribuiu, no dia 17 de março, o Prémio Abel 2021 a László Lovász, da Universidade Eötvös Loránd, em Budapeste, na Hungria, e a Avi Wigderson, do Institute for Advanced Study, em Princeton, nos Estados Unidos da América.

A distinção deve-se às "suas contribuições fundamentais para a teoria da computação e a matemática discreta e ao seu papel de liderança em transformá-las em campos centrais da matemática moderna", refere Hans Munthe-Kaas, presidente do Comité Abel.

Os algoritmos de hoje e a segurança na internet são questões que atualmente fazem parte da vida de todos, e é claro para a Academia que o trabalho destes dois matemáticos foi "fundamental para a compreensão da aleatoriedade na computação e na exploração dos limites da computação eficiente".

László Lovász nasceu em 1948, em Budapeste, e foi desde a juventude um matemático brilhante. Foi também escritor e palestrante, sempre reconhecido pela sua clareza e por ser uma pessoa acessível, e liderou a International Mathematical Union entre 2007 e 2010.

Um dos principais impactos do trabalho de Lovász foi o de estabelecer formas pelas quais a matemática discreta pode abordar questões teóricas fundamentais na ciência da computação.

Lovász também desenvolveu algoritmos poderosos, sendo o mais famoso o algoritmo LLL, desenvolvido em parceria com os irmãos Arjen e Hendrik Lenstra, que representou um avanço conceptual na compreensão de reticulados e que teve aplicações notáveis em áreas como a teoria dos números, a criptografia e a computação móvel. Atualmente, os únicos sistemas de criptografia conhecidos que podem resistir a um ataque de um computador quântico são baseados no algoritmo LLL.

Lovász ganhou diversos prémios, entre eles o Prémio Wolf e o Prémio Knuth, ambos em 1999, o Prémio Gödel, em 2001, e o Prémio Quioto, em 2010.

Apesar disso, quando soube que tinha sido escolhido para o Prémio Abel 2021, László Lovász mostrou-se muito surpreendido.

Avi Wigderson nasceu em 1956, em Haifa, Israel, e é conhecido pela sua habilidade em estabelecer ligações entre áreas que aparentemente não têm relação. Aprofundou as ligações entre a matemática e a ciência da computação e contribuiu para ampliar e aprofundar o campo da teoria da complexidade – que se preocupa com a velocidade e a eficiência dos algoritmos – de uma forma indiscutivelmente maior do que qualquer outra pessoa.

Wigderson conduziu pesquisas sobre todos os principais problemas em aberto na teoria da complexidade, fazendo com que, de muitas maneiras, a área crescesse ao seu redor. A aplicação atual mais importante da teoria da complexidade é a criptografia da internet e, no início da sua carreira, Wigderson fez contribuições fundamentais nesta área, incluindo a prova de conhecimento zero, que hoje é usada na tecnologia de criptomoeda.

Em 1994, Wigderson conquistou o Prémio Rolf Nevanlinna para ciência da computação, em 2009 foi distinguido com o Prémio Gödel e, em 2019, com Prémio Knuth.

O Prémio Abel, o maior galardão matemático, e geralmente considerado equivalente ao Prémio Nobel, é atribuído anualmente, desde 2003, e confere um prémio monetário de cerca de 740 mil euros.

A escolha dos laureados é baseada na recomendação do Comité Abel, que é composto por cinco matemáticos reconhecidos internacionalmente.

MILAGE APRENDER+ ESTABELECE PARCERIA COM A SPM

A Universidade do Algarve (UAlg) e a Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM) assinaram um protocolo de colaboração a nível técnico, científico, pedagógico e logístico, no sentido de promover a plataforma MILAGE APRENDER+ no ensino presencial e a distância.

A SPM inicia esta colaboração com a formação sobre a plataforma MILAGE APRENDER+ no seu centro de formação em parceria com a UAlg e certifica os materiais educativos produzidos por membros da SPM designados para o efeito, ou sob sua supervisão.

MILAGE APRENDER+ é uma plataforma digital educativa, desenvolvida pela Universidade do Algarve, e tem como finalidade implementar uma prática pedagógica inovadora com as tecnologias móveis num modelo híbrido de aprendizagem, que combina o analógico com o digital. O desenvolvimento da plataforma MILAGE APRENDER+ é apoiado pelo programa ERASMUS+, da União Europeia, projetos LEARN+ e INCOLLAB.

DIA INTERNACIONAL DA MATEMÁTICA ASSINALOU-SE PELA SEGUNDA VEZ

No dia 14 de março comemorou-se o Dia Internacional da Matemática (IDM), neste segundo ano sob o mote "Matemática por um Mundo Melhor". Na página oficial do evento, www.idm314.org, a celebração teve a duração de 48 horas, com início na primeira hora do dia 14 na Oceânia. Foram transmitidas sessões ao vivo em três idiomas, inglês, francês e espanhol, todas destinadas ao público em geral, e ainda fotos e vídeos dos eventos a decorrer nos diversos países. A iniciativa foi um sucesso, tendo sido dinamizadas centenas de atividades online um pouco por todo mundo. O desafio de cartazes lançado na página do IDM reuniu mais de 2100 propostas, também exibidas em direto e que agora estão disponíveis para consulta no site.
Em Portugal, o dia foi assinalado com várias palestras, entre elas "O papel de um matemático numa pandemia", com Óscar Felgueiras, e "Por que não conseguimos ver para além das três dimensões", com Rogério Martins.
A organização internacional do evento quer aumentar ainda mais a participação em 2022 e prometeu dar notícias sobre o tema do próximo ano muito em breve.

Autores do poster: Carlos Alberto Ribeiro Ferreira; Ana Rita Martins das Neves Marques; Carolina Santos Loureiro; Sofia Duarte Marques.

INSCRIÇÕES ABERTAS PARA O ENCONTRO NACIONAL DA SPM 2021

O Encontro Nacional da SPM 2021 (ENSPM) decorrerá online de 12 a 16 de julho e contará com um painel de 18 oradores convidados, entre eles quatro Medalhas Fields e vários outros galardoados, e 19 sessões paralelas com temáticas em matemática, ensino, história e divulgação. Nos casos em que os oradores autorizem, as sessões serão gravadas e ficarão disponíveis.

As inscrições estão abertas em *https://enspm2021.spmatematica.online* e poderão ser efetuadas mediante taxa reduzida até 25 de abril.

BARTOON

Luis Afonso

Publicado originalmente no jornal Público, em 28/12/2020. Imagem gentilmente cedida pelo autor.

FICHA TÉCNICA

DIRETOR (EDITOR-CHEFE):
Sílvia Barbeiro Universidade de Coimbra

EDITORES:
Daniel Pinto Universidade de Coimbra
Hugo Tavares Instituto Superior Técnico

CONSELHO EDITORIAL:
Adérito Araújo Universidade de Coimbra • **Afonso Bandeira** ETH Zurich, Suíça • **António Machiavelo** Universidade do Porto • **António Pereira Rosa** E. S. Mª Amália Vaz de Carvalho, Lisboa • **Henrique Leitão** Universidade de Lisboa • **João Filipe Queiró** Universidade de Coimbra • **Juvenal Espírito Santo** Instituto Nacional de Segurança Social de S. Tomé e Príncipe e Universidade de S. Tomé e Príncipe • **Natália Furtado** Universidade de Cabo Verde • **Nisa Figueiredo** Thomas More Hogeschool Roterdão • **Paolo Piccione** Universidade de São Paulo • **Rogério Martins** Universidade Nova de Lisboa • **Teresa Monteiro Fernandes** Universidade de Lisboa

ASSISTENTE EDITORIAL:
Ana Isabel Figueiredo SPM

REVISÃO:
Margarida Robalo

DESIGN:
Ana Pedro

IMPRESSÃO:
FR Absolut Graphic
Rua Professor Egas Moniz n 38 4º Dto - 2620-138 Póvoa Sto. Adrião

CONCEÇÃO DO PORTAL WEB:
Alojamento Vivo

MANUTENÇÃO DO PORTAL WEB
Ana Isabel Figueiredo SPM

PROPRIEDADE, EDIÇÃO E REDAÇÃO
Sociedade Portuguesa de Matemática
SEDE: Av. República 45, 3ºEsq. 1050-187 Lisboa
Tel.:217939785 Fax: 217952349 E-mail:spm@spm.pt
NIPC: 501065792

ESTATUTO EDITORIAL: http://gazeta.spm.pt/politica

TIRAGEM **1250 Exemplares**
ISSN **0373-2681** • ERC **123299** • DEPÓSITO LEGAL: **159725/00**

Jorge Milhazes Freitas
Vice-presidente da SPM
jmfreita@fc.up.pt

A MATEMÁTICA POR UM MUNDO MELHOR

O tema para o Dia Internacional da Matemática deste ano é "A Matemática por um Mundo Melhor". E o mundo atravessa um dos momentos mais críticos, abalado por uma pandemia que teima em demorar a desaparecer, deixando um rasto de destruição de vidas, sonhos, afetos, e com consequências severas a jusante, algumas de proporções ainda por descobrir.

Nesta altura, as esperanças focam-se na ciência e no desenvolvimento tecnológico. Nunca os *media* deram tanto tempo de antena a mulheres e a homens de ciência, que se esforçam por explicar o problema, as suas consequências e as formas de o enfrentar. A matemática, em particular, assumiu um papel de enorme destaque, servindo de ferramenta essencial para diagnosticar a situação, antecipar ruturas e ajudar nos processos decisórios.

Infelizmente, Portugal passou do extremo dos países que melhor resistiram à primeira vaga para o extremo dos que mais foram afetados pela segunda vaga da pandemia. As mais altas instâncias do País pecaram por inércia numa altura em que os números gritavam por medidas de contenção mais musculadas, e a inexorabilidade do crescimento exponencial de contágios repercutiu-se num número de mortes demasiado alto, demasiado insuportável e que era tão certo e antecipável como a certeza de um grave cair em direção ao solo em movimento acelerado. Mas este fracasso é de todos, porque falhamos como sociedade. Falhamos com os mais idosos, com os mais fracos, falhamos com os mais novos, falhamos. Não é que as circunstâncias não sejam difíceis, que o quadro não se tenha configurado como demasiado complicado, o problema é que fica a sensação amarga de que poderíamos (deveríamos) ter feito muito melhor.

Resta-nos sepultar os mortos e cuidar dos vivos. E a ferramenta de um matemático tem um valor inestimável para ajudar a sociedade a desenvolver-se e a tornar-se mais esclarecida. A matemática tem o condão de ter um papel estruturante do pensamento e do desenvolvimento intelectual do ser humano. Uma das mais graves consequências da pandemia é o atraso na formação de muitos jovens cujo processo de aprendizagem foi comprometido por força das interrupções letivas. Na realidade, muitos jovens deixaram simplesmente de ter aulas. Com o objetivo de mitigar estas deficiências, a SPM criou uma bolsa de voluntários para ensinar Matemática aos alunos que não puderem ter aulas (presenciais ou a distância) e, juntamente com a Fundação Calouste Gulbenkian, vai providenciar uma nova oportunidade a estes alunos. Esta iniciativa conta com o apoio do Ministério da Educação e materializa de forma bem tangível o lema que coloca a matemática em prol de um mundo melhor.

No Dia Internacional da Matemática, que se celebra a 14 de março, assinalaremos a efeméride dando visibilidade à iniciativa da bolsa de voluntários e organizando palestras sobre a utilidade e a ubiquidade da matemática nas nossas vidas, incluindo na gestão da pandemia.

O Encontro Nacional da SPM deste ano realizar-se-á em formato digital e será um acontecimento assinalável, contando com palestrantes convidados da mais alta craveira internacional, incluindo quatro matemáticos galardoados com a medalha Fields.

O centro de formação da SPM está muito ativo e mais dinâmico do que nunca, capitalizando o conhecimento que tivemos de assimilar e de dominar no que diz respeito ao ensino a distância.

Todas estas iniciativas e muitas outras serão divulgadas no site da SPM.

A B

B A

Gazeta de Matemática
FUNDADA POR: António Monteiro • Bento Caraça • Hugo Ribeiro • J. Silva Paulo • M. Zaluar Nunes

POLÍTICA EDITORIAL DA GAZETA DE MATEMÁTICA:

A Gazeta de Matemática continua a ser, tal como acontece desde a sua fundação em 1940, o principal elo de ligação da Sociedade Portuguesa de Matemática com a comunidade matemática portuguesa.

A Gazeta de Matemática é uma publicação essencialmente de divulgação da cultura matemática. Pretende estimular o gosto pelo estudo da matemática assim como a troca de ideias entre quem estuda, ensina, investiga, usa ou simplesmente se interessa pela matemática.

A Gazeta de Matemática publica artigos submetidos espontaneamente, artigos convidados e secções permanentes.

Incentivamos os nossos leitores a enviarem textos para publicação na Gazeta de Matemática. Damos preferência a artigos curtos (4 a 6 páginas) sobre temas que tenham interesse para o nosso público: algo relacionado com um tema de investigação que possa ser explicado à comunidade matemática em geral, algum aspecto curioso de matemática menos conhecido, uma nova perspectiva sobre um tema do interesse do leitor ou simplesmente algo que tenha uma ligação com o mundo matemático.

Os artigos poderão ser submetidos à apreciação de um ou mais especialistas com o objectivo de obter um parecer sobre a sua adequação para publicação na Gazeta de Matemática.

Os textos podem ser submetidos em **LaTeX** ou em **Word** (com uma versão em **PDF**). No caso de o documento conter muitas fórmulas aconselhamos o primeiro formato. Deve submeter o texto, junto com as imagens, para o seguinte endereço: ***gazeta@spm.pt.***

ASSINATURA DA GAZETA PARA O ANO 2021

Preço de Capa (avulso) + portes de envio	Assinatura				Assinatura para sócios SPM	Assinatura de Apoio
	Portugal	Europa	Guiné-Bissau S.Tomé e Príncipe Timor Leste	Resto do Mundo		
4.2€	12€	15€	12€	17€	0€	≥ 17.5€

A SPM disponibiliza na página **http://www.spm.pt/carreira/carreira.phtml** informação sobre emprego e carreira para matemáticos. As pessoas interessadas em incluir anúncios neste site devem enviar um email com os dados para *imprensa@spm.pt*

VISITE O SITE DA **SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA**

www.spm.pt

E O DA ***GAZETA DE MATEMÁTICA***

www.gazeta.spm.pt