fonction continue prend deux valeurs différentes $y_1=f(x_1)$ et $y_2=f(x_2)$ $(x_1<x_2)$, alors elle prend toutes les valeurs comprises entre y_1 et y_2 dans l'intervalle $x_1<x<x_2$. Par exemple la fonction $y=\sin x$, dont nous avons signalé la continuité, est égale à 0 pour $x=0$ et à 1 pour $x=\pi/2$, on peut donc être sûr qu'elle prenda toutes les valeurs comprises entre 0 et 1 dans l'intervalle $0<x<\pi/2$.

Une fontion sera dite *convexe* si une corde quelconque de son graphique laisse l'arc entre ses deux extrémités au-dessous d'elle (fig. 3.). Remarquons

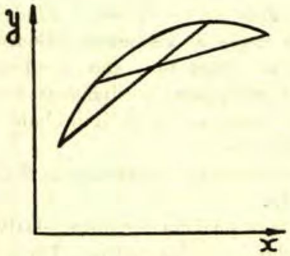

Fig. 5

qu'au delà des extrémités de la corde, la courbe est située au-dessus de la droite qui porte la corde. Nous dirons qu'une fonction est *convexe au sens large* si son graphique est constitué d'arcs convexes et de segments de droite (fig. 4.). Dans ce cas un arc de la courbe peut aussi coïncider avec la corde.

Une fonction sera dite *concave* si une corde quelconque de son graphique laisse au-dessus d'elle l'arc qu'elle soustend (fig. 5). On dèfinit la *concavité au sens large* d'une façon analogue à celle de la convexité au sens large.

Problème 3. Si la fonction $y=f(x)$ est convexe, alors la fonction $y=-f(x)$ est concave, et réciproquement.

Problème 4. Faisons le dessin des fonctions suivantes et déterminons à partir *de la figure* pour quelles valeurs de x sont-elles convexes ou concaves:

$$y=x^2,\ y=x^3,\ y=\sqrt[3]{x^2},\ y=\sqrt{x^3},\ y=1/x,\ y=1/x^3,$$
$$y=1/\sqrt{x^3},\ y=+\sqrt{x},\ y=-\sqrt{x},\ y=2^x,\ y=10^x,$$
$$y=\log x,\ y=\sin x,\ y=\operatorname{tg} x$$

(au points $x=\pm\pi/2, \pm 3\pi/2, \cdots$ cette dernière fonction ne sera pas continue !)

Problème 5. Quelle particularité ont-elles les fonctions de la forme $y=ax+b$ (a, b quelconques) au point de vue de la concavité et de la convexité ?

(Continua)

Teoremas recíprocos nos casos de igualdade de triedos

por *Maria Teodora*

A reciprocidade em geometria tem maior extensão do que à primeira vista poderá parecer.

Os compêndios de geometria elementar, nacionais e estrangeiros que conheço e alguns deles da autoria de nomes notáveis na Metodologia e no domínio da

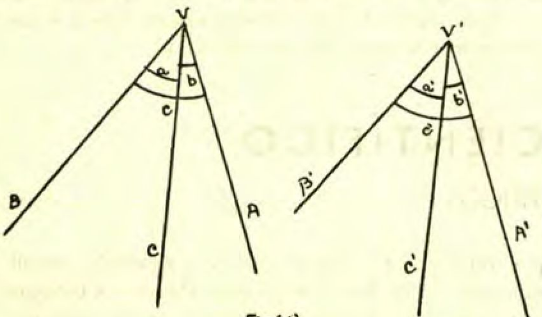

Fig (1)

investigação Matemática não põem em evidência essa extensão e generalidade.

Como se sabe, dado um teorema em que a hipótese e a tese são decomponíveis em hipóteses e teses parciais, se permutarmos, total ou parcialmente, as condições de relação da hipótese com as teses parciais, obtemos teoremas, verdadeiros ou falsos que se chamam teoremas recíprocos do teorema proposto.

Apliquemos esta doutrina ao teorema seguinte da igualdade de triedros: — Se dois triedros têm as faces iguais, cada uma a cada uma, e semelhantemente dispostos, esses triedros são iguais.

Sejam, a, b, c e a', b', c' as faces dos triedros; e $\widehat{VA}, \widehat{VB}, \widehat{VC}$; $\widehat{V'A'}, \widehat{V'B'}, \widehat{V'C'}$, os rectilíneos dos diedros correspondentes.

$$H: \left| \begin{array}{ll} a=a' & (H_1) \\ b=b' & (H_2) \\ c=c' & (H_3) \end{array} \right.$$

e semelhantemente dispostas

$$T: \left| \begin{array}{ll} \widehat{VA}=\widehat{V'A'} & (T_1) \\ \widehat{VB}=\widehat{V'B'} & (T_2) \\ \widehat{VC}=\widehat{V'C'} & (T_3) \end{array} \right.$$

Os teoremas recíprocos verdadeiros, são obtidos da seguinte maneira :

1) Por permuta de (H_3) com (T_3).

$$H: \left| \begin{array}{ll} a = a' & (H_1) \\ b = b' & (H_2) \\ \widehat{VC} = \widehat{V'C'} & (T_3) \end{array} \right.$$

e semelhantemente dispostos

$$T: \left| \begin{array}{ll} c = c' & (H_3) \\ \widehat{VA} = \widehat{V'A'} & (T_1) \\ \widehat{VB} = \widehat{V'B'} & (T_2) \end{array} \right.$$

donde o teorema:

Se dois triedros têm um diedro igual, compreendido por faces iguais, cada um a cada um, e semelhantemente dispostos, então são iguais.

2) Por permuta de (H_2) e (H_3) com (T_2) e (T_3).

$$H: \left| \begin{array}{ll} a = a' & (H_1) \\ \widehat{VB} = \widehat{V'B'} & (T_2) \\ \widehat{VC} = \widehat{V'C'} & (T_3) \end{array} \right.$$

e semelhantemente dispostos

$$T: \left| \begin{array}{ll} b = b' & (H_2) \\ c = c' & (H_3) \\ \widehat{VA} = \widehat{V'A'} & (T_1) \end{array} \right.$$

Logo o teorema:

Se dois triedros têm uma face igual e os diedros adjacentes a essa face iguais, cada um a cada um, e semelhantemente dispostos, então são iguais.

3) Por permuta de (H_1), (H_2) e (H_3) com (T_1), (T_2) e (T_3).

$$H: \left| \begin{array}{ll} \widehat{VA} = \widehat{V'A'} & (T_1) \\ \widehat{VB} = \widehat{V'B'} & (T_2) \\ \widehat{VC} = \widehat{V'C'} & (T_3) \end{array} \right.$$

e semelhantemente dispostos

$$T: \left| \begin{array}{ll} a = a' & (H_1) \\ b = b' & (H_2) \\ c = c' & (H_3) \end{array} \right.$$

tem lugar o teorema:

Se dois triedros têm os diedros iguais cada um a cada um e semelhantemente dispostos, então são iguais.

Se considerarmos inicialmente qualquer dos teoremas correspondentes a um dos casos de igualdade de triedros, os outros teoremas de igualdade de triedros poderiam ser considerados recíprocos desse.

Devemos notar que a partir do teorema proposto se poderiam obter 19 teoremas recíprocos, isto é:

$$3 \times {}^3C_2 + 3 \times {}^3C_1 + {}^3C_3 = 19.$$

Destes teoremas apenas 7 são verdadeiros. Os 12 restantes, não tendo os elementos (diedros ou faces) semelhantemente dispostos, são recíprocos falsos. Dos 7 teoremas recíprocos verdadeiros, 3 deles correspondem a um mesmo caso de igualdade de triedros, outros 3 a outro caso.

O último é aquele que permuta as 3 faces com os 3 ângulos diedros.

Estudo análogo poderia ser feito relativamente aos casos de igualdade de tetraedros: Dado um dos casos de igualdade de tetraedros, os outros casos podem ser considerados teoremas recíprocos do caso considerado como primeiro.

Análogamente para os casos de semelhança de tetraedros, isto é, dado um caso de semelhança de tetraedros, os outros casos podem ser considerados teoremas recíprocos do teorema correspondente ao caso considerado.

Ainda para os casos de igualdade de triângulos. considerado um caso de igualdade de triângulos, os outros casos podem ser considerados, como teoremas recíprocos do teorema que corresponde ao caso que se considerou.

Também, na semelhança de triângulos, estabelecido um dos casos de semelhança, os outros casos podem ser considerados teoremas recíprocos do teorema que corresponde ao caso que se considerou.

MOVIMENTO CIENTÍFICO

FILMES CIENTÍFICOS

Na noite de 28 de Fevereiro de 1949 realizou-se no Grande Anfiteatro da Sorbonne, promovida pela «União Nacional dos Intelectuais» e pela «Associação dos Trabalhadores Científicos», a primeira sessão de filmes científicos com o fim de apresentar algumas das investigações realizadas em diversos domínios da Ciência e como meio de propaganda a favor da investigação científica e dos novos métodos de ensino, de que, infelizmente, não se ocupa a chamada grande imprensa. Além dum filme de Jean Painlevé e Georges Rouquier sobre Pasteur, e de outros sobre microorganismos, reanimação do organismo, protuberâncias solares, etc., destacaremos, pelo interesse, — e para alguns novidade — o filme intitulado Famílias de rectas e de parábolas» de M. Cantagrel, cedido pelo Museu Pedagógico de Paris.