PROBLEMAS

As resoluções de problemas propostos devem ser enviadas para a Redacção da «Gazeta de Matematica». Para facilitar a organização da secção, pedimos que cada resolução seja transcrita numa fôlha de papel, utilizada só de um lado (onde outros assuntos não sejam tratados), com a indicação do nome e da morada do autor.

Das resoluções recebidas de cada problema proposto publica-se a melhor ou uma das melhores e mencionam-se os autores de todas as resoluções correctas e só destas.

PROBLEMAS PROPOSTOS

2397 — Se os números complexos z_1, z_2, z_3 e z_4 são tais que $|z_1-z_2|=|z_2-z_3|=|z_3-z_4|=|z_4-z_1|$, então $z_1+z_3=z_2+z_4$ e $(z_1-z_3)/(z_2-z_4)$ é um imaginário puro.

2398—Mostre que é igual a 1 o determinante $|a_j^i|$, $(i,j=1,2,\cdots,n)$, assim definido: $a_1^i=a_j^1=1$ $(i,j=1,2,\cdots,n)$ e $a_j^i=a_j^{i-1}+a_{j-1}^i$, $(i,j=2,3,\cdots,n)$.

2399 — Mostre que $\sum\limits_{p=1}^{\infty}\lim\limits_{n\to\infty}\frac{p}{n}(n!)^{(p-1)/n}=\left(\frac{e-1}{e}\right)^2$.

Problemas n.^os^ 2397 a 2399 propostos por José Morgado J.^or^.

SOLUÇÕES RECEBIDAS

2338 — Se os comprimentos dos lados a, b e c de um triângulo plano estão em progressão aritmética, os ângulos $\hat{A}$ e $\hat{B}$ (opostos respectivamente a a e b) satisfazem à relação $\cos\hat{A}+\operatorname{sen}\hat{A}\operatorname{cotg}\hat{B}/2=2$. R: *Seja* P *o ponto de intersecção da bissetriz de* $\hat{B}$ *com* b. *Do triângulo* [ABP] *tira-se* $c=AP\cos\hat{A}+BP\cos\hat{B}/2$ *ou* $\cos A+(BP/AP)\cos\hat{B}/2=c/AP$. *Por outro lado é* $BP/AP=(\operatorname{sen}\hat{A})/(\operatorname{sen}\hat{B}/2)$ *e* $c/AP=a/CP=(c+a)/AC$. *Logo,* $\cos\hat{A}+\operatorname{sen}\hat{A}\operatorname{cotg}\hat{B}/2=(c+a)/b=(2a+2r)/(a+r)=2$, c. q. d.

2342 — Determinar todos os pares de inteiros cujo produto é igual ao quádruplo da sua soma. R: *Sejam* x *e* y *os dois inteiros; segundo o enunciado, é* $xy=4(x+y)$ *ou* $(x/4)\cdot y=x+y$. *Será* $x=4k$ (k *inteiro*) *e, consequentemente,* $y=4k/(k-1)$, *quere dizer,* $k-1$ *divide* 4, *pois não divide* k *e* y *é inteiro. Então* $k=-3,-1,0,2,3,5$ *e os pares de inteiros correspondentes são:* -12 *e* 3; -4 *e* 2; 0 *e* 0; 8 *e* 8; 12 *e* 6; 20 *e* 5.

Soluções n.^os^ 2338 e 2342 de José Machado Gil (Barquinha).

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção

57 — FRICK, Bertha M. — **The first Portuguese Arithmetic.** Separata do Vol. XI, 1945 de Scripta Mathematica.

Em separata do Vol. XI, 1945, de Scripta Mathematica, publicou Bertha M. Frick, uma desenvolvida notícia sobre a Primeira Aritmética Portuguesa, notícia, a que foi levada pelo conhecimento que teve da existência recente na Biblioteca da Universidade de Columbia do:

Tratado da pratica d'Arismetica composta & ordenada per Gaspar Nicolas, agora quarta vez impressa, & com muita diligença emmendada. Vendese em Lixboa em casa de Francisco Grapheo Liureiro. 1559.

e de nem esta nem qualquer das aritméticas portuguesas do seculo XVI, vir citada na *Rara Aritmetica* do professor David Eugene Smith nem na sua *Addenda* de 1939.

A esta aritmética faz referência Gomes Teixeira na História das Matemáticas em Portugal, dando a existência de um exemplar da primeira edição de 1519, na Biblioteca da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Um outro exemplar da 1.ª edição deve existir na Biblioteca da Casa de Braganca em Vila Viçosa, pois pertencia a D. Manuel II, e um exemplar da 3.ª edição, de 1541, existe na Biblioteca de Évora. Na Biblioteca Nacional de Lisboa só existe um exemplar da 10.ª edição de 1716, duzentos anos depois da data da 1.ª.

Esta Aritmetica tem bastante interesse por duas razões a primeira por que sendo escrita em português