ANO X – N.º 39 GAZETA DE MATEMÁTICA MARÇO – 1949

REDACTOR PRINCIPAL: *J. Morgado* • EDITOR: *Gazeta de Matemática, Lda.* • ADMINISTRADOR: *A. Sá da Costa*

Composto na Tipografia Matemática, Lda. — R. Almirante Barroso, 20, r/c — LISBOA-N

Con motivo de un centenário — Juan Bernoulli

por ***J. Gallego Diaz***

Eadem mutata resurgo. El famoso epitáfio que Jacobo Bernoulli eligió pensando en las numerosas propiedades de la espiral logaritmica, por él descubiertas, podia muy bien ser adoptado como lema de la familia. ¿ No es sorprendente que en sólo tres generaciones se encuentren ocho matemáticos, varios de ellos geniales y que en un árbol geneológico donde figuran mas de ciento cincuenta descendientes de los Bernoulli matemáticos, la inmensa mayoria destaquen como hombres de ciência, artistas distinguidos juristas, eminentes y médicos notables ?

El caso de la familia Bernoulli reclama un profundo análisis de la herancia del genio y de las posibles relaciones e influencias que sobre él ejerce el medio ambiente. Otro matemático genial, Leon Pontriagin podía servir de ejemplo, altamente significativo, en nuestros dias. Que existen tesoros espirituales en el pueblo es indudable y que pera que aparezcan solo es menester determinados condiciones favorables, fuera inoportuno recordarlo aqui.

Los Bernoulli fueron una de tantas familias protestantes que huyeran de Amberes em 1583 para escapar a las «depuraciones» de aquellos tiempos. El fundador de la dinastia, Nicolás, contrajo matrimonio en Basilea. El dia 27 de Julio de 1667 nació el tercero y último de sus hijos, Juan I. Sus dos hermanos Jacobo I y Nicolás I tenian, entonces, trece y cinco años, respectivamente. Juan fué el mas prolifico de los tres. Primero se doctoró en medicina y mas tarde fué llamado a la universidad de Groninga para explicar Matemática. En la biblioteca de aquella universidad se conservan manuscritos suyos que recientemente hemos podido consultar. Parece que el clima de Holanda septentrional perjudicaba a su salud y por ello tuvo que regresar a Basilea, en cuya universidad sucedió en 1705 a su hermano Jacobo I. Parece, tambien, que era vanidoso, arrogante y presumido. Sus dotes de polemista agrio y violento le hacían temible; y sus disputas con su hermano Jacobo y hasta con su hijo Daniel, por el cual sentía verdadera envidia, prueban con abundancia los síntomas de esquizoide con que sus contemporáneos lo retratan.

Aun cuando, segun una leyenda, el origen del Cálculo de Variaciones se remonta a la reina Dido, quien en la fundacion de Cartago planteó el primer problema isoperimétrico, es indudable que se debe a los hermanos Bernoulli la gloria entera de su descubrimiento. Sobre su excepcional importancia en la fisica moderna basta recordar que extensos dominios de ella se apoyan como único cimiento en un sencillo «principio variacional». El de Fermat, en la óptica; el de Hamilton, en la dinámica y el nuestro en la Economia, son ejemplos notorios de como el Cálculo de Variaciones va invadiendo todos los provincios de la Ciencia Natural e incluso se atreve a legislar en Biología gracias al principio de la minima accion vital, descubierto por Volterra.

Pero no sólo fué en Matemática donde el genio de Juan I brilló con luz de creador. En Física, en Quimica, en Astronomia, en Óptica, en Navegacion y en Mecánica se encuentran parcelas por él acotadas como la teoría de los mareos, el principio de los desplazamientos virtuales, la teoría intrinseca de las cáusticas o la del sólido de minima resistencia que bastarian por si solos para inmortalizar el nombre de su autor.

Juan contrajo matrimonio con Dorotea Falknet, quien falleció el 30 de marzo de 1764 a la edad de 91 años. Fueron sus hijos: el primogénito, Nicolás, (tercero de la dinastia) nació el 27 de enero de 1695; fué profesor de derecho en Berna y luego de Matemática en San Peterburgo, donde murió el 9 de agosto de de 1726; Ana Catalina (nacida el 10 de febrero de 1697 y fallecida el 27 de mayo del mismo año); Ana Catalina (nacida el 29 de octubre de 1698; casó en primeras nupcias con Juan Dollfust y en segundas con Pedro Hanner; murió en octubre de 1780); Daniel, nació el 29 de enero de 1700; doctor en Medicina; professor de Quimica y de Matemàtica en San Peterburgo, luego profesor de Anatomía y de Botánica en Basilea y, por último, de Física en la misma ciudad, en donde falleció el 17 de marzo de 1782; Dorotea (1704-1800), contrajo matrimonio con Rodolfo Bafliser, profesor de Hebreo en Basilea; Margarita, (1706-1707); Juan II, (nacido el 18 de mayo de 1710, profesor de elocuencia y despues de matemática en Basilea; murió el 17 de julio de 1790); Jacobo, (1712-1769; se dedicó a los negocios y fué músico distinguido) y Manuel (1721-1761), tambien fué comerciante y protector de las bellas artes.

Cuando falleció Juan I, en Basilea, el 1.º de enero de 1748, sus amigos y discípulos, que lo consideraban como un nuevo Arquimedes, hubieron podido suscribir — excepto, quizá el segundo verso — los conocidos elogios a él dedicados màs tarde por Voltaire:

«Son esprit vit la verité
Et son coeur connut la justice
Il a fait l'honneur de la Suisse
Et celui de l'humanité».

Les géométries de figures orientées

par **Paul Belgodère,** (Attaché de Recherches C. N. R. S.)

Résumé:

Lorsqu'un groupe de transformations n'est pas connexe, on peut orienter certaines figures, en les distinguant de figures analogues, inaccessibles par continuité. Dans des cas usueles, le choix d'une orientation possible peut s'obtenir par l'introduction d'un paramètre surabondant, lié par une relation quadratique aux paramètres anciens, les éléments singuliers (non susceptibles d'orientation) jouent alors un rôle fondamental dans le dédoublement obtenu. De même, on peut, dans certains cas, associer conventionnellement dans éléments imaginaires à des figures réelles orientées. Les représentations impropres (non biunivoques) peuvent être considérées comme des orientations.

Les géométries des figures erientées

En Géométrie élementaire, l'idée d'orientation est en général liée aux choix d'un sens de parcours sur une ligne. et d'un sens de rotation autour d'un point ou d'un axe dans le plan ou l'espace.

En Géométrie analytique, où l'on a en particulier à manipuler des éléments complexes, ces notions deviennent insuffisantes et doivent être remplacées, dans chaque cas, par une définition précise.

Deux problèmes se posent, en quelque sorte inverses l'un de l'autre, selon que l'on cherche à définir si une figure complètement donnée peut être considérée comme« *orientée*» par rapport à l'ensemble des figures analogues, ou si une figure connue peut servir de support à un ensemble discret de figures nouvelles.

Signature

Le premier problème cherche à décomposer un ensemble de figures analogues en classes partielles, à l'intérieur desquelles les figures considérées peuvent se déduire l'une de l'autre *par continuité*, sans rencontrer de dégénérescence, par les opérations d'un groupe déterminé.

Si cette décomposition est possible, on peut attribuer à chaque figure non dégénérée une *signature* (généralement le signe + ou —) indiquant à quelle classe de l'ensemble total elle appartient.

Exemples:

— Sens d'un segment non nul (groupe affine de la droite).

— Segments enchevêtrés ou non, non adjacents (groupe projectif de la droite).

— Trièdres positifs et négatifs, non aplatis (groupe affine de l'espace).

— Sens de parcours d'un cercle de rayon non nul (groupe métrique du plan).

— Nombre de carrés positifs et négatifs dans l'équation d'une quadrique sans point double (groupe projectif de l'espace).

— Nature elliptique ou hyperbolique (à points limits ou à points de base) d'un faisceau de cercles non tangents (groupe anallagmatique du plan).

Cette décomposition est ici essentiellement liée à un domaine de réalité, et l'on peut passer d'une figure à une figure analogue de signature opposée, sans rencontrer de singularité, à condition de passer