

Dividindo (1) por $\Delta \alpha$

$$\frac{\overline{PN}}{\Delta \alpha} = \frac{\overline{MN}}{\Delta \alpha} \cdot \cos \widehat{PNM}$$

$$\lim_{\Delta \alpha \rightarrow 0} \frac{\overline{PN}}{\Delta \alpha} = \lim_{\Delta \alpha \rightarrow 0} \frac{\overline{MN}}{\Delta \alpha} \cdot \lim_{\Delta \alpha \rightarrow 0} \cos \widehat{PNM};$$

mas $\lim_{\Delta \alpha \rightarrow 0} \frac{\overline{MN}}{\Delta \alpha} = 1^{(1)}$ e portanto: $y' = \cos \alpha$

Derivada da tangente:

Seja $y = \operatorname{tg} \alpha$.

Do triângulo $[OBC]$ vem:

$$\frac{\overline{BC}}{\operatorname{sen} \Delta \alpha} = \frac{\overline{OB}}{\operatorname{sen} \beta}$$

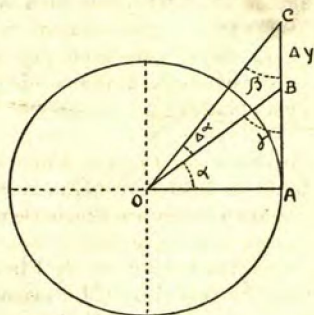
então:

$$\overline{BC} = \overline{OB} \cdot \frac{\operatorname{sen} \Delta \alpha}{\operatorname{sen} \beta}, \text{ ou } \Delta y = \sec \alpha \cdot \frac{\operatorname{sen} \Delta \alpha}{\operatorname{sen} \beta};$$

(1) Como se poderia demonstrar com os conhecimentos que os alunos já possuem.

mas, quando $\Delta \alpha$ tende para zero, $\operatorname{sen} \beta$ tende para $\operatorname{sen} \gamma$. De:

$$\lim_{\Delta \alpha \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta \alpha} = \sec \alpha \cdot \lim_{\Delta \alpha \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} \Delta \alpha}{\Delta \alpha} \cdot \frac{1}{\operatorname{sen} \beta}$$



vem: $y' = \sec \alpha \cdot \frac{1}{\operatorname{sen} \gamma}$ e por ser $\operatorname{sen} \gamma = \cos \alpha$ é

$$y' = \sec \alpha \cdot \frac{1}{\cos \alpha}, \text{ ou } y' = \sec^2 \alpha.$$

MOVIMENTO CIENTÍFICO

CONGRESSO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICOS

Esta reunião internacional, que deve ser um dos maiores acontecimentos no mundo matemático no presente ano, continua despertando em todos os países um enorme interesse inteiramente justificado. Terão então a ocasião de encontrar-se, expor as suas descobertas, discutir os problemas em estudo e os diversos pontos de vista os matemáticos de vários continentes. A actividade dos centros de estudos, que se nota no após guerra na grande maioria dos países ainda ontem envolvidos no conflito, os numerosos congressos nacionais e os colóquios internacionais de matemática constituem, em nossa opinião, um indício do exito científico do próximo congresso de Cambridge. Mass., que uma cuidada preparação garante também,

O Presidente e o Secretário Geral da Comissão Organizadora do Congresso honraram a Sociedade Portuguesa de Matemática e a Junta de Investigação Matemática com o convite formal de participação.

Temos o prazer de noticiar que a nossa representação se encontra já assegurada. Com efeito alguns matemáticos portugueses enviaram já comunicações que foram aceites. De momento temos conhecimento das seguintes: «On lattices of abelian groups with a finite base» de Hugo B. Ribeiro; «On the origin of positive and negative electricity» de António Gião e uma outra de Ruy Luís Gomes.

M. Z.

CENTROS MATEMÁTICOS E COLÓQUIOS

Centros Matemáticos Italianos

A Itália é um país de fortes tradições matemáticas. É porém de admirar como, pouco tempo passado sobre uma guerra que tão duramente fez sofrer este povo,

se assista a um ressurgimento notável de actividade matemática em tão variadas manifestações: publicações especializadas ou de carácter didático, revistas da especialidade, reuniões frequentes de vários tipos nas cidades italianas, participação em congressos estran-

geiros, e ainda o estudo do funcionamento de organizações existentes já, ou a criar, que garantam maior rendimento à produção científica. O *Boletim da União Matemática Italiana* informa-nos destas actividades; do n.º 4 do ano de 1949 extraímos uma notícia sobre os Centros Matemáticos, que estamos certos muito contribuirão para elevar mais ainda, em qualidade e quantidade, a contribuição italiana no domínio da investigação matemática.

Estatuto provisório dos Centros Matemáticos — Em 19 de Novembro de 1949 teve lugar em Bolonha no Instituto Matemático Salvatore Pincherle uma reunião dos representantes dos Institutos e dos Seminários Matemáticos de Trieste (Prof. B. de Finetti), Pádua (Prof. G. Scorza), Ferrara (Prof.ª M. Piazzolla-Beloch), Bolonha (Profs. L. Cesari, D. Graffi, B. Segre, M. Villa), Modena (Prof. A. Pignedoli), Parma (Prof. A. Manbriani), Pisa (Prof. S. Cherubino, Dr. V. Checcucci), Florença (Prof. G. Sansone), para discussão do projecto do estatuto provisório dos centros matemáticos italianos.

O Prof. Sansone leu e comentou as sugestões críticas e pareceres dos vários institutos e seminários interessados. Com esta base e nas consequentes discussões o Prof. Sansone, encarregado da redacção do estatuto provisório, apresentou o que se segue:

Artigo 1.º — Com o fim de criar condições mais favoráveis à vida matemática, no âmbito das Universidades, constituem-se centros (ou grupos) regionais e inter-regionais com os objectivos de:

a) provocar a cooperação dos Institutos e Seminários dos vários centros, particularmente pelo que respeita a cursos de carácter mais elevado;

b) trocar professores para conferências ou ciclos de conferências entre os diversos Institutos e Seminários Matemáticos e promover uma ou mais reuniões anuais para estudar temas determinados;

c) trocar assistentes ou alunos que se dediquem a particulares investigações científicas;

d) facilitar ainda por meios diversos dos referidos em a), b), c) a colaboração de investigadores que habitem meios distantes uns dos outros e que tencionem trabalhar sobre o mesmo assunto.

e) procurar conseguir que alguns estrangeiros — oportunamente qualificados — realizem conferências em vários locais.

Art. 2.º — Cada centro abrangerá três ou mais Institutos ou Seminários Matemáticos. A título de experiência são criados quatro centros que reúnem respectivamente os Institutos e Seminários das seguintes Universidades:

1) Trieste, Pádua, Ferrara, Bolonha, Modena, Parma, Florença e Pisa;

2) Turim, Milão, Pavia e Génova;

3) Roma, Nápoles, Cagliari e Bari;

4) Catania, Messina e Palermo.

Art. 3.º — Os centros colaborarão cordialmente com outras instituições que, em ambientes diversos e com outros meios, tenham o propósito comum de manter em nível elevado a tradição matemática italiana, como é o caso da União Matemática Italiana, o Instituto de Alta Matemática, o Instituto Nacional para as Aplicações do Cálculo e a Escola Normal Superior de Pisa.

Art. 4.º — Cada centro matemático, segundo o próprio regulamento, administrará e contribuirá, para cumprir os objectivos do Art. 1.º, com os fundos que recebe do Ministério da Educação Pública, do Conselho Nacional de Investigações, da União Matemática Italiana, dos Governos regionais, dos Conselhos de Administração das Universidades e de outras entidades.

Art. 5.º — Os representantes dos centros e os delegados das entidades a que se refere o Art. 3.º reunir-se-ão uma vez por ano pelo menos num dos Institutos ou Seminários dos centros para discutir e acordar amigavelmente sobre os problemas comuns aos vários centros. As convocações para as reuniões partirão da U. M. I.

Art. 6.º — Por ocasião dos Congressos Nacionais promovidos pela U. M. I., deverão ter lugar uma, pelo menos, das reuniões anuais organizadas pelos centros no local do Congresso sendo o respectivo programa coordenado com o do Congresso.

Art. 7.º — O *Boletim da U. M. I.* é o órgão comum dos centros. Nele publicar-se-ão: a) notícia sobre a actividade dos vários centros e das reuniões de carácter geral; b) relatórios de carácter científico das reuniões.

Se for julgado oportuno a U. M. I. publicará também colecções de cadernos contendo notas apresentadas nas reuniões.

M. Z.

Centro Belga de Investigações Matemáticas. Colóquio Internacional de Geometria Algébrica

Em todos os países em que há interesse pelos progressos das Ciências Matemáticas se multiplicam os centros de estudos e seminários e há a preocupação de estudar a sua coordenação para se obter o melhor rendimento. Em reuniões frequentes e recorrendo por vezes mesmo à colaboração internacional são apresentadas as conquistas recentes no campo da investigação e debatidos os problemas entre os especialistas.

O Centro Belga de Investigações Matemáticas, criado em 1948, reúne, sob a presidência do Prof. L. Godeaux, todos os professores de matemática das quatro universidades belgas de Bruxelas, Liège, Lovaina e Gand,

os da Escola Politécnica de Heinaut em Mons e os da Escola Militar, e tem importante auxílio do Estado que lhe concede os meios financeiros necessários.

Vários colóquios nacionais tiveram lugar em 1948 e 1949, tendo-se ocupado da teoria da correspondência entre curvas algébricas, das equações às derivadas parciais e da teoria quântica dos campos. Todas as despesas de viagem e estadia nos locais onde se realizam as reuniões estão a cargo do Centro. O estudo das máquinas calculadoras electrónicas é um dos que ocupa com maior interesse o Centro.

O primeiro colóquio internacional organizado pelo C. B. R. M. foi consagrado à Geometria Algébrica e realizou-se em Liège em Dezembro de 1949. Nele participaram além de numerosos matemáticos belgas os professores estrangeiros: M.^{me} Dubreil-Jacotin, Severi, Garnier, Dubreil, Segre, Van der Waerden, Châtelet e Samuel. Tratou-se sobretudo de confrontar e discutir os diversos métodos de investigação na Geometria algébrica: os da escola italiana, os baseados na teoria dos anéis, os de André Weil, Van der Waerden, Zariski, etc. As aplicações a outros ramos da Matemática também foram consideradas e apresentados os resultados recentemente obtidos pelos investigadores belgas.

O C. B. R. M. publicou em volume* as conferências feitas de que damos a seguir relação:

F. Severi — La géométrie algébrique italienne, sa rigueur, ses méthodes, ses problèmes; M. L. Dubreil-Jacotin e P. Dubreil — Divers types d'anneaux intervenant en géométrie algébrique; B. L. van der Waerden — Les variétés de chaînes sur une variété abstraite; P. Samuel — Multiplicités des composantes singulières d'intersection; F. Châtelet — Application des idées de Galois à la géométrie algébrique; R. Garnier — Intégration uniforme de certains systèmes du quatrième ordre, à deux variables indépendantes, attachés à une surface algébrique; B. Segre — Problèmes arithmétiques en géométrie algébrique; P. Libois — La synthèse de la géométrie et de l'algèbre; F. Bureau — Quelques questions de géométrie suggérées par la théorie des équations aux dérivées partielles totalement hyperboliques; L. Godeaux — Applications de la théorie des involutions cycliques appartenant à une surface algébrique.

M. Z.

O Instituto Matemático do Estado Polaco

Em dezembro de 1948 por decreto da Presidência do Conselho de Ministros foi criado o Instituto Matemático do Estado dependente do Ministério da Instrução Pública. Este instituto constitue uma organização central das investigações científicas no domínio das

matemáticas e suas aplicações conforme as recentes necessidades científicas e do Estado.

A Direcção é composta por quatro membros: Prof. K. Kuratowski, Director-chefe; Prof. S. Mazur, vice-Director; Prof. K. Borsuk, Secretário Geral; e Dr. H. Greniewski, vice-Secretário Geral.

O Instituto abrange três secções: Secção Teórica, Secção das Aplicações e Secção das Publicações, as duas primeiras dirigidas pelo Prof. H. Steinhaus e a de publicações pelo Prof. B. Knaster.

A Secção Teórica tem por objectivo principal a organização das investigações no campo das matemáticas puras e compreende os oito grupos seguintes:

1 — *Fundamentos das matemáticas*, director Prof. A. Mostowski; 2 — *Topologia*, director Prof. Borsuk; 3 — *Análise funcional*, director Prof. S. Mazur; 4 — *Funções reais*, director Prof. E. Marzewski; 5 — *Funções analíticas*, director Prof. F. Leja; 6 — *Equações diferenciais*, director Prof. F. Wazewski; 7 — *Geometria diferencial*, director Prof. S. Golab; 8 — *Problemas matemáticos da Física*, directores Profs. W. Pogorzelski e W. Rubinowicz.

A Secção das Aplicações trata da orientação da investigação no domínio das matemáticas aplicadas, e da execução de estudos solicitados e que dizem respeito às aplicações práticas das matemáticas na economia dirigida, estatística, produção industrial e agrícola, seguros sociais e defesa nacional. Esta secção abrange os grupos: 1 — *Geral*, director Prof. H. Steinhaus; 2 — *Aplicações técnicas*, Prof. J. Mikusinski; 3 — *Aparelhos matemáticos*, director Dr. H. Greniewski; 4 — *Actuariado*, director Prof. A. Gruzewski; 5 — *Geometria aplicada*, director Prof. E. Otto.

Finalmente a Secção de Publicações ocupa-se da organização racional da actividade publicitária no domínio das matemáticas.

A sede do Instituto é em Varsóvia mas a sua actividade estende-se a todo o território da Polónia. Em Varsóvia encontra-se a Direcção do Instituto e funcionam os grupos dos Fundamentos das matemáticas, de Topologia, de Análise Funcional e dos Problemas matemáticos da física, grupos da Secção Técnica, bem como os dos Aparelhos, Actuarial, e de Geometria aplicada da Secção das Aplicações. Em Cracóvia funcionam os grupos de Funções analíticas, Equações diferenciais e o de Geometria diferencial. Em Wroclaw funciona o grupo das Funções reais da Secção Teórica e o das Aplicações técnicas. Também nesta cidade se encontra totalmente instalada a Secção das Publicações.

O Instituto Matemático compreende 28 membros, 31 assistentes e adjuntos, 7 funcionários científico-técnicos e 5 empregados.

M. Z.

* *Colloque de Géométrie Algébrique*, G. Thone, Edit., Liège, ou Masson et Cie., Paris.

De Annales de la Société Polonaise de Mathématique, Tome XXII, 1949, Kraków.

Colóquio Matemático Britânico

Em Setembro do ano passado teve lugar em Manchester o primeiro Colóquio Matemático Britânico. O segundo realizou-se este ano em Oxford de 12 a 14 de Abril estando marcado o próximo para Setembro de 1951 em Bristol. Fez-se a escolha de Abril para a reunião deste ano para evitar a sobreposição com o Congresso Internacional de Matemáticos na 1.ª semana de Setembro.

É duplo o objectivo destas reuniões: em palestras coordenadas com a duração de uma hora fazem-se exposições sistemáticas sobre os progressos de vários domínios importantes no campo da investigação matemática com a preocupação de os tornar — como de facto se consegue — acessíveis aos não especializados e manter estes informados sobre as mais importantes descobertas; e, numa atmosfera mais íntima dos «grupos de estudo», os matemáticos que trabalham nos mesmos ramos desta ciência expõem os seus resultados levantando e discutindo problemas para futuras investigações. As reuniões do 1.º tipo são mais instrutivas e as do 2.º mais estimulantes.

Uma das surpresas da reunião de Oxford foi o extraordinário interesse que despertou a Álgebra Moderna entre os matemáticos ingleses.

Houve iminentes algebristas britânicos no passado século, bastando citar Hamilton, Cayley, Sylvester,

Burnside e Young; não formaram porém escola e a álgebra esteve a ponto de cair no esquecimento. Os desenvolvimentos brilhantes desta ciência na Alemanha, sobretudo de 1920 a 1930, que rapidamente atingiram outros países em especial os Estados Unidos e a União Soviética, foram durante muito ignorados na Inglaterra. Este panorama mudou completamente agora e foi a Álgebra Moderna que ocupou em Oxford o 1.º lugar.

Houve conferências sobre: o choque entre os conceitos da álgebra moderna e os métodos da análise; a teoria algébrica da «valuation» e as suas múltiplas aplicações que vão desde a teoria dos ideais nos anéis até aos fundamentos da geometria algébrica; a interação da álgebra e da topologia na teoria dos grupos topológicos; e o modo por que a topologia começa a recompensar a álgebra pelos serviços que esta lhe prestou. Houve outros grupos que se ocuparam de: teoria dos números, geometria algébrica, funções aleatórias e equações diferenciais não lineares. Os algebristas foram porém incansáveis prosseguindo as discussões mesmo depois do encerramento oficial da reunião.

Neste colóquio participaram também alguns matemáticos estrangeiros do Egipto, Holanda, Índia e Itália.

M. Z.

(Adaptação duma notícia de K. A. Hirsch em «Natures» Vol. 165, n.º 4204, 1950 Maio 27).

NOTICIÁRIO

Jubileu Científico do Prof. Severi

O ano de 1949 correspondeu ao centenário da revista italiana «Annali di Matematica» e ao 70.º aniversário do Prof. Francesco Severi, director do «Istituto Nazionale di Alta Matematica*» de Roma e durante vários anos redactor principal da revista.

Os colegas do Prof. Severi para celebrar este duplo acontecimento constituíram uma comissão nacional sob a presidência do Prof. G. Castelnuovo. Esta comissão decidiu: dedicar o volume dos «Annali» relativo a 1949-50 em homenagem ao Prof. Severi e convidar a colaborar neste volume matemáticos italianos e estrangeiros; iniciar a publicação de uma «Selecta» com a obra do distinto matemático, e promover uma cerimónia comemorativa no Instituto de Alta Matemática. Mais tarde foi resolvido realizar, além desta cerimónia, um pequeno congresso de matemáticos com participação internacional. Houve porém que adiar esta celebração para 1950, ano em que atingia meio século a actividade científica do ilustre professor.

* Vide *Gazeta de Matemática*, n.º 12, Outubro 1942.

A cerimónia inaugural teve lugar na Aula Magna do Instituto no dia 25 de Abril deste ano tendo pronunciado elogios o Prof. G. Castelnuovo, o Reitor da Universidade de Roma, o Prof. Sansone, de Florença e da direcção dos «Annali», e o Prof. Segre, de Bolonha, um dos mais notáveis alunos do Prof. Severi. O congresso iniciou-se no dia seguinte e durou até 28 de Abril. Vários países da Europa fizeram-se representar. À delegação polaca pertencia o Prof. Sierpinski a quem coube a comunicação inaugural do congresso; o Prof. Alexandroff chefiava a delegação da U. R. S. S., constituída por 4 membros; a delegação britânica era composta pelos Profs. Besicovith, Mordell, Roth, Semple e Syngé. Cerca de 20 comunicações foram lidas abrangendo vários assuntos como álgebra, teoria dos conjuntos, teoria dos números, funções de variável real e complexa, geometria algébrica e diferencial, topologia, equações diferenciais, mecânica e electrodinâmica.

A Universidade de Roma tenciona reunir num volume especial dos «Rendiconti» do seu Seminário Matemático todas estas comunicações.

M. Z.

(Notícia extraída de «Natures», 165, n.º 4206, 1950, Junho 10).

Jubileu do Prof. W. Sierpinski

Em 1948 em Varsóvia teve lugar a cerimónia comemorativa do 40.º aniversário da actividade científica e universitária do Prof. W. Sierpinski, grande matemático, um dos fundadores e eminente representante da Escola Polaca de Matemática. A comissão encarregada de organizar a celebração e presidida pelo Prof. K. Kuratowski, actual presidente da Sociedade Polaca de Matemática, resolveu efectuar a cerimónia do jubileu científico durante a reunião do 6.º Congresso dos Matemáticos Polacos que teve lugar em Varsóvia de 20 a 23 de Setembro de 1948.

A vasta e importante obra do grande matemático polaco compreende mais de 500 notas e memórias, publicadas em numerosos periódicos matemáticos polacos e estrangeiros. São notáveis sobretudo as suas contribuições na teoria dos conjuntos, topologia geral, hipótese do contínuo, etc. Um dos seus méritos é o de ter sido o fundador e director de *Fundamenta Mathematicae*, um dos mais importantes jornais matemáticos do mundo.

Além dos matemáticos polacos associaram-se à homenagem e enviaram saudações numerosos cientistas estrangeiros, academias e sociedades científicas de muitas das quais é membro.

A revista *Portugaliae Mathematica* tem a honra de contar entre os seus colaboradores o distinto matemático que publicou no vol. 5 um trabalho. M. Z.

Matemáticos portugueses no estrangeiro

No actual ano lectivo encontram-se no estrangeiro exercendo funções docentes e fazendo investigação os matemáticos portugueses: em Berkeley, U. S. A., na Universidade da Califórnia, o Doutor Hugo B. Ribeiro encarregado de cursos e participando na actividade de alguns seminários; na Argentina, o Prof. Doutor António A. Monteiro, convidado para professor da Universidade de S. Juan onde rege a cadeira de Análise; e na França, em Nancy, continuando os seus trabalhos de investigação o Doutor Alfredo Pereira Gomes, bolseiro do C. N. R. S., que faz parte dum grupo de jovens matemáticos sob a direcção dos Profs. Dieudonné e Schwartz. M. Z.

MATEMÁTICAS SUPERIORES

PONTOS DE EXAMES DE FREQUÊNCIA E FINAIS

ÁLGEBRA SUPERIOR — COMPLEMENTOS DE ÁLGEBRA

F. C. G. — ALGEBRA SUPERIOR — 1.º Exame de frequência — 1949-50.

1.º Ponto

2983 — Mostrar que a sucessão:

$$\sqrt{3}, \sqrt{3+\sqrt{3}}, \sqrt{3+\sqrt{3+\sqrt{3}}}, \dots$$

é convergente e calcular o seu limite.

2984 — Calcular a primitiva da função

$$\frac{2x-1}{\sqrt{5x^2-4x+1}}$$

2985 — Dada a função $f(x) = \frac{x^2-8x+7}{x^2+1}$ a) calcular $f(0)$, os pontos que anulam a função e o seu limite quando $x \rightarrow \pm\infty$; b) calcular os extremos e os intervalos de monotonia; c) calcular os pontos de inflexão; d) representá-la graficamente.

2.º Ponto

2986 — Mostrar que a sucessão de termo geral

$$a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$$

é convergente e calcular o seu limite.

2987 — Dada a função $f(x) = \frac{3x-2}{+\sqrt{-2x^2-x+1}}$,

calcular: a) o seu domínio de existência no campo real; b) a sua primitiva.

2988 — Considere a função $f(x) = x + I(x)$. a) representá-la graficamente; b) indicar, justificando, se admite no intervalo $0 \leq x < 1$ limites superior e inferior, e máximo e mínimo; c) calcular analiticamente as derivadas laterais no ponto $x = n$.

F. C. L. — ÁLGEBRA SUPERIOR — 2.º exame de frequência, 1948-1949.

2989 — Determine o centro, os eixos e as assíntotas da hipérbole $(2x+1)^2 - (4y-1)^2 = 1$. Indique os pontos em que a tangente é paralela à recta $y = 2x$.

2990 — Mostre que a curva

$$y = mx + p + \varphi(x) \quad \left[\lim_{x \rightarrow \infty} \varphi(x) = 0 \right]$$

admite uma e uma só assíntota não paralela a OX e prove que a convexidade, quando de sentido invariável, está voltada para essa recta.