

et comme toutes les quantités entre parenthèses s'annulent sauf la première

$$N_{(a, b, c, \dots, m, n)} [A > B > C \dots > M > N] = \\ = (a + b + c + \dots + m + n) \Phi = \\ = \left( \frac{a-b}{a+b} \cdot \frac{a-c}{a+c} \cdot \frac{a-d}{a+d} \dots \frac{a-n}{a+n} \cdot \frac{b-c}{b+c} \dots \frac{b-n}{b+n} \cdot \frac{c-d}{c+d} \dots \right. \\ \left. \dots \frac{c-n}{c+n} \cdot \frac{d-c}{d+c} \cdot \frac{d-n}{d+n} \dots \frac{m-n}{m+n} \right) \frac{(a+b+c+\dots+m+n)!}{a! b! c! \dots m! n!}$$

ce qu'il fallait démontrer.

THÉORÈME. Si  $a \geq b \geq c \dots \geq m \geq n$

$$P_{(a, b, c, \dots, m, n)} [A > B > C > \dots > M > N] = \frac{a-b}{a+b} \cdot \\ \cdot \frac{a-c}{a+c} \cdot \frac{a-d}{a+d} \dots \frac{a-m}{a+m} \cdot \frac{a-n}{a+n} \cdot \frac{b-c}{b+c} \cdot \frac{b-d}{b+d} \dots \\ \dots \frac{b-m}{b+m} \cdot \frac{b-n}{b+n} \cdot \frac{c-d}{c+d} \dots \frac{c-n}{c+n} \dots \frac{m-n}{m+n}$$

(continua)

## MOVIMENTO CIENTÍFICO

### COLÓQUIO INTERNACIONAL SOBRE A TEORIA DAS FUNÇÕES DE VÁRIAS VARIÁVEIS COMPLEXAS

Em 7 de Setembro do corrente teve lugar este colóquio na Universidade de Harvard em Cambridge, Mass, U. S. A.. Foram as seguintes as comunicações apresentadas:

A. Zygmund, Univ. de Chicago — *On the existence of boundary values of functions of several complex variables.*

H. Behnke, Univ. de Münster — *Der Rungesche Satz in der Funktionentheorie einer und mehrerer Veränderlichen.*

S. Bergman, Univ. de Harvard, e M. Schiffer, Univ. Hebraica, Jerusalem — *The method of class extension in the theory of functions of several complex variables.*

H. Hopf, Escola Politécnica Federal Suíça, Zúrich — *Some remarks on abstract and concrete 4-dimensional Riemann surfaces.*

M. P. Lelong, Univ. de Paris e de Lille — *On the complex singularities of harmonic functions.*

K. Kodaira, Institute for Advanced Study, Princeton. — *On a method of construction of meromorphic functions on compact analytic manifolds.*

G. Springer, Instituto de Tecnologia de Massachusetts — *On orthogonalization over the distinguished boundary surface and the corresponding kernel function.*

R. Godement, Univ. de Nancy — *Two problems in group representations connected with complex variables.*

P. R. Garabedian, Univ. de Stanford — *Generalized Laplace equations associated with the kernel function.*

K. Stein, Univ. de Münster — *Bedingungen für die Existenz analytischer Funktionen mehrerer komplexer Veränderlichen zu vorgegebenen Nullstellen.*

G. Julia, Univ. de Paris — *Sur les familles de fonctions de plusieurs variables.*

F. Severi, Univ. de Roma — *Un théorème d'unicité, sur la théorie des fonctions analytiques de plusieurs variables qui attend le théorème d'existence associé.*

### CONGRESSO LUSO-ESPANHOL PARA O PROGRESSO DAS CIÊNCIAS

As reuniões do congresso tiveram lugar em Lisboa de 23 a 29 de Outubro, no Instituto Superior Técnico. Ao que já dissemos nos n.ºs anteriores da nossa revista, relativamente à 1.ª secção — Ciências Matemáticas, devemos acrescentar que o discurso inaugural da secção deveria ser pronunciado pelo Prof. Julio Rey Pastor de Buenos Aires que era o Vice-Presidente espanhol da secção. Devido à sua não comparecimento no Congresso o discurso foi lido pelo Prof. Júlio Palácios, professor da Faculdade de Ciências de Lisboa e director do Centro de Estudos de Física do Instituto para a Alta Cultura.

A Associação Portuguesa para o Progresso das

Ciências publicou um volume de 248 páginas com os resumos das comunicações apresentadas e que foi distribuído aos congressistas. Destas comunicações transcrevemos textualmente os títulos das comunicações enviadas:

1. Victor das Neves — *Solução dos problemas: Triseção do ângulo. Rectificação da circunferência. Quadratura do círculo.*

2. Manuel dos Reis — *Sobre fórmulas assintóticas conjecturais relativas a números primos.*

3. António Almeida Costa — *Sobre os nil'ideais e os ideais quase regulares.*

4. M. T. Antunes — *Os sismógrafos electromagnéticos e o registo conforme dos movimentos do solo.*

5. José Sebastião e Silva — *Sobre a topologia dos espaços funcionais analíticos.*

6. José Ribeiro de Albuquerque — *O teorema de «Baire» sobre os conjuntos.*

7. José Ribeiro de Albuquerque — *A função «adereência» e seus invariantes.*

8. Gustayo de Castro — *Sobre a comparação das variâncias de dois universos normais.*

9. Gustavo de Castro — *Sobre um problema de Fisher.*

10. L. A. Santaló — *Observaciones sobre superficies y polyedrales inscritas.*

11. Arechaga e L. de Letona — *Dos teoremas sobre determinación del número de cifras de un producto ó cociente.*

12. Mischa Cotlar e R. A. Ricabarra — *Sobre la teoría de la integración.*

13. Mariano Fernández Bollo — *La transparencia elástica de algunas rocas de la Península Ibérica.*

14. Y. Frenkel e M. Cotlar — *Mayorantes de Perrón — Denjoy no aditivos.*

15. E. Pajares — *Sobre una curva transcendente deducida de un problema de física.*

16. P. Pi Calleja — *Sobre determinación de singularidades de la série Taylor mediante el argumento de sus coeficientes.*

17. Julio Rey Pastor — *La matemática abstracta del siglo XX.*

18. Clements Saénz Garcia — *Notas geométricas acerca de números pitagóricos.*

19. Ramón Vital de Artaza — *Critica de los actuales métodos de cálculo de las bóvedas cilíndricas delgadas.*

20. Renato Pereira Coelho — *Um critério de continuidade.*

As comunicações n.ºs 4, 13 e 19 devem ter sido incluídas nesta secção certamente por engano dos organizadores do volume com os resumos das comunicações, visto os títulos corresponderem a matéria de outras secções do congresso. Não foram por isso discutidas na Secção de Matemática. A Mesa desta Secção também retirou a comunicação n.º 1, que de resto não tinha sido transmitida ao Congresso por intermédio da Sociedade Portuguesa de Matemática.

M. Z.

## MATEMÁTICAS ELEMENTARES

Ensino liceal — Exames do 3.º ciclo — 1950.

**3132** — Decomponha em factores o polinómio  $3x^3 + 8x^2 + 3x - 2$ , sabendo que  $-1$  é um zero desse polinómio. R: Como  $-1$  é um zero do polinómio este é divisível por  $x + 1$  e será  $3x^3 + 8x^2 + 3x - 2 = (x + 1) \times (3x^2 + 5x - 2)$  como facilmente se reconhece. Os zeros de  $3x^2 + 5x - 2$  são  $x_1 = -2$  e  $x_2 = 1/3$ . Então é:  $3x^3 + 8x^2 + 3x - 2 = 3 \cdot (x + 1) (x + 2) (x - 1/3)$ .

**3133** — Derive em ordem a  $x$  a função

$$y = \text{sen} [(x^2 + 1)/(x^2 - 1)].$$

$$R: y' = [-4x / (x^2 - 1)^2] \times \cos [(x^2 + 1)/(x^2 - 1)].$$

**3134** — Determine as coordenadas do ponto de intersecção da recta  $3y - x = 1$  com a circunferência de centro  $C(1, -1)$  e raio igual a  $\sqrt{5}$ . R: A equação da circunferência referida é  $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 5$  e as coordenadas dos pontos pedidos são as soluções do sistema formado pela equação da recta e da circunferência. Então como  $x = 3y - 1$  vem  $(3y - 2)^2 + (y + 1)^2 = 5$  ou  $10y^2 - 10y = 0$  donde  $y_1 = 0$  e  $y_2 = 1$ , valores que substituídos na equação da recta dão  $x_1 = -1$  e  $x_2 = 2$ . Logo os pontos pedidos são:  $(-1, 0)$  e  $(2, 1)$ .

**3135** — Empregando uma fórmula de transformação logarítmica, determine o valor de  $f(15^0)$ , dado por:

$$f(x) = \text{sen}(90^0 - x) + \text{sen } x$$

R: Teremos de calcular então  $\text{sen } 75^0 + \text{sen } 15^0$  e como  $\text{sen } A + \text{sen } B = 2 \text{sen } (A + B)/2 \cdot \cos (A - B)/2$  será  $f(15^0) = 2 \cdot \text{sen } (75^0 + 15^0)/2 \cdot \cos (75^0 - 15^0)/2 = 2 \text{sen } 45^0 \times \cos 30^0 = 2 \cdot \sqrt{2}/2 \cdot \sqrt{3}/2 = \sqrt{6}/2$ .

**3136** — Os ponteiros do relógio numa torre medem, respectivamente 85 cm e 1,25 m. Calcule a distancia entre os extremos dos ponteiros desse relógio às 4 horas. (Empregue logaritmos). R: Se for  $a = 125$  e  $b = 85$  o comprimento dos ponteiros, que às 4 horas formam entre si um ângulo de  $120^0$ , as fórmulas que resolvem o problema são:  $\text{tg } (A - B)/2 = [(a - b) : (a + b)] \cdot \cotg 60^0$  e a distância entre as extremidades dos ponteiros  $c = [(a + b) \text{sen } 60^0] : \cos (A - B)/2$ . Daqui resulta  $\log \text{tg } (A - B)/2 = \log 4 + \log \cotg 60^0 + \text{colg } 21 = = 0,60206 + \bar{2},67778 + \bar{1},76144 = \bar{1},04128$  donde  $(A - B)/2 = 6^0 16' 33''$ .

Finalmente  $\log c = \log (a + b) + \log \text{sen } 60^0 + \text{colg } \cos (A - B)/2 = 2,32222 + \bar{1},93753 + 0,00261 = 2,26236$  e daqui  $c = 183$  cm.

**3137** — Um número de 3 algarismos significativos diminui de 72 unidades se trocar entre si os algarismos das dezenas e das unidades. Se trocar os algarismos das centenas e das dezenas, o número aumenta de 270 unidades. Determine esse número. R: Seja  $a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c$  o número. Então pelo enunciado é