

2271 — Se $a > e$, mostrar que $e^z = az^n$ tem n raízes no interior do círculo $|z|=1$ (Aplicar o Teorema de Rouché).

[Proposto em «Fonctions of a complex variables», E. G. Phillips.]

2272 — Dada uma elipse (definida por exemplo, por

dois diâmetros conjugados dados em grandeza e direcção) determinar, graficamente, um diâmetro dessa elipse de comprimento dado. Condição de possibilidade.

Problemas n.ºs 2266 a 2272, propostos por Laureano Barros.

SOLUÇÕES RECEBIDAS

2217 — Seja G um grupo, a e b dois quaisquer dos seus elementos e \cdot a operação nele definida. Definamos em G a operação \odot da seguinte maneira: $x \odot y = (x \cdot a) \cdot (y \cdot b)$ para quaisquer $x, y \in G$. Mostre que é condição necessária e suficiente para que: a) G constitua um grupo relativamente à operação \odot , que b seja um elemento do centro de G ; b) G constitua um grupo abeliano relativamente à operação \odot , que a e b sejam elementos do centro de G ; c) a operação \odot coincida com a operação \cdot que $a \cdot b$ seja o elemento unidade. R: a) A condição é necessária: A associatividade da operação \odot , $(x \odot y) \odot z = x \odot (y \odot z)$, implica $x \cdot a \cdot y \cdot b \cdot a \cdot z \cdot b = x \cdot a \cdot y \cdot a \cdot z \cdot b \cdot b$, ou seja, $b \cdot (a \cdot z) = (a \cdot z) \cdot b$, qualquer que seja z ; portanto b pertence ao centro de G . A condição é suficiente: Como as implicações anteriores são reversíveis,

é verificada a associatividade da operação \odot ; existe um elemento unidade, $a^{-1} \cdot b^{-1}$, pois $x \odot (a^{-1} \cdot b^{-1}) = x$, qualquer que seja x ; existe um elemento inverso de todo o elemento x , $a^{-1} \cdot x^{-1} \cdot a^{-1} \cdot b^{-1}$, pois $x \odot (a^{-1} \cdot x^{-1} \cdot a^{-1} \cdot b^{-1}) = a^{-1} \cdot b^{-1}$. b) A igualdade $x \odot y = y \odot x$ implica $(x \cdot a) \cdot y = y \cdot (a \cdot x)$, que, em particular para $y = u$ (elemento unidade relativo à operação \cdot), dá $x \cdot a = a \cdot x$, quer dizer, a pertence ao centro de G . A condição é, pois, necessária; não é, porém, suficiente, como se afirma no enunciado. c) Supondo b pertencente ao centro de G , a igualdade $x \odot y = x \cdot y$, para quaisquer $x, y \in G$, implica $a \cdot b = u$ e reciprocamente.

A redacção desta solução foi baseada nas soluções enviadas por A. Andrade Guimarães (Pôrto) e J. Tiago de Oliveira (Pôrto).

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção

53 — GREEN, S. L. — **Introduction to differential equations.** London, University Tutorial Press, Ltd., 1945.

O presente trabalho é um tratado elementar sobre equações diferenciais, dirigido notoriamente no sentido de dar aos leitores um treino completo na resolução daquelas equações.

Com esta orientação, o fulcro deste livro é uma excelente colecção de exercícios, bem graduados e com a indicação das soluções.

O capítulo sobre a integração por séries (cap. VIII) atingiu, no género de clareza elementar que o Autor imprimiu a todo o volume, a melhor exposição que conhecemos sobre o assunto.

Só é de lamentar que a resolução dos sistemas de equações (que só esporadicamente aflora) e o estudo de equações diferenciais, de ordem superior e coeficientes variáveis, não tenham merecido do Autor notícia mais detalhada.

Apesar disso, parece-nos que, estando este livro escrito de maneira extremamente clara, e sendo acces-

sível a todos os nossos alunos universitários, pode prestar-lhes grandes serviços.

Luis Albuquerque

—**54** GEARY, A., LOWRY, H. V., and HAYDEN, H. A. — **Advanced Mathematics for Technical Students**—Part I—Longmans, Green and Co.—London, New York, Toronto, 1945.

A obra, como o título indica, é dedicada aos estudantes das escolas técnicas, especialmente de engenharia. É abundantemente ilustrada com claras gravuras e os assuntos mais importantes são seguidos de exemplos completamente tratados e de numerosos exercícios propostos cujas soluções se encontram no fim do volume. Abrange 12 capítulos que compreendem elementos de análise infinitesimal (infinitésimos, séries, derivação, primitivação, cálculo de integrais definidos, equações diferenciais ordinárias, etc.), as suas principais aplicações à geometria plana (destacando-se o estudo das cônicas), números complexos (de que se tratam em seguida as aplicações na teoria

