

3045 — Considere o ponto $P_0(+\sqrt{2}, 0)$ situado sobre a curva $y+2=x^2$. Este ponto P_0 é a posição inicial dum ponto móvel P que descreve a curva atrás citada com uma aceleração de que apenas conhecemos a direcção e o sentido; a direcção é a definida pelo eixo dos XX e o sentido é o da parte positiva para a parte negativa do mesmo eixo. Calcular a grandeza do vector aceleração em função do tempo. O sentido do movimento é o sentido retrógrado. Condições iniciais: para $t=0$ é $v=1$.

3046 — Num movimento central existe a relação $v=ar$ entre a grandeza da velocidade e a grandeza do raio polar r . Determinar a equação polar da trajectória e a expressão de r em função do tempo.

F. C. G. — MECÂNICA RACIONAL — 1.º Exame de frequência — 1949-50 — Ponto n.º 8.

3047 — Um ponto P move-se sobre um plano de tal maneira que as grandezas das velocidades radial e transversa são constantes e iguais a 1. Determinar em coordenadas polares a trajectória do ponto móvel. O ponto ocupa no seu movimento a posição $\theta=\pi/6, r=3$.

3048 — Um ponto móvel descreve a curva $y^2+2=x$ com uma aceleração constante em direcção e sentido; a direcção é a definida pelo eixo dos XX e o sentido é o da parte positiva para a negativa do mesmo eixo. Calcular a grandeza da aceleração em função do tempo. O sentido do movimento é o sentido directo. Condições iniciais: para $t=0$ é $v=2, x=4$ e $y=+\sqrt{2}$.

3049 — Num movimento central existe a relação $v=2/r$ entre a grandeza da velocidade e a grandeza

do raio polar r . Determinar a equação polar da trajectória e a expressão de r em função do tempo.

I. S. T. — MECÂNICA RACIONAL — 1.º exame de frequência extraordinário — 1950.

3050 — Averiguar se, em relação ao sistema diferencial:

$$\frac{dx_1}{dt} + x_1 = 0; \quad \frac{dx_2}{dt} + x_2 = 0, \dots, \quad \frac{dx_n}{dt} + x_n = 0,$$

a função $F = \int_V (x_1 x_2 \dots x_n) dV$ é um invariante integral.

3051 — Conceitos de geodésica no cálculo variacional e no cálculo absoluto: sua identificação.

3052 — Conceito de função harmónica. Propriedades.

I. S. T. — MECÂNICA RACIONAL — 1.º exame de frequência ordinário — 1950.

3053 — Um ponto P move-se no plano Oxy com movimento uniformemente acelerado sobre uma paralela ao eixo Ox . O triedro de referência $Oxyz$ está animado dum rotação uniforme em torno de Oz . Determinar a aceleração de transporte do ponto e a sua trajectória.

3054 — Estacionaridade dos integrais duplos.

Relações entre o problema da estacionaridade do integral $\iint (p^2 + q^2) dx dy$ e do problema de Dirichlet:

3055 — Conceito de medidas em geometria das massas. Medidas negativas e medidas vectoriais.

PROBLEMAS

SOLUÇÃO RECEBIDA

2542 (*Gaz. Mat.* n.º 34) — Mostre que

$$\sum_{p=0}^{n-1} \frac{p!}{(n+p)!} = \frac{1}{n-1} \left(\frac{1}{(n-1)!} - \frac{m!}{(m+n-1)!} \right)$$

R: *Raciocínemos por recorrência. Para $m=1$, tem-se*

$$\begin{aligned} \sum_{p=0}^0 \frac{p!}{(n+p)!} &= \frac{0!}{(n+0)!} = \frac{1}{n!} = \frac{(n-1)!}{n!(n-1)!} \\ &= \frac{1}{n-1} \left[\frac{(n-1)(n-1)!}{n!(n-1)!} \right] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{n-1} \left[\frac{n(n-1)! - (n-1)!1!}{n!(n-1)!} \right] = \\ &= \frac{1}{n-1} \left[\frac{n! - (n-1)!1!}{(n-1)!n!} \right] = \frac{1}{n-1} \left[\frac{1}{(n-1)!} - \frac{1!}{n!} \right], \end{aligned}$$

quer dizer, a igualdade é válida.

Suponhamos então que ela é ainda válida para $m=k$, isto é:

$$(I) \quad \sum_{p=0}^{k-1} \frac{p!}{(n+p)!} = \frac{1}{n-1} \left[\frac{1}{(n-1)!} - \frac{k!}{(k+n-1)!} \right]$$

