

—Mostre que a equação

$$x^3 - 2x^2 + (1 + m - m^2)x + m^2 - m = 0$$

admite uma raiz independente de m . Determine essa raiz.

Notas

1. A demonstração a que aludimos, é do teor seguinte:

Se $f_n(x) = a_0 x^n + \dots + a_n \equiv 0$, então $f_n(0) = 0$ e portanto $a_n = 0$. Logo $f_n(x) = x(a_0 x^{n-1} + \dots + a_{n-1})$. Ora, sendo $f_n(x)$ nulo qualquer que seja x o mesmo deve suceder ao polinómio que figura entre parentesis no 2.º membro da igualdade anterior. Fazendo nesse polinómio $x=0$ vem $a_{n-1} = 0$ e assim sucessivamente.

Há um erro manifesto nesta demonstração: na verdade, o facto de $f_n(x)$ ser nulo para todos os valores de x apenas implica que o polinómio entre parentesis seja nulo para todos os valores de $x \neq 0$, pois para $x=0$, mesmo que fosse diferente de zero o polinómio entre parentesis, vinha sempre $f_n(x) = 0$.

2. Sobre o princípio de indução completa pode consultar-se a *Aritmética Racional* de J. Silva Paulo e A. Aniceto Monteiro ou a *Aritmética Racional* de J. Vicente Gonçalves.

3. A demonstração fazia-se do mesmo modo substituindo $f_n(2x)$ por $f_n(kx)$, com $k \neq 0$.

MOVIMENTO CIENTÍFICO

CONGRESSO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICOS

Como já noticiamos em *Gazeta de Matemática* n.º 37-38, realizar-se-á, de 30 de Agosto a 6 de Setembro deste ano, em Cambridge, Massachussets, U. S. A., um importante congresso de matemáticos. Desde 1936, data do Congresso de Oslo, não tem sido possível efectuar uma grande reunião internacional. A Sociedade Matemática Americana, que projectava já o congresso para 1940, tem desenvolvido grande actividade para garantir o maior êxito possível a esta assembleia internacional.

Além das sete secções a que já anteriormente nos referimos e onde serão apresentados trabalhos pouco extensos com novas contribuições nos vários ramos da Matemática, a Comissão Organizadora decidiu o funcionamento de quatro Colóquios sobre Álgebra, Análise, Matemáticas Aplicadas e Topologia. Para melhor dar ideia da natureza e importância destas colóquios transcrevemos, dos prospectos informativos distribuídos pela Sociedade Matemática Americana,

os assuntos que particularmente serão aí tratados e discutidos:

Algebra: 1, Groups and universal algebra; 2, Structure theory of rings and algebras; 3, Arithmetic algebra; 4, Algebraic geometry.

Analysis: 1, Algebraic tendencies in analysis; 2, Analysis and geometry in the large; 3, Extremal methods and geometric theory of functions of a complex variable.

Applied Mathematics: 1, Partial differential equations; 2, Statistical mechanics; 3, Random processes in physics and communication.

Topology: 1, Homology and homotopy theory; 2, Fibre bundles and obstructions; 3, Differentiable manifolds; 4, Topological groups.

Estes quatro colóquios serão presididos, respectivamente, pelos Professores A. A. Albert, Marston Morse, John von Neumann e Hassler Whitney.

M. Z.

COLÓQUIO INTERNACIONAL DE ÁLGEBRA E DE TEORIA DOS NÚMEROS

De 22 de Setembro a 1 de Outubro de 1949 o Centro Nacional de Investigação Científica (C. N. R. S.) organizou em Paris um colóquio internacional dedicado à Álgebra e à Teoria dos Números que reuniu cientistas franceses e estrangeiros especialistas nestas matérias. Para avaliar da importância da reunião apresentamos ao leitor a lista das conferências e os assuntos tratados nos seminários que se realizaram.

Set. 23 — O. Zariski, professor da Universidade de Harvard — Quelques questions concernant la théorie des fonctions holomorphes sur une variété algébrique.

R. Apery, «maître de conférences» da Faculdade de Ciências de Rennes — Résultats récents concernant les idéaux de polynômes.

L. Lesieur, «maître de conférences» da Faculdade de Ciências de Poitiers — Le transfert de certaines

propriedades l'un anneau A à l'anneau des polynômes $A[x]$ et à l'anneau des séries formelles.

A. Chatelet, director da Faculdade de Ciências de Paris — L'utilisation des matrices dans l'algèbre et l'arithmétique des corps de nombres algébriques.

Set. 24 — P. Dubreil, professor da Faculdade de Ciências de Paris — La fonction caractéristique de Hilbert.

B. L. van der Waerden, professor da Universidade de Amsterdam — Les valuations en Géométrie algébrique.

P. Jaffard, «attaché de recherches» (C. N. R. S.) — Les idéaux totalement indépendants.

T. Nagell, professor da Universidade de Uppsala — Sur quelques questions dans la théorie arithmétique des cubiques planes du premier genre.

A. Neron, «attaché de recherches» (C. N. R. S.) — Les propriétés du rang des courbes algébriques dans les corps de degré de transcendance fini.

F. Chatelet, «maître de conférences» da Faculdade de Ciências de Lyon — Points rationnels exceptionnels sur les courbes de genre un.

Set. 26 — T. van der Corput, professor da Universidade de Amsterdam — Le théorème fondamental de l'Algèbre sans axiome de continuité.

E. Artin, professor da Universidade de Princeton — Questions de base minimale dans la théorie des nombres algébriques.

B. Segre, professor da Universidade de Bolonha — Questions arithmétiques sur les variétés algébriques.

Ch. Pisot, professor da Faculdade de Ciências de Bordeus — Quelques résultats d'approximations diophantiniennes.

L. Mordell, professor da Universidade de Cambridge — Equations cubiques à trois variables avec une infinité de solutions entières.

Set. 27 — G. Birkhoff, professor da Universidade de Harvard — Théorèmes de décomposition dans quelques anneaux réticulés.

V. Korinek, professor da Universidade de Praga — Le théorème de Jordan-Hölder dans les treillis.

L. Kaloujnine, «chargé de recherches» (C. N. R. S.) — Le produit complet des groupes et la théorie de l'extension.

G. Julia, da Academia das Ciências, professor da Faculdade de Ciências de Paris — Les racines, carrées

et $n^{\text{èmes}}$, d'opérateurs hermitiens dans l'espace hilbertien.

T. Lepage, professor da Universidade de Bruxelas — Sur certains idéaux de l'algèbre extérieure $A(2n, k)$.

Set. 28 — P. Samuel, «maître de conférences» da Faculdade de Ciências de Clermont-Ferrand — Multiplicités d'intersection des variétés algébriques.

A. Weil, professor da Universidade de Chicago — Variétés abéliennes.

F. Chatelet, «maître de conférences» da Faculdade de Ciências de Lyon — Représentation des courbes à l'aide de radicaux.

E. Artin, professor da Universidade de Princeton — Remarques concernant la théorie de Galois.

J. Dieudonné, professor da Faculdade de Ciências de Nancy — Progrès et problèmes dans la théorie de Galois.

M. Krasner, «maître de recherches» (C. N. R. S.) — Généralisation abstraite de la théorie de Galois.

Set. 30 — C. Chabauty, professor da Faculdade de Ciências de Strasbourg — Géométrie des Nombres; applications à la théorie des Nombres algébriques.

H. Davenport, professor da Universidade de Londres — L'Algorithme d'Euclide dans les corps quadratiques et cubiques.

Set. 30 — Seminário:

M^{lle} S. Piccard (Neuchâtel) — Sur les groupes d'ordre fini.

Svend Bundgaard (Copenhague) — Sous-groupes invariants d'index fini dans certains groupes intervenant dans la topologie des surfaces de Nielsen.

K. A. Hirsch (Newcastle) — Infinite groups with maximal condition. Etc.

Out. 1 — A. Chatelet, director da Faculdade de Ciências de Paris — Idéaux principaux dans les corps de la division du cercle.

B. L. van der Waerden, professor da Universidade de Amsterdam — Variétés abéliennes.

M. Krasner, «maître de recherches» (C. N. R. S.) — Quelques nouvelles méthodes dans la théorie des corps valués.

Out. 1 — Seminário:

K. A. Hirsch (Newcastle) — Recent results in the theory of Abelian Group G . Etc.

M. Z.

CONGRESSO INTERNACIONAL DE FILOSOFIA DAS CIÊNCIAS

PARIS, 17-22 DE OUTUBRO DE 1949

Demos já no n.º 40 indicações sumárias sobre a organização e principais secções deste congresso. Limitar-nos-emos, por falta de espaço, a indicar os títulos dalgumas das comunicações recebidas.

Lógica:

M. Barzin (Bruxelas) — Réflexions sur le principe du déterminisme (em comum com o Colóquio de Epistemologia).

E. W. Beth (Amsterdam) — L'état actuel du problème logique des antinomies.

H. B. Curry (U. S. A.) — L-Semantics as a formal system.

M^{me} Destouches-Février (Paris) — Logique quantique.

J. Dieudonné (Nancy) — L'axiomatique dans les mathématiques modernes (em comum com o Colóquio de Filosofia Matemática).

R. P. Dubarle (Paris) — Diverses tendances actuelles des logiciens américains.

R. Feys (Louvain) — Nature et possibilités de la logique formalisée.

A. Heyting (Holanda) — La méthode axiomatique en mathématiques intuitionnistes (em comum com o Colóquio de Matemáticas).

H. Meyer (Holanda) — La négation et la Logique.

E. Morot-Sir (Bordeaux) — Langage et Métalangage

G. Vaccarino (Messina) — Sulla nozione di verità formale.

D. Van Dantzig (Amsterdam) — Mathématique stable et mathématique affirmative.

Vuyje (Amsterdam) — Psycho-linguistique et logique.

Filosofia Matemática :

R. Apéry (Caen) — Le rôle de l'intuition dans les Mathématiques (em comum com o colóquio de Epistemologia).

É. Borel (Paris) — Définition des êtres mathématiques individuels.

A. Denjoy (Paris) — L'idée de récurrence dans les théories mathématiques.

J. Dieudonné (Nancy) — L'Axiomatique dans les mathématiques modernes (em comum com o Colóquio de Lógica).

P. Dubreil (Paris) — Les méthodes modernes en Algèbre.

J. Favard (Paris) — Elaboration des notions de courbe et de surface en Géométrie différentielle.

A. Heyting (Holanda) — L'Axiomatique intuitionniste (em comum com o Colóquio de Lógica).

M. Janet (Paris) — Sur le «Calcul des variations».

J. Pérès (Paris) — Le Calcul analogique (em comum com o Colóquio de Mecânica).

B. Segre (Bolonha) — Géométrie mathématique et Géométrie physique.

G. Valiron (Paris) — Les notions de fonction analytique et de surface de Riemann.

Cálculo das Probabilidades :

G. A. Barnard (Londres) — Une théorie de la Statistique, indépendante du Calcul des Probabilités.

É. Borel (Paris) — Les probabilités universellement négligeables.

G. Darrois (Paris) — Liaison de probabilité, analyse factorielle.

B. de Finetti (Trieste) — Rôle et domaine d'application du théorème de Bayes selon les différents points de vue sur les probabilités.

R. Fortet (Caen) — Faut-il élargir les axiomes du Calcul des probabilités?

P. Lévy (Paris) — Arithmétique et Calcul des probabilités.

J. Neymann (Berkeley) — L'estimation statistique.

P. Nolfi (Zurich) — La connaissance probable.

D. Van Dantzig (Amsterdam) — Sur l'analyse logique des relations entre le Calcul des Probabilités et ses applications.

J. Ville (Paris) — La formation de la connaissance envisagée du point de vue probabiliste.

Mecânica :

R. Dugas (Paris) — Genèse, rôle et interprétation des principes variationnels dans les différentes mécaniques.

J. Kampé de Fériet (Lille) — La mécanique statistique des milieux continus.

J. Pérès (Paris) — Le calcul analogique (em comum com o Colóquio de Filosofia Matemática).

Física Teórica e Físico-química :

E. M. Bruins (Amsterdam) — On the odertype of the coordinates in Physics.

J. Clay (Amsterdam) — L'imperfection de notre connaissance.

A. Gião (Portugal) — Sur la théorie des fonctions d'onde en théorie unitaire et en mécanique ondulatoire.

A. Mercier (Berne) — Relativité et statistique.

P. Renaud (Paris) — Généralisation du Principe de Symétrie de P. Curie.

Rosenfeld (Inglatera) — Complémentarité et Rationalisme moderne.

A. Sesmat (Paris) — Sur le nombre des grandeurs physiques fondamentales.

V. Somenzi (Roma) — Méthodologie et Physique.

J. H. Tummers (Holanda) — Le relativisme dans les sciences physiques.

Epistemologia :

R. P. Abelé (Vals près Le Puy) — Dialectique d'intériorité et d'extériorité dans la mesure du temps.

R. Apéry (Caen) — Le rôle de l'intuition dans les Mathématiques (em comum com o Colóquio de Filosofia Matemática).

M. Barzin (Bruxelas) — Réflexions sur le principe du déterminisme (em comum com o Colóquio de Lógica).

G. Bouligand (Paris) — Connaissance mathématique et idées de construction et d'existence.

L. Delpach (Aix-en-Provence) — Epistémologie et Psychologie différentielle.

P. Ducassé (Besançon) — Réflexions sur la Philosophie des Techniques.

F. Fiala (Neuchâtel) — Dialectique et stabilité du savoir.

Fulchigoni (Roma) — La méthode en Psychologie.

Klein et Mayer (Strasbourg) — Les erreurs de méthode en Embryologie.

A. Metz (Paris) — La méthode expérimentale et le libre arbitre.

Spirito (Roma) — I confini della Scienza.

História das Ciências:

I — A Filosofia das Ciências e a História das Ciências

A. Reymond (Lausanne) — L'Histoire des Sciences et la Philosophie des Sciences.

J. Pelsener et J. Putman (Bruxelas) — L'Histoire des Sciences: son objet et ses méthodes.

Julien Benda (Paris) — Une conception moderne de l'Histoire des Sciences.

E. M. Bruins (Amsterdam) — Sur la méthode de recherche en Histoire des Sciences.

II — Evolução dos métodos nas Ciências

J. Itard (Paris) — Quelques remarques sur les méthodes infinitésimales chez Euclide et Archimède.

P. Humbert (Montpellier) — La méthode au xvii^e siècle dans les Sciences exactes.

A. Koyré (Paris) — Un *experimentum* au xvii^e siècle: la détermination de *g*.

R. Taton (Paris) — Les méthodes en Mathématiques au xviii^e siècle et dans la première moitié du xix^e.

W. H. Schopfer (Berne) — L'évolution de la méthode en Biologie, du point de vue de l'Histoire des Sciences.

R. P. H. Bernard Maitre (Paris) — Le paradoxe de la Chine.

III — História das Técnicas e Aplicações

R. J. Forbes (Amsterdam) — Science, Technology and Social Evolution.

J. Belin-Milleron (Paris) — L'histoire des hypothèses de la Fleur et la Philosophie des Sciences.

Não indicamos as comunicações feitas nas secções de Biologia, Ciências da Terra e de Pedagogia das Ciências.

Nas discussões dos Colóquios tomaram parte muitos outros cientistas além dos indicados, quer franceses quer estrangeiros.

M. Z.

NOTICIÁRIO

Doutoramentos na F. C. L.

Na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa em Outubro de 1949 prestaram provas para a obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas (1.º grupo da 1.ª secção) os assistentes da referida Faculdade Humberto de Menezes e José Sebastião e Silva, que obtiveram as classificações de 17 e 18 valores respectivamente.

Os pontos afixados foram:

1.º — Existência de raízes imaginárias em polinómios reais. 2.º — Limites de raízes ou seus módulos. 3.º — Separação de raízes reais (polinómios reais). 4.º — Resolução numérica (polinómios reais). 5.º — O problema da intersecção de superfícies em Geometria descritiva. 6.º — Representação das quadricas regradas em Geometria descritiva; seus planos tangentes, contornos aparentes e secções planas. 7.º — Classificação e dedução das propriedades diametraes das quadricas pelos métodos da Geometria projectiva; confronto com os métodos analíticos. 8.º — Elementos imaginários em Geometria projectiva; operações com elementos imaginários. 9.º — Linhas notáveis das

superfícies. 10.º — Curvatura e torsão das curvas torsas; evolutas e envolventes. 11.º — Funções harmónicas. 12.º — Equações diferenciais lineares: método de Fuchs.

O júri além dos membros do corpo docente da Faculdade compreendia os Profs. Queirós, do Porto, Pereira Dias e Manuel dos Reis de Coimbra.

Cursos no Collège de France

No ano escolar 1949-1950 realizam-se entre outros os seguintes cursos:

Mathématique et Mécanique — Prof. Szolem Mandelbrojt — *Théorèmes de composition et applications des transformées de Fourier*.

Théorie des équations différentielles et fonctionnelles — Prof. Jean Leray — *Topologie des espaces fibrés*.

Centenário de Laplace

Celebrou-se em Novembro de 1949 a comemoração do segundo centenário do nascimento do grande cientista francês Laplace. A Sociedade Astronómica de

França promoveu no dia 6 de Novembro uma sessão que teve lugar no Grande Anfiteatro do Instituto de Oceanografia da Universidade de Paris, presidida pelo Prof. André Danjon, director do Observatório Astromómico de Paris e presidente da Sociedade. Nessa sessão foram analisadas a notável obra e as variadas

contribuições de Laplace para o progresso do conhecimento humano. O Prof. E. Bauer tratou de «Laplace e a Física», o Prof. G. Darmonis de «Laplace, probabilista e estatístico» e o Prof. Lemaître, de Louvain, de «Laplace e a Mecânica Celeste».

M. Z.

MATEMÁTICAS SUPERIORES

PONTOS DE EXAMES DE FREQUÊNCIA

ÁLGEBRA SUPERIOR — COMPLEMENTOS DE ÁLGEBRA GEOMETRIA DESCRITIVA

F. C. C. — ALGEBRA SUPERIOR — 1.º exame de frequência — 1948-49.

2898 — Calcular o limite da sucessão cujo termo geral é $\sqrt{n(n+a)} - n$.

2899 — Calcular $\operatorname{arctg}(n+1) - \operatorname{arctg} n$ e, de acordo com o resultado, estudar a convergência e calcular a soma da série $\sum_1^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{1}{1+(n+1)n}$.

2900 — a) Calcular a derivada da função

$$y = \operatorname{arctg} [(a \operatorname{sen} x + b \operatorname{cos} x) / (a \operatorname{sen} x - b \operatorname{cos} x)]$$

b) Mostrar que a função $y = (a+bx)e^{-x^2}$ verifica a equação $y'' + 4xy' + (4x^2 + 2)y = 0$.

2901 — Determinar os extremos da função

$$y = (1+x-x^2)e^x.$$

2902 — Calcular o lim $(\operatorname{tag} x/x)^{1/x^2}$, quando $x \rightarrow 0$.

2903 — Provar que se $a_n (n=1, 2, \dots)$ são positivos e se para todos os valores de n se verifica $a_{n+1} < ka_n$ com $0 < k < 1$, então é $\lim a_n = 0 (n \rightarrow \infty)$.

F. C. C. — ALGEBRA SUPERIOR — 2.º exame de frequência de 1948-49.

2904 — Primitivar $1/(2^x + 2^{-x}) + x^2 \operatorname{arc} \operatorname{sen} x$

2905 — Mostrar que as rectas da equação $(2-3\lambda)x - (3+\lambda)y + 5 + \lambda = 0$ (λ arbitrário) passam todas pelo mesmo ponto e determinar as coordenadas desse ponto.

2906 — Qual a condição para que tres rectas não paralelas de equação $ax + by + c = 0$, $a'x + b'y + c' = 0$,

$a''x + b''y + c'' = 0$ concorram no mesmo ponto? Justificar.

2907 — Calcular o valor do determinante

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & k_1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & k_2 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & k_n \end{vmatrix}$$

2908 — Quando o afixo de z descrever uma circunferência de centro na origem e raio 2, qual é o lugar geométrico descrito por $z_1 = 8z^{-1}/3$?

F. C. L. — ÁLGEBRA SUPERIOR — 1.º exame de frequência, 1948-1949.

2909 — Calcule a derivada de $f(x) = \frac{a \cdot \operatorname{arc} \operatorname{tg} \pi x^2}{x+b}$.

Determine a e b de modo que a recta $r \equiv y = x + 1$ seja tangente à curva $y = f(x)$ no ponto $P(0, 1)$. Determine sobre a recta $x = 1$ o centro da circunferência tangente à recta r em ponto cuja distância a P seja $=\sqrt{2}$. R:

$$f'(x) = a(x+b)^{-1} \cdot 2x\pi x^2 \log \pi (1 + \pi^2 x^2)^{-1} - a \operatorname{arc} \operatorname{tg} \pi x^2 \cdot (x+b)^{-2}.$$

Fazendo $x=0$, $f(0)=1$, na expressão de $f(x)$, vem $1 = a\pi(4b)^{-1}$. Para que r seja tangente à curva em P , deve ter-se $f'(0)=1$ (o coeficiente angular de r é 1) e portanto, fazendo $x=0$ e $f'(0)=1$, na expressão de $f'(x)$, virá: $1 = -a\pi(4b^2)^{-1}$, donde, atendendo à relação precedente: $b = -1$, $a = -4/\pi$. Sobre r há dois pontos cuja distância a P é $\sqrt{2}$: um é o ponto $(1, 2)$, intersecção de r com a recta $x=1$; o outro é $(-1, 0)$.