l'espace les foyers réels A, A' du point B se correspondent par une rotation réelle. De même, lorsque la droite réelle de l'espace est située dans une plan fixe, les foyers réels A, A' du point B se correspondent par un retournement.

Exemples dans l'espace:

Citons maintenant quelques exemples de représentation réelle des éléments imaginaires de *l'espace:*

Dans le groupe anallagmatique, on peut considérer tout point complexe comme foyer d'un cercle réel, tracé sur le cône isotrope centré en ce point. La distinction entre le point initial et le point complexe conjugué permet d'orienter le cercle et d'en faire un *cycle*. Les points d'une isotrope sans point réel ont pour image les cycles d'une *congruence paratactique*. Les points d'une sphère ont pour image les cycles orthogonaux à cette sphère.

Dans le groupe linéaire, on peut attacher à chaque point complexe et à son conjugué le segment concentrique, homothétique dans le rapport i. On peut aussi leur associer leur milieu et le vecteur libre quotient par $2i$ de leur vecteur de jonction, ce qui revient à étudier séparément la partie réelle et la partie imáginaire. Une *courbe* complexe est alors représentée par une surface réelle, armée d'un champ de vecteurs, et la condition d'analyticité impose à la surface réelle d'être *imaginairement de translation*: ses génératrices imaginaires sont homothétiques de la courbe initiale; dans le cas général, les coordonnées x, y, z, des points réels de la surface représentative sont fonctions harmoniques de deux paramètres u, v; si la courbe initiale est de longueur nulle, on obtient ainsi la génération géométrique des *surfaces minima*.

Dans le groupe projectif, on obtient une représentation réelle des points d'une courbe complexe par les droites réelles qui rencontrent la courbe, ou par les droites réelles des plans osculateurs de cette courbe. Si, dans ce dernier cas, la courbe est de longueur nulle, on obtient une *congruence isotrope* de droites.

(Continua)

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

GODOFREDO GUILLERMO LEIBNIZ (1646-1716)

por ***J. Gallego-Diaz***

Lo que hoy se llama Análisis Infinitesimal tuvo su cuna en la mente genial de Leibniz. Él fué quien, por vez primera, pronunció la palabra función y es justo proclamar — apagados ya los ecos de la enconada controversia entre newtonianos y leibnizianos — que su maravillosa invención del cálculo infinitesimal fué enteramente independiente de la realizada por Newton cási simultáneamente.

La evolución iniciada por Descartes en la Matemática creando lo que Ampère bautizó mas tarde con el nombre de geometria analitica, fué seguida de otra no menos importante: el problema directo o de las tangentes y el inverso (cuadraturas y rectificaciones) eran resueltos con la máxima generalidad.

Si tuviéramos que reflejar en una fórmula la relación entre los griegos y los artifices del universo matemático diriamos que Descartes es a Apolonio lo que Leibniz es a Arquimedes.

Sin embargo, la trascendencia de los descubrimientos leibnizianos era tal que no debe sorprendernos el irónico comentario de Leibniz en carta dirigida a uno de sus amigos: «No he podido por menos de reir cuando he visto que ellos — el cartesiano Malebranche — consideran el álgebra (el álgebra de las cantidades finitas, se entiende) como la más grande y sublíme de todas las ciencias».

Pero la insaciable curiosidad espiritual de Leibniz no se dirigía solo al estudio de la matemática pura. La filosofía, la jurisprudencia, la história, la química, la física y la teologia recibieron el soplo impetuoso de su genio universal.

Su mas honda ambición se centraba en aquella «Vera Cabbala» «ars inveniendo y ars combinatoria» gracias a la cual ha sido posible desarrollar toda la labor crítica que sobre los fundamentos de la matemática se ha realizado en nuestro siglo.

Un español egregio, Raimundo Lubio, habia tenido el mismo sueño. El «arte lullica» fué quizà, para Leibniz, un valioso estímulo, no por superado menos digno de reconocimiento.

A pesar de su clara visión dialéctica necesitó varios años para pasar de la idea a los hechos y tal vez no se hubiera decidido a publicar sus descubrimientos en 1684, en la revista *Acta Eruditorum* por él fundada, si no hubiera sido porque uno de sus mejores y mas inteligentes amigos, Walter Ehrenfried, conde de Tschirnhaus, habia ya comenzado a publicar como propios los teoremas que confidencialmente le habia comunicado Leibniz.

La influencia que la obra de Leibniz tuvo en la posterior generación matemática ha ido creciendo hasta nuestros dias. Él fué el primero que empeló