MOVIMENTO CIENTÍFICO

MOVIMENTO MATEMÁTICO EM BARCELONA

Notícia enviada pelo nosso colaborador Prof. Francisco Sanvisens

En el transcurso del año escolar de 1945 a 1946 las actividades del Seminario Matemático de la Universidad de Barcelona, vinculado con el Instituto «Jorge Juan» de Matemáticas del Consejo Superior de Investigaciones Científicas, han sido las siguientes:

Cursos monográficos. Por el personal docente de dicho Seminario han sido desarrollados los siguientes cursos monográficos:

«Familias normales de funciones analíticas» por el Dr. D. José Maria Orts. «El movimiento y la figura de los cuerpos celestes» por el Dr. D Francisco Sanvisens. «Geometría diferencial y de los espacios» por el Dr. D. Juan Auge. «Introduccion matemática a la Mecánica cuántica» por el Dr. D. Francisco Sanvisens, y «Teoría de la medida» por el Dr. D. Enrique Linés, catedratico de Analisis Matemático últimamente destinado a Barcelona, nuevo y valioso colaborador del Seminario Matemático.

Cursillos de conferencias. En dos cursillos de conferencias organizados por el Seminario Matemático han venido a explicar los prestigiosos Profesores de la Universidad de Madrid, D. Francisco Navarro Borrás y D. Tomas Rodríguez Bachiller, sobre «Los métodos matemáticos de la Mecánica clásica y de la nueva Mecánica» el primero, y sobre «Grupos topológicos» el segundo, exponiendo ambos el estado actual de tales problemas e indicando temas de posible e interesante investigación.

Colaboración extranjera. El Profesor del Instituto de Alta Matemática de Roma, Luigi Fantappie, que ya en el año de 1942 había estado en Barcelona, ha pasado un largo periodo en esta capital desarrollando un cursillo y habiendo trabajado con algunos jóvenes Profesores sobre cuestiones de Funcionales analiticos y sus aplicaciones a la resolución de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales y a la Mecánica cuántica.

Tesis doctorales. Dirigida y apadrinada por e Dr. D. José M.ª Orts, Director del Instituto «Jorge Juan» de Matemáticas y del Seminario Matemático, ha desarrolado D. Francisco Sales Vallés una interesante Memoria titulada: «Contribución al estudio de una ley de probabilidad» (1ª ley de errores de Laplace), que ha sido presentada como tesis para aspirar al Grado de Doctor en Ciências Matemáticas, habiendo sido calificada de Sobresaliente. En dicho trabajo se estudia la ley de probabilidades cuya función de distribución es $\delta e^{-2\delta|x|}$, hallándose los polinomios ortogonales respecto a esta función en el intervalo $(-\infty, +\infty)$, los cuales son una extensión de los polinomios de Laguerre; se establecen las condiciones necesarias y suficientes para la validez del desarrollo de una función en serie de estos polinomios, apoyándose en un teorema que relaciona el radio de convergencia de la función característica de una función de distribución con el comportamiento de la misma en el infinito. Se da un método para hallar la ley de probabilidad de una variable aleatoria suma de otras que siguen la 1ª ley de Laplace, tanto en el caso de un número finito como de un número infinito numerable analizando también otras leyes de probabilidad que resultan de combinar la 1ª ley de Laplace con la ley de Gauss, estableciéndose métodos para su aplicación a los problemas de ajuste, dandose algunos ejemplos. Finalmente se hallan hipotesis suficientes para poder considerar la 1ª ley de Laplace como ley de distribución de errores de observación.

En notas adicionales se estudia una extensión de la estabilidad aplicada a la 1ª ley de Laplace y se inicia el estudio de la generalización a dos variables que siguen esta misma ley.

MATEMÁTICAS ELEMENTARES

Pontos saídos em exames do Curso Complementar de Ciencias dos Liceus em 1946.

2400 — Resolva o seguinte problema: «Um indivíduo ao ler as horas num relógio, trocou o número de horas com o número de minutos e reciprocamente. Passados 52 minutos verificou o seu êrro, porque, nesse instante, a hora marcada pelo relógio era exactamente metade daquela que seria se a sua primeira leitura estivesse certa. Que horas eram quando da primeira leitura?» R: *Se for* x *o número de horas e* y *o de minutos da primeira leitura (errada) será* $60x+y=2\cdot(60y+x+52)$ *equação que admite as solu-*

ções inteiras e positivas menores que 60, $x=10$, $y=4$. *Logo eram* 4 h. 10 m.

2401 — Determine K de modo que a desigualdade $(Kx^2-Kx+K-1):(x^2-x+6)>1$ seja verificada qualquer que seja o valor real atribuido a x. R: *O denominador da fracção do primeiro membro tem raizes complexas e por isso é sempre positivo para valores reais de* x. *Então a desigualdade proposta é equivalente a* $[(K-1)x^2-(K-1)x+K-7]:(x^2-x+6)>0$ *e terá que ser o numerador sempre positivo para qualquer valor real de* x *o que implica que seja* $K-1>0$ *com* $(K-1)^2-4(K-1)(K-7)<0$ *sistema que só admite as soluções* $K>9$.

2402 — Quantos números pares, de 4 algarismos, maiores que 2.000, se podem formar com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 7 sem repetição dos algarismos? R: *O número é dado por:* $3\times3\times{}^5C_2=90$.

2403 — Na determinação do máximo divisor comum de dois inteiros a e b, pelo processo das divisões sucessivas, obtiveram-se os seguintes cocientes 2, 1, 1, 3, 4 e para máximo divisor comum de a e b 45. Determine a e b. R: *Então será:* $a=b.2+r_1$; $b=r_1+r_2$; $r_1=r_2+r_3$; $r_2=3r_3+45$ *e* $r_3=4.45$, *donde se obtém* $a=3465$ e $b=1350$.

2404 — Demonstre que: «Se a fracção a/b é igual à fracção p/q onde p e q são primos entre si, então a e b são equimúltiplos de p e q.» R: *Como* $a/b=p/q$ *será* $aq=bp$; *como* p *divide* aq *e é primo com* q *então divide* a *isto é* $a=pr$ *o que substituido na igualdade anterior dá* $b=qr$, *c. q. d.*

2405 — Considere a demonstração do seguinte teorema: «Num triângulo rectângulo, o segmento que une o vértice do ângulo recto com o meio da hipotenusa é igual a metade da hipotenusa.» *Dem.* «Como o triângulo é rectângulo, pode inscrever-se numa circunferência cujo diâmetro é a hipotenusa. Logo o ponto médio da hipotenusa é o centro da circunferência, e o segmento que une o vértice do ângulo recto com o meio da hipotenusa é um raio e por isso igual a metade da hipotenusa». Que método se usou na demonstração? Faça a demonstração por outro método.

2406 — Resolva e discuta a equação:

$$(x+2):(x+a)=(x-2):(x-2a).$$

2407 — Na equação $(2K+2)x^4-(3K+1)x^2+3K+1=0$ determine K de modo que todas as raizes sejam reais. R: $-7/5\le K\le-1$ *e* $K=-1/3$.

2408 — Determine o termo em $1/x^2$ no desenvolvimento de $(\sqrt{x}-2/\sqrt{x})^8$. R: $4.{}^8C_2.1/x^2=112.1/x^2$.

2409 — Duas fracções diferentes são tais que o denominador de qualquer delas é igual a cinco vezes o numerador da outra; e a soma das duas fracções é o quíntuplo da menor. Determine duas fracções que verificam o enunciado. Quantas soluções tem o problema? R: 2/5 *e* 1/10. *Uma infinidade de soluções. Se forem* p/q *e* a/b *as fracções terá que ser* $p=2a$; $q=5a$ *e* $b=10a$.

2410 — Demonstre que: «Se o inteiro a divide o produto dos inteiros b e c e é primo com b, então a divide c».

2411 — Sabendo circunscrever uma circunferência a um rectângulo, e que duas circunferências são figuras semelhantes, diga como resolveria, fazendo um esquema, o seguinte problema: «Inscrever numa circunferência um rectângulo semelhante a um rectângulo dado». Que método ou métodos empregou na resolução do problema? Em que consistem?

Soluções dos n.os 2400 a 2411 de José D. da Silva Paulo.

F. C. C. — Exame de admissão ao estágio — 8.º grupo — 1946-47.

I — Algebra e Geometria Analítica

2412 — Determinar os valores de m e n para os quais a fracção $\dfrac{x^2+mx+n}{x-1}$ não tem valores no intervalo (3, 7).

Obs.: Resolva a questão elementarmente e aplique os conhecimentos de cálculo infinitesimal para verificar a exactidão dos resultados.

2413 — Escrever a equação simplificada do lugar geométrico dos centros das circunferências, que passam por um ponto dado e são tangentes a um circunferência dada. Discussão do problema.

II — Trigonometria e Geometria Analítica

2414 — Considere um triângulo rectângulo girando em torno de um dos seus catetos e seja V o volume do cone gerado por este movimento. Considere agora o triângulo girando em torno do outro cateto e seja o volume do cone agora gerado n vezes maior do que o do primeiro. Determine em função dos dados a hipotenusa e os ângulos agudos do triângulo. Aplicação para $V=1$ m³ e $n=2$.

2415 — Considere um ângulo XOY e seja A um ponto do corpo do angulo. Conduza por A as perpendiculares $\overline{AB}$ a $\overline{OY}$ e $\overline{AC}$ a $\overline{OX}$. Una o ponto médio de $\overline{OA}$ com o ponto médio de $\overline{BC}$. Demonstre que a recta determinada por estes pontos médios é perpendicular a $\overline{BC}$.

III — História das Matemáticas

— História e importância do problema da resolução algébrica das equações. Evaristo Galois.

IV — Física e Química

— Calor e temperatura. Termómetro.

Prova Oral de Matemáticas Superiores

Ponto n.º 1

— Representação de função por meio de série ∞

— Resolução numérica de equações.

— Modos de definir função de uma variável (séries, produtos infinitos, integrais, etc.).

— Princípios de Geometria Analítica (problemas métricos).

MATEMÁTICAS SUPERIORES

PONTOS DE EXAMES DE FREQUÊNCIA

ÁLGEBRA SUPERIOR — MATEMÁTICAS GERAIS

I. S. C. E. F. — 1.ª cadeira — 2.º exame de frequência ordinário — Junho de 1946.

2416 — Estude e represente geomètricamente a função $y=\dfrac{1}{1+e^{1-x}}$ e determine a aproximação com que deve tomar o número e para calcular o valor da função para $x=2$ com um erro inferior a 10^{-n} (n int.).

2417 — Determine a menos de 0,1 raizes reais da equação $2^x-x^2+2x+1=0$.

2418 — Calcule os 4 primeiros termos do desenvolvimento em série de potências da função $y=\dfrac{\cos x}{\cosh x}$.

I. S. C. E. F. — 1.ª cadeira — 2.º exame de frequência extraordinário — Junho de 1946.

2419 — Determinar no plano definido pelos 3 pontos $P_1(1,1,0)$, $P_2(0,2,1)$ e $P_3(2,0,1)$ um ponto equidistante de P_1, P_2 e P_3. R: *O ponto* $P(x,y,z)$ *pertence ao plano* $[P_1P_2P_3]$ *de equação* $x+y-2=0$ *e deve satisfazer às condições* $\overline{PP_1}=\overline{PP_2}=\overline{PP_3}$ *ou, o que é o mesmo,* $2x-2y-2z+3=0$ *e* $2x-2y+2z-3=0$. *Resolvendo o sistema formado por estas três equações obtém-se* $P(1,1,3/2)$.

2420 — Dada a função $y(x)=a+b/e^x+c/e^{2x}$ *a*) obter o seu desenvolvimento em série de potências. *b*) estudar o seu crescimento, as estacionaridades, a concavidade e as inflexões conforme os sinais possiveis das constantes reais a, b, e c. R: *a*) *Desenvolvendo em série de potências* e^{-x} *e* e^{-2x} *obtém-se* $y(x)=a+\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n(b+2^n.c)\,x^n/n!$. *b*) *A análise da 1.ª e 2.ª derivadas,* $y'=-e^{-x}(b+2c\,e^{-x})$ *e* $y''=e^{-x}(b+4c\,e^{-x})$, *permite concluir, independentemente de* a: 1) $b>0$, $c>0\to y'<0$ *e* $y''>0$, *qualquer que seja* x *real e, portanto,* y *monotónica decrescente com a concavidade voltada no sentido positivo do eixo* Oy; 2) $b<0$, $c<0\to y'>0$ *e* $y''<0$, *qualquer que seja* x *real e, portanto,* y *monotónica crescente com a concavidade voltada no sentido negativo do eixo* Oy; 3) $b.c<0\to y'>0$ *quando* $x>\log(-2c/b)$ *e* $y'<0$ *quando* $x<\log(-2c/b)$ *sendo* $P[\log(-2c/b), (4ac-b^2)/4c]$ *um ponto de mínimo. Ainda, nesta hipótese,* $y''>0$ *quando* $x<\log(-4c/b)$ *e* $y''<0$ *quando* $x>\log(-4c/b)$ *sendo* $Q[\log(-4c/b), (16ac-3b^3)/16c]$ *um ponto de inflexão.*

Soluções dos n.ºs 2419 e 2420 de O. Morbey Rodrigues.

CÁLCULO INFINITESIMAL

F. C. C. — Cálculo Infinitesimal — 2.º Exame de frequência, 1945-46.

2421 — Achar os extremos da função

$$f(x,y)=x\,y\,(x-y-1).$$

R: *As condições de primeira ordem verificam-se em* (0,0) *e* $(-1/3,-1/3)$; *mas como para ambos os pontos é* $s^2-rt>0$, *não há extremos.*

2422 — Determinar por integração o volume do toro gerado quando uma circunferência de raio 1 roda em torno duma recta do seu plano situado a uma distância 3 do centro da circunferência. R: $2\pi^2$.

Soluções dos n.ºs 2421 e 2422 de L. G. M. Albuquerque.

F. C. L. — Cálculo Infinitesimal — 2.º Exame de frequência — Maio de 1946.

2423 — *a)* Defina elementos tangente e normais a uma superfície num seu ponto ordinário e indique a