S. Pincherle e U. Amaldi — *Le operazioni distributive e le loro applicazioni all'Analisi*, Bologna, 1901.

O. Heaviside — *Electromagnetic theory*, London, 1922.

G. Giorgi — *Nuove osservazioni sulle funzioni di matrici*, Rendiconti Acc. Lincei, Roma, Luglio, 1928.

J. R. Carson — *Electric circuit theory and the operational calculus*, New York, 1929.

P. Humbert — *Le calcul symbolique*, Paris, 1934.

R. Courant und D. Hilbert — *Methoden des Mathematischen Physik.* Bd. II, Berlin, 1937.

G. Doetsch — *Theorie und Anwendung der Laplace Transformation*, Berlin, 1937 (reeditado em 1943 pela empresa *Dover publications*, New York).

H. Schwerdtfeger — *Les fonctions de matrices*, Hermann, Paris, 1938.

L. Fantappiè 1) — *Integrazione con quadrature dei sistemi a derivate parziali*, ecc. Rendiconti del Cir. Mat. Pal., 1933.

2) *Sulla soluzione del problema di* Cauchy, ecc., Comm. Pontificia Acc. Scient. 1939.

3) *Risoluzione in termini finiti del problema di* Cauchy *con dati iniziali su una superficie qualunque,* Rend. Acc. Italia, 1941.

K. W. Wagner — *Operatorenrechnung nebst Anwendungen in Physik und Technik,* Leipzig, 1940.

H. Ertel — *Elemente des Operatorenrechung*, Berlin, 1940.

H. S. Carslaw and J. C. Jaeger — *Operational methods in applied mathematics*, Oxford, 1941.

K. Fan — *Exposé sur le calcul symbolique de Heaviside*, Revue scientifique, 1942.

E. R. Lorch — 1) *The spectrum of linear transformations*, Trans. Amer. Math. Soc., Sept. 1942.

2) *The theory of analytic functions in normed abelian vector rings*, Trans. Amer. Math. Soc., Nov. 1943.

N. Dunford — *Spectral theory*, Trans. Amer. Math. Soc., Sept. 1943.

A. Ghizzetti — *Calcolo simbolico (La trasformazions di Laplace e il calcolo simbolico degli elettrotecnici)* Zanichelli, Bologna, 1943.

Muitas destas obras referem-se exclusivamente ao método baseado no uso da transformação de Laplace. Entre estas é particularmente notável o tratado de Doetsch.

Errata: No artigo do número precedente, pág. 8, 1.ª coluna, linhas 2 e 3 (a partir do título), deve substituir-se Φ por Ψ e Ψ por Φ.

No artigo do número 31, pág. 3, 2.ª coluna, linha 17, deve substituir-se «reais» por «positivos».

A propósito de uma nota

por **José Sebastião e Silva**

Na nota que publiquei no último número da *Gazeta de Matemática* como comentário ao artigo sobre a máquina calculadora electrónica, fui levado, por excesso de vigor na defesa dum ponto de vista, a fazer afirmações demasiado esquemáticas, que não traduzem exactamente a minha maneira de pensar sobre o assunto, e que vou procurar agora corrigir, para que não dêem origem a interpretações erradas.

Primeiro que tudo, convém precisar que a fase dos *belos* teoremas, das *belas* propriedades, etc. a que nessa nota me referia, não se estende pròpriamente a todo o século passado, nem dele é exclusiva. Por outro lado, eu não queria de nenhum modo dar a entender que essa fase tivesse sido pouco fecunda. A verdade é que poucos períodos da história da matemática se podem comparar a esse, em abundância e em variedade de produção. Simplesmente — e é sobre este ponto que eu desejo insistir — uma análise mais profunda dos factos levaria a concluir que as premissas para tão frutuosa actividade tinham sido criadas anteriormente, a partir de questões concretas, mais ou menos ligadas a fins práticos. Qualquer coisa de semelhante ao que se verificou no período helénico, que me serviu de termo de comparação — em que, renegando platònicamente a sua origem humilde como «arte de medir terrenos», a geometria se lançou nos etéreos espaços da especulação pura. E quem é que não reconhece a importância da obra então realizada? Todos nós sabemos que a ciencia moderna é, na sua estrutura racionalista, um produto do génio grego. Todavia nós devemos pensar que, se porventura, há cinco mil anos, o homem não tivesse tido necessidade de talhar e medir terrenos nas margens do Nilo, talvez os filósofos gregos não tivessem encontrado matéria para as suas magníficas especulações. O certo é que, esgotada a seiva que lhe dera vida, a geometria de Pitagoras e de Euclides acabou por se estiolar no seco abstractismo medieval; e foi preciso esperar pelo aparecimento da álgebra — forma evoluída daquela «grosseira» arte de contar, própria de comerciantes e de mesteirais — para que a geometria pudesse ressurgir, sob novos aspectos e com novas energias.

Mas tambem não devemos encarar a evolução da ciência com espírito unilateral. É indiscutível que, recìprocamente, sem o trabalho do cientista puro, mesmo guiado por ideais platónicos, os progressos da técnica teriam sido impossíveis.

Entre duas tendências opostas oscila o pensamento através dos séculos — tendências que na idade média se chamaram *realismo* e *nominalismo*, e noutras épocas se chamam *racionalismo* e *empirismo*. No decurso da história, ora é uma, ora é a outra destas atitudes que predomina. Aquela fase da matemática a que eu então me referia, corresponde, de certo modo, ao período áureo do racionalismo científico, que encontrou a sua melhor definição nas célebres palavras de LAPLACE sobre a possibilidade de prever o futuro e de reconstituir o passado, a partir do conhecimento do «estado actual do universo». Hoje, porém, nós atravessamos, na história da ciência, uma zona de viragem, que se prolonga já desde o fim do século passado: os esquemas clássicos tiveram de ser abandonados, novos modelos estão a ser propostas para interpretar os dados da experiência [1]. No início do seu famoso livro sobre as funções de linha, VITO VOLTERRA cita uma curiosa interrogação feita por POINCARÉ ao abordar o estudo da questão dos quanta: «Les lois physiques ne seront-elles plus susceptibles d'être exprimées par des équations différentielles ?». No mesmo livro, VOLTERRA refere-se aos fenómenos em que *a memória do passado se conserva e em que portanto o presente dependerá de toda a história, de modo que, sendo o tempo contínuo, o presente dependerá duma infinidade de elementos ou de variáveis que são as que individualizam os factos passados*; e introduz, para o estudo desses fenómenos, as equações por ele chamadas *integro-diferenciais*, às quais por sua vez aplica o conceito de *função de linha*.

[1] Vem a propósito citar que, ainda há pouco tempo, se tratou nos Estados Unidos da constituição de um grupo de insignes matemáticos com o objectivo de estudar os problemas postos pelas novas descobertas sôbre a energia atómica.

A fundação da análise funcional, depois ampliada em análise geral, marca o início duma nova era em matemática. O que há de particularmente curioso em em tudo isto é que, para resolver questões concretas, seja necessário subir cada vez mais em abstracção. E é precisamente este elevado grau de abstracção que desorienta o leigo, fazendo-o crer que se trata dum afastamento da realidade. De resto, a análise geral é precedida e acompanhada duma intensa actividade crítica e de profundas investigações no campo da lógica pura, as quais, se não constituem pròpriamente actividade criadora, são hoje no entanto condição *sine qua non* para que se possa criar alguma coisa de sólido e de potente. É claro que, sendo assim tão elevado o grau de abstracção, mais do que nunca se torna necessário não perder de vista os problemas concretos que deram origem aos conceitos abstractos, de contrário ir-se-à cair fàcilmente na pura fantasia.

O sentimento estético será ainda e sempre um poderoso guia da investigação; e uma das principais preocupações do professor deve ser, precisamente, a de estimular nos seus alunos esse sentimento, fazendo-os aperceberem-se da *beleza* de certas proposições e da *elegancia* de certos raciocínios. Mas tal não basta ou melhor: *tal é uma condição necessária, mas não suficiente, para que o ensino resulte eficaz.*

Porque a matemática não é apenas a «música da razão»...

PEDAGOGIA

UM METODO ACTIVO NO ENSINO DA GEOMETRIA INTUITIVA [1]

por ***Emma Castelnuovo***

. . . .

A geometria nasceu como ciência experimental, de um ponto de vista prático: da medida dos terrenos; nós sabemo-lo, dizemo-lo até aos rapazes no princípio do curso, mas depois apresentamos a matéria às avessas, relegando o assunto da equivalência, que deveria ser o primeiro capítulo, para último capítulo do último ano de geometria plana. Por outro lado, dedicamos o primeiro capítulo, como introdução do curso, ao estudo dos segmentos e dos ângulos, dando logo as definições destes conceitos; nos melhores textos de geometria intuitiva não falta sequer uma bela colecção de exercícios sobre estas primeiras noções, mas, se tais exercícios servem para mostrar a utilidade prática dos conceitos que foram definidos, êles não possuem por outro lado a virtude de facilitar a aquisição efectiva desses conceitos. Em resumo, visto que as definições precedem a prática, o aluno deve primeiro fazer o

[1] Extracto dum artigo, com o mesmo título, publicado no *Periodico di Matematiche*, Dez. 1946, série IV, vol. XXIV, n.º 3, pág. 129-140. Este artigo reproduz uma conferência feita pela A. no Istituto Romano di Cultura Matematica em 30 de Março de 1946.