

## BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção

61 — LAPIERRE, ANDRÉ BLANC. — *Sur certaines fonctions aléatoires stationnaires. Application à l'étude des fluctuations dues à la structure électronique de l'électricité.* Masson et Cie, ed.—Paris, 1945.

La nouvelle branche d'Analyse Statistique qu'a faite découvrir le concept de *fonction aléatoire*, est sûrement appelée à recevoir de nombreuses applications dans toutes les sciences appliquées ou théoriques qui font usage de notions statistiques. La nécessité de ce concept se faisait tellement sentir dans les sciences expérimentales que ce sont des travaux expérimentaux dans des domaines aussi différents que «*la Turbulence des Fluides*» (G. I. Taylor) et que «*les fluctuations des courants électriques*» (Schottky, Courtines, Bernamont), qui ont les premiers employé, quoique sous une forme imparfaite et manquant de rigueur, les notions les plus essentielles du «*Calcul Aléatoire*».

M. Blanc-Lapierre a repris le problème physique des fluctuations de tension à la sortie d'un amplificateur soumis à une suite de chocs discrets, et lui a appliqué le schéma de la fonction aléatoire.

Après avoir montré que ce problème se ramenait à l'étude d'une fonction aléatoire stationnaire  $x(t)$ , continue, intégrable et dérivable (au sens de l'analyse aléatoire), — 1<sup>ère</sup> Partie — il se consacre principalement à la théorie des fonctions aléatoires stationnaires. Dans la 2<sup>e</sup> Partie il traite des propriétés *ergodiques* de ces fonctions, — le problème ergodique consistant à savoir dans quelle mesure les moyennes stochastiques peuvent être «estimées» par les moyennes temporelles —, ce qui l'amène à considérer une classe de fonctions aléatoires importante: celles dont le coefficient de corrélation est intégrable au sens de *Césaro* d'ordre 1. Nous ferons remarquer que ce problème ergodique n'est autre chose que le problème physique de *la diffusion*.

Dans la 3<sup>e</sup> Partie, l'auteur se préoccupe de l'influence de la «densité»  $\rho$  des chocs, dans le temps et du temps de réponse  $\tau$  de l'amplificateur. Il pose là en fait le problème primordial de l'adaptation des instruments de mesure à l'échelle des phénomènes étudiés, qui a été une des grandes préoccupations de l'École française de la Turbulence (Kampé de Fériet, Dedebant et Wehrlé). M. Blanc-Lapierre fait intervenir le paramètre  $(\rho\tau)$  et étudie la forme limite de la *fonction de corrélation* quand  $(\rho\tau) \rightarrow \infty$ . Ceci l'amène à parler des fonctions aléatoires stationnaires *laplaciennes* (4<sup>ème</sup> Partie), qui sont celles dont la fonction de distribution conjuguée (pour  $k$  valeurs de la variable indépendante)

est une *loi de Laplace* (nous dirions plutôt une loi de «*Gauss-Pearson*»). Dans cette même 4<sup>e</sup> Partie, il définit aussi «*les processus de Markoff*»: lorsque  $x(t_2)$  est indépendant en probabilité de  $x(t_1)$  pour  $t < t_1 < t_2$ , et il généralise cette notion à des *processus aléatoires à plusieurs fonctions*. Pour terminer il applique ce schéma à *l'effet de scintillation*, qui est un effet de fluctuation à une échelle plus grande que l'échelle électronique.

L'auteur conclut à la grande généralité, des méthodes du Calcul aléatoire et à la possibilité de nombreuses applications.

G. Dedebant

62 — PICONE MAURO e TORTORICI PAOLO — *Trattato di Matematiche Generali*, 1.<sup>o</sup> vol., Tumminelli, Città Universitaria-Roma, 1947.

«Que livro me aconselha para estudar Matemática?» É frequente ouvir esta pergunta a pessoas que, tendo perdido o contacto com a Matemática ou não tendo podido mesmo receber uma oportuna preparação nesta ciência, se encontram um dia na necessidade de utilizar noções matemáticas que esqueceram ou não tiveram ocasião de adquirir. Verifica-se este facto nos mais variados sectores da actividade técnica ou científica: engenharia, física, química, biologia, economia, finanças, etc.

O problema é delicado. Uma conveniente cultura matemática não se improvisa facilmente de um dia para o outro. Por outro lado, os livros dedicados a este género de estudiosos dificilmente correspondem ao fim que se propõem atingir: ou são demasiado elementares — e não fornecem ao leitor nem as noções de que ele carece nem a *formação matemática* que lhe seria indispensável para saber aplicar essas noções; ou procuram manter-se num nível mais elevado — e tornam-se então quase sempre inacessíveis.

Ora o presente Tratado de Matemáticas Gerais parece, neste campo, uma feliz realização, digna de ser acolhida com entusiasmo não só pela referida classe de estudiosos, mas ainda por todos os que se dedicam ao estudo e ao ensino da Matemática. O Prof. Mauro Picone é, há mais de vinte anos, Director do «Istituto per le Applicazioni del Calcolo» de Roma e a experiência ali adquirida em tão longo período de actividade torna-o particularmente habilitado a determinar os domínios da Matemática que convêm a este ou àquele ramo da Ciência ou da Técnica, e a indicar a melhor maneira de enfrentar as questões concretas que em tais domínios se costumam levantar.

Este primeiro volume não pressupõe no leitor outros conhecimentos além dos que normalmente se adquirem nos quatro ou cinco primeiros anos dos nossos liceus. Partindo de noções elementares de Álgebra e de Geometria analítica (cálculo combinatório, progressões, teoria dos determinantes e das equações lineares, Geometria analítica no plano e no espaço com um breve estudo das cônicas e das quádricas, trigonometria plana e teoria dos números complexos), eleva-se depois progressivamente aos métodos e às noções da Análise infinitesimal. Particularmente instrutivo e original o modo como são tratados os seguintes assuntos: teoria dos limites; métodos para o estudo do diagrama duma função e para a pesquisa dos máximos e mínimos das funções de uma ou mais variáveis (com aplicação à discussão da equação trinómia, ao método dos mínimos quadrados, etc.); cálculo das raízes reais de equações algébricas e transcendentés; desenvolvimentos em série de TAYLOR (com particular atenção ao cálculo numérico); *interpolação ou extrapolação mediante uma família de funções* (em particular, racional inteira); *cálculo numérico das sucessivas derivadas duma função dada unicamente por seus valores numéricos*; teoria da integração de funções duma variável, com as respectivas aplicações e com o cálculo de integrais clássicos; *métodos para o cálculo numérico de integrais definidos* (integração por série, por interpolação racional inteira: métodos de CÔTES, de BEZOUT, de CAVALIERI-SIMPSON, de GAUSS; aplicação ao cálculo numérico dos integrais elípticos de 1.ª, 2.ª e 3.ª espécies, do integral de GAUSS da teoria dos erros, do prémio a pagar na morte dum segurado, etc.); desenvolvimentos em série de FOURIER (com as noções de convergência pontual e de convergência em média, teorema de FÉJER, relações de BESSEL e de PARSEVAL, etc.); integração de funções de mais de uma variável; teoria das funções implícitas.

No prefácio, o Prof. Picone expõe ainda o plano do 2.º volume desta obra, actualmente em preparação.

Os assuntos a tratar serão, pouco mais ou menos, os seguintes: integração curvilínea, superficial e a três dimensões; estudo diferencial e integral dos campos vectoriais; elementos da teoria das funções analíticas de uma ou mais variáveis complexas; breve teoria das equações algébricas; teoria da aproximação linear das funções (desenvolvimentos em série por funções ortogonais: por polinómios de LEGENDRE, de LAGUERRE, de HERMITE); transformações de FOURIER e de LAPLACE; sistemas de equações integrais tipo VOLTERRA (lineares ou não) e integração dos sistemas de equações diferenciais ordinárias com dados iniciais das soluções; sistemas de equações integrais tipo FREDHOLM e integração dos sistemas de equações diferenciais ordinárias com dados das soluções nos extremos; método

operacional para a integração de sistemas de equações lineares a coeficientes constantes; problemas clássicos de integração de equações lineares às derivadas parciais da Física; elementos do Cálculo das Variações (problemas de máximo e de mínimo livres ou condicionados para integrais a uma ou mais dimensões, sistemas de equações diferenciais de EULER-LAGRANGE para as extremantes, etc.); elementos do cálculo das probabilidades e da teoria dos erros.

As perspectivas assim traçadas são de tal modo atraentes, que nos fazem aguardar com impaciência a publicação deste segundo volume.

J. Sebastião e Silva

**63 — AITKEN, A. C. — Determinants and Matrices** (4.ª edição, 1946, University Mathematical Texts, Oliver and Boyd, Edinburgh and London, 140 págs.).

Ensinar não é, propriamente, o objectivo deste livrinho: contém matéria geralmente conhecida exposta de um modo que não tende a provocar o estudo próprio, nem mesmo progressivos comentários. Também não é, precisamente, um livro de Matemática: trata-se de «a code and a calculus» de alguns capítulos da Álgebra linear, onde ficam por esclarecer as ideias fundamentais. Assim o livro, equilibrada e despretenciosamente escrito com a clareza compatível com o seu género (v. por ex., pág. 28, linhas 31 e 32 ou pág. 16, exercício 15), não responde suficientemente a questões tais como: *¿o que é uma matriz? ¿qual a medida do interesse da noção de determinante? mas trata das regras que usualmente se aplicam no cálculo de determinantes e nas operações entre matrizes; e dá, com exercícios simples, a cada passo, uma espécie de desenvolvido dicionário da terminologia relativa a matrizes, determinantes especiais e noções afins (alternante, continuante, Jacobiano, Hessiano, Wronskiano, etc., etc.). Os corpos iniciais são, implicitamente, o dos números reais ou o dos números complexos. Da matriz como representação duma transformação linear há pouco mais que uma citação inicial; ela é tratada como quadro de números. Parece-nos evidente que os inconvenientes deste procedimento são análogos aos que resultariam de reduzir os números racionais e suas propriedades algébricas, por exemplo, respectivamente à especial representação decimal e cálculo com decimais.*

Por outro lado o ponto de vista das aplicações fora da Matemática também não é decididamente tomado. Mas pode recomendar-se este volume a quem queira ter uma oportunidade de adquirir rapidamente um primeiro treino de cálculo com esse objectivo sem se interessar pelas ideias fundamentais, isto é, dum ponto de vista não matemático.

Hugo Ribeiro