

**2271** — Se  $a > e$ , mostrar que  $e^z = az^n$  tem  $n$  raízes no interior do círculo  $|z|=1$  (Aplicar o Teorema de Rouché).

[Proposto em «Fonctions of a complex variables», E. G. Phillips.]

**2272** — Dada uma elipse (definida por exemplo, por

dois diâmetros conjugados dados em grandeza e direção) determinar, graficamente, um diâmetro dessa elipse de comprimento dado. Condição de possibilidade.

Problemas n.ºs 2266 a 2272, propostos por Laureano Barros.

## SOLUÇÕES RECEBIDAS

**2217** — Seja  $G$  um grupo,  $a$  e  $b$  dois quaisquer dos seus elementos e  $\cdot$  a operação nele definida. Definamos em  $G$  a operação  $\odot$  da seguinte maneira:  $x \odot y = (x \cdot a) \cdot (y \cdot b)$  para quaisquer  $x, y \in G$ . Mostre que é condição necessária e suficiente para que: a)  $G$  constitua um grupo relativamente à operação  $\odot$ , que  $b$  seja um elemento do centro de  $G$ ; b)  $G$  constitua um grupo abeliano relativamente à operação  $\odot$ , que  $a$  e  $b$  sejam elementos do centro de  $G$ ; c) a operação  $\odot$  coincida com a operação  $\cdot$  que  $a \cdot b$  seja o elemento unidade. R: a) A condição é necessária: A associatividade da operação  $\odot$ ,  $(x \odot y) \odot z = x \odot (y \odot z)$ , implica  $x \cdot a \cdot y \cdot b \cdot a \cdot z \cdot b = x \cdot a \cdot y \cdot a \cdot z \cdot b \cdot b$ , ou seja,  $b \cdot (a \cdot z) = (a \cdot z) \cdot b$ , qualquer que seja  $z$ ; portanto  $b$  pertence ao centro de  $G$ . A condição é suficiente: Como as implicações anteriores são reversíveis,

é verificada a associatividade da operação  $\odot$ ; existe um elemento unidade,  $a^{-1} \cdot b^{-1}$ , pois  $x \odot (a^{-1} \cdot b^{-1}) = x$ , qualquer que seja  $x$ ; existe um elemento inverso de todo o elemento  $x$ ,  $a^{-1} \cdot x^{-1} \cdot a^{-1} \cdot b^{-1}$ , pois  $x \odot (a^{-1} \cdot x^{-1} \cdot a^{-1} \cdot b^{-1}) = a^{-1} \cdot b^{-1}$ . b) A igualdade  $x \odot y = y \odot x$  implica  $(x \cdot a) \cdot y = y \cdot (a \cdot x)$ , que, em particular para  $y = u$  (elemento unidade relativo à operação  $\cdot$ ), dá  $x \cdot a = a \cdot x$ , quer dizer,  $a$  pertence ao centro de  $G$ . A condição é, pois, necessária; não é, porém, suficiente, como se afirma no enunciado. c) Supondo  $b$  pertencente ao centro de  $G$ , a igualdade  $x \odot y = x \cdot y$ , para quaisquer  $x, y \in G$ , implica  $a \cdot b = u$  e reciprocamente.

A redacção desta solução foi baseada nas soluções enviadas por A. Andrade Guimarães (Pôrto) e J. Tiago de Oliveira (Pôrto).

## BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção

**53** — GREEN, S. L. — **Introduction to differential equations.** London, University Tutorial Press, Ltd., 1945.

O presente trabalho é um tratado elementar sobre equações diferenciais, dirigido notoriamente no sentido de dar aos leitores um treino completo na resolução daquelas equações.

Com esta orientação, o fulcro deste livro é uma excelente colecção de exercícios, bem graduados e com a indicação das soluções.

O capítulo sobre a integração por séries (cap. VIII) atingiu, no género de clareza elementar que o Autor imprimiu a todo o volume, a melhor exposição que conhecemos sobre o assunto.

Só é de lamentar que a resolução dos sistemas de equações (que só esporadicamente aflora) e o estudo de equações diferenciais, de ordem superior e coeficientes variáveis, não tenham merecido do Autor notícia mais detalhada.

Apesar disso, parece-nos que, estando este livro escrito de maneira extremamente clara, e sendo acces-

sível a todos os nossos alunos universitários, pode prestar-lhes grandes serviços.

Luis Albuquerque

—54 GEARY, A., LOWRY, H. V., and HAYDEN, H. A. — **Advanced Mathematics for Technical Students**—Part I—Longmans, Green and Co.—London, New York, Toronto, 1945.

A obra, como o título indica, é dedicada aos estudantes das escolas técnicas, especialmente de engenharia. É abundantemente ilustrada com claras gravuras e os assuntos mais importantes são seguidos de exemplos completamente tratados e de numerosos exercícios propostos cujas soluções se encontram no fim do volume. Abrange 12 capítulos que compreendem elementos de análise infinitesimal (infinitésimos, séries, derivação, primitivação, cálculo de integrais definidos, equações diferenciais ordinárias, etc.), as suas principais aplicações à geometria plana (destacando-se o estudo das cônicas), números complexos (de que se tratam em seguida as aplicações na teoria

das correntes alternas), resolução numérica de equações algébricas, diferenciação e integração aproximadas, etc. Termina com um capítulo onde se estudam sob forma vectorial, alguns elementos de Mecânica.

É sobretudo de destacar a apresentação de numerosas aplicações sobretudo à Mecânica e Electricidade. É esta uma feição característica do livro que o recomenda especialmente a quem interesse a matemática sobretudo como instrumento de aplicação.

Anuncia-se a 2.<sup>a</sup> parte da obra que abrangerá o estudo das funções de mais de uma variável, integrais múltiplos, curvilíneas e de superfície, séries de Fourier, determinantes, geometria analítica no espaço, trigonometria esférica, equações diferenciais, incluindo alguns tipos simples de equações às derivadas parciais e aplicações à Mecânica, Electricidade e Termodinâmica.

Mannel Zaluar Nunes

## PUBLICAÇÕES RECEBIDAS

### REVISTAS E PUBLICAÇÕES DE MATEMÁTICA

#### NACIONAIS

**Portugaliae Mathematica** — Vol. 5, Fasc. 1-2:

A. Pereira Gomes — *Introdução ao estudo de uma noção de funcional em espaços sem pontos.*

Maurice Fréchet — *De l'écart numérique à l'écart abstrait.*

A. de Mira Fernandes — *Funzioni continue sopra una superficie sferica.*

J. Vicente Gonçalves — *Le théorème de M. S. Bernstein.*

**Publicações da Junta de Investigação Matemática** — Cadernos de Análise geral:

N.º 19. «*Teoria das Estruturas e Problemas dos Fundamentos*» — 1 — *Problemas introdutórios à teoria das estruturas.* Caderno organizado por H. Ribeiro e M. Zaluar. I — «*Que é uma estrutura?*» por Garrett Birkhoff, II — «*Que é um quadriculado?*» por H. Ribeiro, III — «*Primeira orientação bibliográfica e histórica*», por H. Ribeiro, IV — «*Notícia sobre a definição dos anéis de Boole*», por H. Ribeiro.

#### ESTRANGEIRAS

##### Argentina

**Boletín Matemático** — (Buenos Aires) — Ano XVIII, n.º 10; Ano XIX, n.º 1 e 3.

**Revista de la Unión Matemática Argentina** — (Buenos Aires) — Volume XI, n.º 3.

##### França

**Annales de l'Université de Lyon** — Section A: — Sciences Mathématiques et Astronomie — VIII, 1945.

**Bulletin de la Société Mathématique de France** — (Paris) — Tomo 73, fascs. 1 e 2 — 1945.

**Intermédiaire des Recherches Mathématiques** — (Paris) — Sujets de recherches réunis sous la direction de Paul Belgodère — Tome 1, fascs. 3 e 4 — 1945, Tomo 2, Fascs. 4, 5 e 6 — 1946.

##### Inglaterra

**The Journal of the London Mathematical Society** — Vol 20, Partes 1, 2 e 3 — 1945.

**The Mathematical Gazette** — (London) Vol. 30, n.º 289 — 1946.

**The Quarterly Journal of Mathematics** — Oxford Séries — Vol 17. n.º 66 — 1946.

#### OUTRAS PUBLICAÇÕES

**Afinidades** — (Lisboa) — Revista de Cultura Luso-Francesa — n.ºs 17/18 — 1946.

**Portugaliae Physica** — Vol. 2, fasc. 1:

António Gião — *Le problème cosmologique généralisé et la mécanique ondulatoire relativiste.*

J. L. Rodrigues Martins — *L'influence des forces de Schwinger sur des processus nucléaires.*

Rodrigo Sarmento de Beires — *Sur l'expression  $\lambda = h/mv$  de la longueur des ondes de De Broglie associées aux corpuscules en mouvement.*

**Técnica** — (Lisboa) — Revista de Engenharia dos Alunos do I. S. T. — n.ºs 162, 164, 165, 166 e 167 — 1946.

**Revista Politécnica** — (São Paulo) — n.º 148 — 1945

**Euclides** — (Madrid) — Revista mensual de Ciências Exactas, Físicas, Químicas, Naturales y sus Aplicaciones. Tomo VI, n.ºs 59, 60, 61, 62 e 63 — 1946.

**Biometrika** — (London) — A journal for the statistical study of biological problems — Vol. 33, parte 4, — 1946. (Oferta do British Council).

**Revista de la Sociedad Cubana de Ciencias Físicas y Matemáticas** — (Habana-Cuba) — Vol. 2, n.º 2 — 1945.