los determinantes, demostró el teorema que lleva el nombre de Wilson, resolvió el famoso problema de la *braquistocrona* y otros de cálculo de variaciones; dió la fórmula de la potencia de los polinómios, generalizando la del binómio de Newton, y sembró en multitud de campos con tal profusión, que los frutos aún no acabaron de recojerse.

Los filósofos no matemáticos han deformado su obra hasta la caricatura; fenómeno éste, por lo demás tan frecuente como lamentable. En el siglo pasado, por ejemplo, Dühring, en su célebre «Curso de Filosofía» demostró hasta la saciedad que era totalmente impermeable su espiritu para la filosofía matemática leibniziana. Otro filósofo (?) Julian Manes dice, a propósito de Leibniz en su libro: «La filosofia del P. Gratry» — «En el infinitamente pequeño no hay cantidad. El infinito no es una cantidad muy grande ni el elemento infinitesimal es una cantidad muy pequeña; no es *pequeño,* sino *nulo*».

Quis neget, naturam instinctu solo, sine etiam ratiocinatione, docere geometriam?

La biografía de Leibniz es demasiado rica para que pueda resumirse en unas pocas lineas. Nació en Leipzig el 1.° de Julio de 1646 y murió em Hannover el 14 de Noviembre de 1716. Desde su infancia demostró sus extraordinarias dotes intelectuales que no fueron apreciadas en su ciudad natal. Se doctoró en Leyes, en Nuremberg. Escribió poesías de escaso valor y siguió los cursos de Matemática de Erhard Weigel, en la Universidad de Iena. Weigel era un tipo mediocre que no supo ver en Leibniz aptitud alguna para la Matemática. Luego, como diplomático, estuvo en Paris y Londres. Conoció a Huyghens, a quien reveló sus primeras emociones cuando consiguió demostrar, con estremecimientos de inefable embriaguez, totalmente incomprensible para el profano, que la suma de las raices cuadradas de dos complejas conjugadas era una cantidad real. Leibniz tuvo la suerte de no tener que dar clases de Matemática en Universidad o Instituto alguno. Mas tarde pasó al servicio de los Duques de Brunswick que le dejaron morir oscuramente, obligándole a la ímproba tarea de desentrañar su aristocrática selva genealógica.

Su glória, osculatriz a la de Newton, es mas universal que la de éste. Su espiritu fáustico era de naturaleza compleja e irracional; sólo asi era posible abarcar la estructura del universo; sólo asi era posible que su obra goce de esa actualidad que le está siempre reservada a quien realiza alguna revolución verdadera.

APLICAÇÕES DA MATEMÁTICA

FÍSICA TEÓRICA

QUELQUES PROPRIÉTÉS DES FONCTIONS D'ONDE COSMOLOGIQUES DES PARTICULES ÉLÉMENTAIRES

par ***António Gião***

Dans deux mémoires récents (1) sur la synthèse de la Relativité générale et de la mécanique ondulatoire j'ai montré que les équations $\Delta\Psi_{mn}=\alpha_n\Psi_{mn}$ et $\Delta_\omega\Phi_{mn}=\beta_n\Phi_{mn}$ (où Δ est le laplacien de la métrique interne $ds^2=g_{ik}dx^idx^k$ de l'espace-temps et Δ_ω le laplacien de la métrique externe $d\Omega^2=\omega_{ik}dx^idx^k$) ont un ensemble dénombrable de valeurs propres α_n, β_n et qu'à chaque α_n (ou β_n) correspondent *quatre* fonctions propres invariantes et non-arbitraires Ψ_{mn} et Φ_{mn} $(m=1,2,3,4)$, qui sont les *fonctions d'onde cosmologiques* des particules élémentaires de l'Univers. Les α_n et les β_n sont reliés comme suit aux masses propres m_n et aux charges électriques e_n des particules élémentaires:

$$m_n=\frac{2\pi c}{h}m_e^2\frac{1}{n^4\sqrt{\alpha_n}}\,; \quad e_n=\frac{e^2}{h}\sqrt{\frac{m_e}{\mathcal{A}}}\frac{1}{n^4\sqrt{\beta_n}}\,,$$

m_e et e désignant la masse au repos et la charge de l'électron, et $\mathcal{A}$ une constante numérique qui ne dépend que du nombre de nucléons (protons et neutrons) de l'Univers au début de sa phase en expansion. (Les électrons habituels correspondent à $n=1$ et pour $n>1$ on a une série de «*microélectrons*» qui n'ont pas encore été observés, mais qui pourront peut-être être isolés expérimentalement, au moins pour $n=2$, dans des phénomènes comme l'émission β continue des substances radioactives). Les Ψ_{mn} et les Φ_{mn} satisfont aussi aux équations suivantes du premier ordre:

$$\varepsilon_n^i\frac{\partial\Psi_{mn}}{\partial\rho}=-\sqrt{\alpha_n}\,\Psi_{mn}\,; \quad \varepsilon_{nq}^i\frac{\partial\Phi_{mn}}{\partial q^i}=-\sqrt{\beta_n}\,\Phi_{mn}\,,$$

dans lesquelles ρ et q sont des coordonnées géodésiques *locales* orthogonales en un point quelconque

(1) I) — «*Le problème cosmologique généralisé et la mécanique ondulatoire relativiste*» (Portugaliae Physica, vol. 2, fasc. 1, pag. 1-98, 1946).

II — «*Forces nucléaires, gravitation et électromagnétisme*» (Portugaliae Mathematica, vol. 5, fasc. 3, pag. 145-194, 1946).

Tableau des principales propriétés physiques des contenus de l'Univers déduites des fonctions d'onde cosmologiques

η	Fonctions d'onde	Tenseurs symétriques conservatifs du 2nd ordre	Tenseurs antisymétriques du 2nd ordre: sans dérivées des fonctions d'onde	Tenseurs antisymétriques du 2nd ordre: avec dérivées des fonctions d'onde	Vecteurs conservatifs d'espace-temps: sans dérivées des fonctions d'onde	Vecteurs conservatifs d'espace-temps: avec dérivées des fonctions d'onde	Tenseurs compl.t antisymétriques du 3ème ordre (vecteurs axiaux): conservatifs	Tenseurs compl.t antisymétriques du 3ème ordre (vecteurs axiaux): non-conservatifs	Pseudo-scalaires	Scalaires
$-i\varepsilon_0^4$	Ψ_{mn}	énergie-quantité de mouvement de la matière (tenseur d'Einstein)	moments gravifique et mésonique	partie non-lorentzienne des moments gravifique et mésonique	quantité de mouvement matérielle	0	source de la partie non-lorentzienne des moments gravifique	Spin matériel	Intensité des sources de spin matériel	Intensité de présence des corpuscules élémentaires de matière
	Φ_{mn}	énergie-quantité de mouvement de l'électricité	moments électrique et magnétique	partie non-lorentzienne des moments électrique et magnétique	quantité de mouvement électrique	0	source de la partie non-lorentzienne des moments électrique et magnétique	Spin électrique	Intensité des sources de spin électrique	Intensité de présence des corpuscules élémentaires d'électricité
I	Ψ_{mn}	énergie-quantité de mouvement matérielle de rayonnement	champ gravifique-mésonique	partie non-lorentzienne du champ gravifique-mésonique	quantité de mouvement matérielle de rayonnement	polarisation matérielle	«mésonisation»	0	0	0
	Φ_{mn}	énergie-quantité de mouvement électromagnétique de rayonnement (tenseur de Maxwell	champ électromagnétique	partie non-lorentzienne du champ électromagnétique	quantité de mouvement électrique de rayonnement	polarisation électrique	aimantation	0	0	0

$(ds^2=\Sigma(d\rho^i)^2;\ d\Omega^2=\Sigma(dq^i)^2)$. Les ε_n^i sont des matrices vecteurs définies par: $\varepsilon_n^i=\varepsilon_0^k\,\partial\rho^i/\partial\rho_n^k$; $\varepsilon_{nq}^i=\varepsilon_0^k\,\partial q^i/\partial q_n^k$, les ε_0^i étant quatre matrices de base à quatre lignes et quatre colonnes satisfaisant à $\varepsilon_0^i\varepsilon_0^k+\varepsilon_0^k\varepsilon_0^i=2\delta^{ik}$. En désignant par η une matrice constante et en posant: $\widetilde{\Psi}^+_{mn}\equiv i\Psi_{mn}\eta\varepsilon_0^4$; $\widetilde{\Phi}^+_{mn}\equiv i\Phi_{mn}\eta\varepsilon_0^4$, on a aussi:

$$\frac{\partial\widetilde{\Psi}^+_{mn}}{\partial\rho^i}\varepsilon_n^i=\sqrt{\alpha_n}\,\widetilde{\Psi}^+_{mn}\,;\quad \frac{\partial\widetilde{\Phi}^+_{mn}}{\partial q^i}\varepsilon_{nq}^i=\sqrt{\beta_n}\,\widetilde{\Phi}^+_{mn}.$$

Il faut considérer les deux spécifications non-arbitraires de η, à savoir: $\eta=-i\varepsilon_0^4$ et $\eta=I$. Toutes les quantités tensorielles, vectorielles et scalaires formées avec les Ψ_{mn} (ou les Φ_{mn}) quand $\eta=-i\varepsilon_0^4$ sont des propriétés des *fluides cosmologiques* de matière (et d'électricité), dont les «gouttes» sont les globules qui accompagnent les masses et charges ponctuelles de l'Univers; pour $\eta=I$ on a, par contre, les propriétés du *rayonnement* (gravifique-mésonique et électromagnétique). D'après les résultats des mémoires I et II, les propriétés de la matière ne dépendent que des Ψ_{mn} (et des g_{ik}) tandis que les propriétés de l'électricité ne dépendent que des Φ_{mn} (et des ω_{ik}). Le tableau ci-joint résume donc beaucoup de résultats.

Nous ne donnerons pas ici les expressions mathématiques et les relations mutuelles de ces quantités, et mentionnerons seulement les points suivants: 1.° — Le rayonnement est caractérisé par deux propriétés: *a)* les vecteurs de quantité de mouvement correspondants ont une longueur nulle; *b)* Les «traces» des tenseurs d'énergie-quantité de mouvement sont nulles aussi. 2.° — Les tenseurs symétriques conservatifs pour $\eta=-i\varepsilon_0^4$ sont égaux aux tenseurs T_{ik} et U_{ik} des équations $R_{ik}-\frac{1}{2}g_{ik}(R+\lambda_g)=\varkappa_g T_{ik}$ et $S_{ik}-\frac{1}{2}\omega_{ik}(S+\lambda_\omega)=$ $=\varkappa_\omega U_{ik}$ (cf. I et II) qui, complétées par les conditions de compatibilité de Gauss et de Codazzi pour une hypersurface d'un espace à $N+1$ dimensions, expriment la définition fondamentale d'«*être mathématique non-arbitraire*». D'après le principe de base de notre théorie cosmologique, *cet être est identique à l'Univers physique;* en d'autres termes: il y a correspondance biunivoque entre les propriétés révélées par l'analyse purement mathématique de l'être mathématique non-arbitraire et les propriétés physiques de l'Univers. Dans cette note nous avons précisément mis en évidence quelques uns des éléments de cette correspondance[1].

Novembre 1946.

[1] Les résultats exposés ici brièvement seront traités en détail dans un travail ultérieur.