tangente corta al eje y N la proyección de P sobre el eje perpendicularmente a este eje: $MP=p$, $p\cos\varphi=2x_1$ y como $x_1=y_1^2/2b$, $p\cos\varphi=y_1^2/b=p^2\,\mathrm{sen}^2\varphi/b$ por (1) $p=b\cos\varphi/\mathrm{sen}^2\varphi$.

Esta es pues la ecuación de la parabola de parametro b y de eje el eje fijo.

Catenaria

Sea la catenaria de ecuación $y=c\,(e^{x/c}+e^{-x/c})/2$; si derivamos con respecto de x, $y'=\sqrt{y^2-c^2}/c$ ecuación diferencial que verifica, de donde en nuestras coordenadas se deduce $p=2c/\mathrm{sen}\,2\varphi$.

Evoluta

La ecuación de la evoluta de una curva definida por una ecuación de este tipo admite una expresión inmediata.

Basta ver que si es N el trozo de normal comprendido entre el punto generico de la curva y el eje fijo y si llamamos p_E y φ_E a los correspondientes p y φ de la evoluta se verificara, $p_E=N\pm R$ $\varphi_E=\pi/2+\varphi$, segun la concavidad de la curva.

Supongamos que la curva dada presenta la concavidad hacia las y positivas: $p_E=N+R$, $N=p\,\mathrm{tg}\,\varphi$ $p_E=(p'\,\mathrm{sen}\,2\varphi+2p)/\mathrm{sen}\,2\varphi$, $\varphi_E=\pi/2+\varphi$.

Teorema. *La evoluta de la tractriz es una catenaria.*

Como la tractriz tiene de ecuación $p=c$. Sustituyendo este valor en la expresión hallada de la evoluta viene $p=2c/\mathrm{sen}\,2\varphi$, ecuación de la catenaria que hemos obtenido anteriormente.

Cicloides

La cicloide como sabemos satisface a la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx}=\sqrt{\frac{1-ay}{ay}}\ \text{ ó, llamando }\ \frac{1}{a}=c,\ \left(\frac{dy}{dx}\right)^2=\frac{c}{y}-1$$

y basandonos en esto hallamos inmediatamente su ecuación en nuestras coordenadas: $p=\dfrac{c\cdot\cos^2\varphi}{\mathrm{sen}\,\varphi}$.

Teorema. *El radio de curvatura en un punto de la cicloide es dos veces el valor de la normal en este punto.*

La demostración sale enseguida de sustituir p y p' en la expresión que nos da el radio de curvatura, por los valores correspondientes a la cicloide. Así pues obtenemos

$$p'=-c\cdot\cos\varphi\,(1+\mathrm{sen}^2\varphi)/\mathrm{sen}^2\varphi$$
$$R=c\cdot\cos\varphi\,(1-\cos 2\varphi)/\mathrm{sen}^2\varphi=2c\cos\varphi$$

y como $N=p\,\mathrm{tg}\,\varphi=c\cos\varphi$, luego $R=2N$, proposición enunciada.

Curvas de Ribaucour

Se da el nombre de curvas de Ribaucour a las que poseen la propiedad de que sus radios de curvatura son proporcionales a las normales en todos sus puntos. Estas curvas fueron descubiertas por Ribaucour al estudiar las superficíes de curvatura media nula, llamadas elasoides.

Partiendo de la definición escribiremos:

$$(p'\,\mathrm{sen}\,\varphi+p\cos\varphi)/\mathrm{sen}\,\varphi=m\cdot p\,\mathrm{tg}\,\varphi$$
$$p'/p=m\,\mathrm{tg}\,\varphi-\mathrm{cotg}\,\varphi$$

de las que por una sencilla integración hallase:

$$p=\frac{c}{\cos^m\varphi\,\mathrm{sen}\,\varphi},$$

curvas pedidas en las que se observa que para: $m=1$ Catenaria; $m=-1$ Circunferencia; $m=-2$ Cicloide. La expresión del radio de curvatura en un punto de ella será $R=mp\,\mathrm{tg}\,\varphi$ ó sea $R=c/\cos^{m+1}\varphi$.

Uma aplicação do diagrama de Venn

por *Maria Teodora Alves*

Como é sabido, o diagrama de Venn permite interpretar graficamente as operações da Álgebra de Boole, aplicadas a duas e a três classes.

Uma ligeira modificação no diagrama de Venn permitirá também estudar e interpretar o teorema

(1) $$H\supset T$$

e os teoremas dele reduzidos.

Na figura seguinte:

O quadrado representa V (classe universal); o círculo de maior raio, H; o círculo de menor raio, T.

A região quadriculada do quadrado será representada por $\sim H$; a região tracejada a traços horizontais por $\sim T$; a região compreendida entre os círculos H e T, por $H\cap\sim T$.

A figura mostra que é sempre:

(2) $$\sim T\supset\sim H$$

que é o teorema contrapositivo de (1). Isto é, demonstrado um teorema, o seu contrapositivo é sempre verdadeiro.