APLICAÇÕES DA MATEMÁTICA

FÍSICA TEÓRICA

O EFEITO COMPTON

por **A. Gibert** (bolseiro do I. A. C. em Zürich)

A publicação das curtas notas que seguem, num periódico como a «Gazeta de Matemática», tem dois fins ambiciosos: o mais modesto é dar aos curiosos uma idéia do que é o efeito Compton, que figura na Física como um dos fenómenos mais demonstrativos da natureza corpuscular da radiação e como um exemplo nítido da insuficiência das teorias clássicas; o outro é fornecer aos estudiosos um tema que os ponha imediatamente em contacto com um dos ramos mais importantes (e, creio eu, menos conhecidos, ou antes, menos cultivados, entre nós) das Matemáticas aplicadas: as teorias clássica e quântica da difusão. Esta finalidade explicará a inclusão de alguma bibliografia que, de outro modo, não teria aqui cabimento. Nela se encontrarão aliás as principais fontes do que aqui se transcreve sem a menor pretensão de originalidade. Aos estudiosos que queiram consultar algumas das obras que citamos, recomendamos que recorram, para isso, em particular, à Biblioteca Geral e ao Laboratório de Física da Faculdade de Ciências, em Lisboa, e ao Centro dos Estudos de Matemática, no Porto.

O estabelecimento de certos resultados, que damos sem demonstração, poderá ser exercício útil para principiantes. Sempre que assim nos pareceu, assinalámos tal facto com um asterisco.

1. Estudo fenomenológico do efeito Compton. O efeito descoberto pelo sábio americano A. H. Compton, em 1923 (e que lhe valeu, em 1927, o prémio Nobel da Física) está em íntima relação com o fenómeno da difusão da luz, conhecido desde tempos remotos e cuja teoria foi feita em fins do século XIX. Foi então que Lord Rayleigh explicou a cor azul do céu assim como o aspecto encarniçado que o sol apresenta no nascente e no poente, mostrando que a intensidade da luz difusa é inversamente proporcional à quarta potência do comprimento de onda da luz incidente. (Phil. Mag. (4), 41, 107 e 447, 1871; (5), 47, 375, 1899). O fenómeno da difusão da luz foi interpretado por Tyndall em 1868 (Proc. Roy. Soc. 17, 317, 1868) e pode, em primeira análise, ser atribuído à difracção sofrida pela luz ao encontrar objectos tão pequenos como as moléculas dum gás.

O resultado mais importante da primeira fase da teoria foi obtido por J. J. Thompson ao estabelecer a fórmula

$$I \approx \frac{1+\cos^2 \Phi}{2} \quad (\approx, \text{ proporcional})$$

em que I é a intensidade da luz difusa na direcção que faz o ângulo Φ com a direcção da luz incidente. Desta fórmula resulta, em particular, que a intensidade da luz difusa é máxima na direcção da luz incidente e é igual nos dois sentidos desta direcção.

Um outro importante resultado, também estabelecido pela teoria clássica (dum modo que indicaremos adiante), é o de que a frequência da luz difusa é igual à da luz incidente.

Em 1923, Compton descobriu justamente o contrário (Phys. Rev., 21, 483, 1923) estudando a difusão de raios X monocromáticos (risca $K\alpha$ do molibdénio); verificou que a frequência da radiação difusa era menor que a da radiação incidente (difusão não coerente), ou, o que é o mesmo, que o comprimento de onda *aumenta* com a difusão (V. M. de Broglie e Dauvilliers, Comptes Rendus, vol. 178 e 179).

Imediatamente após a descoberta de Compton, verificou-se que (de acordo com uma hipótese do próprio Compton) a difusão não coerente era acompanhada de emissão de electrões (W. Bothe e H. Geiger, Zeits. f. Phys., 32, 639, 1925 e C. T. R. Wilson, Proc. Roy. Soc., 104, 1, 1923), chamados *electrões de recuo*, pelo átomo difusor.

A variação do comprimento de onda á dada por $\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\Phi)$ e o seu valor máximo, $2h/mc$, é da ordem de 0,048 Å. Se se pensar que os comprimentos de onda da luz visível ou do ultravioleta são da ordem de alguns milhares de Å, compreender-se-á que não teria sido fácil pôr este fenómeno em evidência com tais radiações. No entanto, no caso das radiações moles, a razão é outra e mais forte (o efeito não é energèticamente possível).

Como se verá adiante, a teoria clássica é impotente para explicar este efeito. Pelo contrário, nas mãos do próprio Compton, a teoria quântica de Planck-Einstein teve ao explicá-lo um sucesso que foi um dos motivos determinantes da vitória da hipótese da natureza corpuscular da luz.

Os refinamentos sucessivos da teoria do efeito Compton constituem um significativo exemplo das possibilidades das formas mais avançadas da Mecânica Ondulatória.

Do ponto de vista qualitativo, a variação de frequência explica-se imediatamente da seguinte maneira: se a difusão resulta do choque dum fotão com um electrão, este sofre um recuo no qual levará parte da energia do fotão; a energia deste diminui e, portanto, de acordo com a experiência, o comprimento de onda aumenta.

2. Teoria clássica da difusão. O fundamento desta teoria reside na seguinte hipótese: os electrões dos átomos podem funcionar como osciladores harmónicos, de tal modo que quando sobre eles incide uma radiação (ou onda) eles entram em vibração forçada que, como se sabe, terá a frequência da radiação que a provoca. Por outro lado, um tal oscilador constitui um dipolo eléctrico de momento variável e emite pois uma radiação electromagnética cuja frequência é a da sua vibração. Em resumo, segundo a teoria clássica, a difusão é *coerente*, isto é, a luz difusa tem a frequência da luz incidente.

Pretendemos agora calcular a intensidade da luz difusa numa certa direcção. Pode fazer-se um cálculo elementar da seguinte maneira: admitamos que o electrão difusor é um oscilador isótropo, isto é, com uma equação de movimento $\ddot{x}=-4\pi^2\nu_0^2 x$ em que ν_0 é independente de x. Suponhamos agora que este oscilador entra em oscilação forçada sob a acção duma onda electromagnética plana monocromática polarizada rectilineamente, isto é, de equações

$$\vec{E}=\vec{E}_x=E_0\cdot e^{i\cdot 2\pi\nu t} \quad \text{e} \quad \vec{H}=\vec{H}_y=H_0\cdot e^{i\cdot 2\pi\nu t}.$$

Pode então tomar-se para equação do movimento forçado do oscilador $\ddot{x}=-4\pi^2\nu_0^2 x-\dfrac{e}{m_0}E_0\cdot e^{i\cdot 2\pi\nu t}$ cuja solução é $x=-\dfrac{eE_0}{4\pi^2 m_0(\nu_0^2-\nu^2)}\cdot e^{i\cdot 2\pi\nu t}$, como é fácil de ver.*

O caso $\nu=\nu_0$ (catástrofe de ressonância) põe em evidência o carácter aproximado da fórmula deduzida. De facto, ao escrever a equação do movimento do oscilador supôs-se, contràriamente à realidade, que não havia amortecimento (V.: A. H. Compton e S. K. Allison, X-rays in theory and experiment, p. 195; Londres; 1935). Estaremos pois limitados a casos em que $\nu\neq\nu_0$.

Por outro lado (V. p. e.: M. Born, Optik, p. 422; Berlin, 1933) a energia radiada por um dipolo de momento $\vec{P}$ numa direcção fazendo um ângulo θ com a do dipolo é* $\mathcal{E}_r=\dfrac{1}{4\pi}\cdot\dfrac{1}{c^3 r^2}(\ddot{P})^2\cdot \operatorname{sen}^2\theta$. Integrando sobre a esfera tem-se a energia total*

$\mathcal{E}=\displaystyle\iint \mathcal{E}_r\cdot r^2 \operatorname{sen}\theta\cdot d\theta\cdot d\varphi=\frac{2}{3c^3}\cdot(\ddot{P})^2$. No nosso caso, como $P=e\cdot x$ e $\ddot{x}=\dfrac{eE_0\nu^2}{m_0(\nu_0^2-\nu^2)}\cdot e^{i\cdot 2\pi\nu t}$, tem-se

$$\mathcal{E}=\frac{2e^2}{3c^3}(\ddot{x})^2=\frac{2e^2}{3c^3}\cdot\frac{e^2\cdot E_0^2\cdot\nu^4}{m_0^2(\nu_0^2-\nu^2)^2} \text{ ou seja}$$

$$\mathcal{E}=\frac{2e^4}{3c^3}\cdot\frac{E_0^2}{m_0^2}\cdot\frac{\nu^4}{(\nu_0^2-\nu^2)^2}. \tag{1}$$

Por outro lado podemos escrever

$$\mathcal{E}_r=\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{1}{c^3 r^2}\cdot\frac{e^4\cdot E_0^2\cdot\nu^4}{m_0^2(\nu_0^2-\nu^2)^2}\cdot\operatorname{sen}^2\theta$$

e, se notarmos que $\dfrac{E_0^2\cdot c}{4\pi}$ representa a intensidade incidente I_0, poderemos escrever

$$\mathcal{E}_r=\frac{e^4}{c^4 r^2 m_0^2}\frac{\nu^4}{(\nu_0^2-\nu^2)^2}\cdot I_0\cdot\operatorname{sen}^2\theta. \tag{2}$$

Note-se agora que no caso de se ter $\nu<<\nu_0$, a fórmula (1) escreve-se $\mathcal{E}=\dfrac{2e^4}{3c^3}\cdot\dfrac{E_0^2}{m_0^2}\cdot\dfrac{1}{\nu^4}$ e não é senão a fórmula em λ^4 de Lord Rayleigh. No caso oposto de ser $\nu>>\nu_0$ a fórmula (2) escreve-se

$$\mathcal{E}_r=\frac{e^4}{c^4 r^2 m_0^2}\cdot I_0\cdot\operatorname{sen}^2\theta$$

a qual mostra que a intensidade da radiação difusa é independente da freqüência e como ela depende do ângulo θ. É a fórmula bem conhecida de Thompson (V. p. e.: J. J. Thompson, Conduction of electricity trough gases, p. 325; 2.ª ed., Cambridge).

Concluindo, vê-se que, no caso extremo dos pequenos comprimentos de onda (dos raios X, nomeadamente), a teoria clássica conduz à formula de Thompson que toma a forma $I=\dfrac{e^4}{m_0^2 c^4 r^2}\cdot I_0\cdot\dfrac{1+\cos^2\theta}{2}$ quando se considera uma onda incidente de polarização qualquer.

Era este o resultado fundamental da teoria clássica a que queríamos chegar. A este respeito poderão ainda consultar-se com vantagem, além das já citadas, as seguintes obras: L. de Broglie, Une nouvelle théorie de la lumière, p. 35, Vol. II, Paris, 1942; A. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien, p. 645, Vol. I., 5.ª ed., Brauschweig, 1931; J. C. Slater e N. H. Franck Introduction to theoretical physics, p. 294, I. S. P., 1933; M. Born, l. c. p. 371; Compton e Allison, l. c. p. 117.

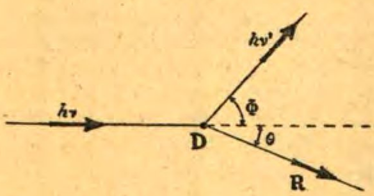
Na interpretação clássica da difusão dos raios X, cedo apareceu uma discrepância difícil de explicar: para frequências da radiação incidente muito elevadas, o cálculo dava para a intensidade da radiação difusa um valor maior do que na realidade se observava (V. C. G. Barkla e M. P. White, Phil. Mag., 34, 275, 1917; G. A. Schott, Proc. Roy. Soc., 96, 395, 1920). O próprio Compton (Phys. Rev. 14, 20, 1919) conseguiu no entanto explicar esta anomalia admitindo para o electrão um raio apreciável, da ordem do comprimento de onda dos raios gama duros, mais precisamente, da ordem de $h/mc=0{,}024$ Å.

Como diz o próprio Compton: «...led physicists to class scattering (difusão) with interference and refraction as being completely explicable according to our classical theories of electron and electromagnetic waves Then appeared a new set of scattering phenomena — the change of wave lenght of scattered X-rays, recoil electrons associated with scattered rays, etc, wich could be interpreted only on the assumption that X-rays are corpuscular in nature».

Estes corpúsculos concebidos por Einstein, que lhes atribuíu uma energia $h\nu$, inspirando-se na hipótese dos quanta de Planck, chamam-se fotões. A sua quantidade de movimento é $h\nu/c$.

3. Teoria quântica elementar do efeito Compton.

a) *Teoria não relativista.* A figura junta, tantas



vezes repetida, demonstra claramente como se concebe o fenómeno da difusão dum fotão de energia $h\nu$ por um electrão difusor em D. O fotão difuso segue com a energia $h\nu'$ numa direcção que faz ângulo Φ com a de incidência e o electrão difusor desloca-se numa direcção fazendo o ângulo θ com a do fotão incidente. É o electrão *de recuo* R. Supondo que a sua velocidade v é pequena comparada à da luz $v<<c$, a sua energia cinética e a sua quantidade de movimento, respectivamente, são dadas por $mv^2/2$ e mv. Admitindo que o novo fenómeno não põe em cheque os princípios da conservação da energia e da quantidade de movimento, deverá ter-se

$$h\nu=h\nu'+\frac{mv^2}{2} \qquad (C.E.)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{h\nu}{c}&=\frac{h\nu'}{c}\cdot\cos\Phi+mv\cos\theta \\ \frac{h\nu'}{c}\cdot\operatorname{sen}\Phi&=-mv\cdot\operatorname{sen}\theta . \end{aligned}\right\} \quad (C.Q.-M.)$$

Podemos resolver este sistema em ordem às três incógnitas $\Delta\nu=\nu-\nu'$, v, e θ para cada ângulo difusor Φ. Obtém-se assim fàcilmente*

$$\Delta\nu=\frac{h}{mc^2}\cdot\nu^2\,(1-\cos\Phi)$$

desprezando potências de $\Delta\nu=\nu-\nu'$ de grau superior a 1 e $\Delta\nu$ em presença de ν. Notando que $\nu=\frac{c}{\lambda}$ e fazendo $\Delta\lambda=\lambda'-\lambda$ vem a fórmula já clássica

$$\Delta\lambda=\frac{h}{mc}\,(1-\cos\Phi)\,.$$

Desta conclui-se imediatamente que, no efeito Compton, o aumento de comprimento de onda não depende da radiação incidente nem do difusor; cresce com o ângulo de difusão Φ, sendo máximo para $\Phi=180°$.

b) *Teoria relativista.* Verifica-se experimentalmente que a velocidade do electrão de recuo, v, é suficientemente grande (em particular para raios muito duros) para que não seja válida a aproximação newtoniana $v<<c$. Devemos então tomar, para o electrão, as expressões relativistas da energia cinética e da quantidade de movimento. As equações de conservação escrevem-se agora:

$$h\nu=h\nu'+mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right) \qquad \left(\beta=\frac{v}{c}\right)$$

$$\left\{\begin{aligned} \frac{h\nu}{c}&=\frac{h\nu'}{c}\cos\Phi+\frac{m\beta c}{\sqrt{1-\beta^2}}\cos\theta \\ \frac{h\nu'}{c}\operatorname{sen}\Phi&=-\frac{m\beta c}{\sqrt{1-\beta^2}}\operatorname{sen}\theta . \end{aligned}\right.$$

Dum modo análogo ao anterior estabelece-se ainda a equação clássica* $\Delta\lambda=\frac{h}{mc}\,(1-\cos\Phi)$.

A energia cinética do electrão de recuo é dada por*

$$E=h\nu\,\frac{\alpha\,(1-\cos\Phi)}{1+\alpha\,(1-\cos\Phi)} \quad \text{com } \alpha=\frac{h\nu}{mc^2}\,.$$

Também é fácil estabelecer a expressão* $\operatorname{cotg}\Phi/2=-(\alpha+1)\operatorname{tg}\theta$ que mostra que para cada electrão de recuo na direcção θ corresponde uma direcção de difusão bem determinada (por meio de Φ), conclusão esta em completo desacordo com a teoria clássica segundo a qual a radiação difusa deve ser emitida em todas as direcções.

Note-se que esta teoria ainda não pode ser satisfatória, pois seria indispensável, para isso, que ela pudesse dar o valor correcto da intensidade difusa na direcção Φ. Ora isto não é possível, porque a teoria primitiva de Einstein-Planck não dá indicação alguma sobre a probabilidade de difusão numa certa direcção (isto é, da intensidade nessa direcção).

Veja-se ainda (mas com atenção) o livro de E. Bloch, L'Ancienne et la nouvelle théorie des quanta, Paris, 1930.

4. Teoria do efeito Compton em mecânica ondulatória de De Broglie-Schrödinger. (V. E. Schrödinger, Ann. der Phys., 82, 257, 1927). Sabe-se que, segundo a concepção de L. De Broglie, um electrão é representado por um trem de ondas Ψ de comprimento de onda $\Lambda=\frac{h}{mv}$ (V. p. e.: L. De Broglie, La Mécanique Ondulatoire des Systèmes, Paris, 1939). Se supusermos que o electrão difusor, em vez de estar em repouso, está animado da velocidade $v/2$ na mesma direcção e em sentido oposto ao do movimento do electrão de recuo, este também terá, no novo sistema de coordenadas (coordenadas normais), a velocidade $v/2$ e, portanto, a sua onda associada terá o mesmo comprimento de onda. Os dois trens de onda vão assim formar ondas estacionárias e a distância entre dois nós consecutivos será $\delta=\frac{1}{2}\Lambda=\frac{1}{2}\frac{h}{mv/2}=\frac{h}{mv}$. Em relação ao fotão incidente, tais ondas funcionarão como uma rede de difracção de intervalo δ e, portanto, a radiação incidente (de comprimento de onda λ) será difractada segundo a lei de Bragg (V. p. e.: G. Bruhat, Cours d'Optique, p. 592, 2.ª ed., Paris, 1935), isto é, numa direcção definida pela equação

$$n\lambda=2\delta\,\mathrm{sen}\frac{\Phi}{2}. \qquad (n=1,2,\cdots)$$

Tem-se então

$$\lambda=\frac{2h}{mv}\,\mathrm{sen}\frac{\Phi}{2} \qquad (n=1).$$

Voltando às coordenadas fixas, tudo se passa como se a nossa rede de difracção estivesse animada de velocidade $v/2$ ou como se a luz fosse emitida por uma fonte virtual animada de velocidade v e deslocando-se na direcção do electrão de recuo. Então, segundo o princípio de Döppler-Fizeau, se o comprimento de onda da radiação emitida pela fonte em repouso era λ, a variação do comprimento de onda em consequência do deslocamento da fonte será

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}=-\frac{v}{c}\cos(90^\circ+\Phi/2)$$

pois é fácil de ver o ângulo da velocidade da fonte com a direcção de observação é $90^\circ+\Phi/2$. Tem-se então $\Delta\lambda=\frac{\lambda v}{c}\,\mathrm{sen}\frac{\Phi}{2}$. Por outro lado, a equação de conservação da quantidade de movimento é, evidentemente, neste problema,

$$-\frac{mv}{2}+\frac{h\nu}{c}\,\mathrm{sen}\frac{\Phi}{2}=\frac{mv}{2}-\frac{h\nu}{c}\,\mathrm{sen}\frac{\Phi}{2}.$$

(Nas coordenadas normais o fotão tem a mesma quantidade de movimento antes e depois do choque). Dando à equação de conservação a forma $\lambda v=2\frac{h\nu}{m}\,\mathrm{sen}\frac{\Phi}{2}$ tem-se $\Delta\lambda=\frac{2h}{mc}\,\mathrm{sen}^2\frac{\Phi}{2}$, isto é,

$$\Delta\lambda=\frac{h}{mc}(1-\cos\Phi)$$

ou seja, de novo, a fórmula clássica (V. Compton e Allison, 1. c. p. 232).

5. Conclusão. Já vimos como, excepção feita do fenómeno descoberto por Compton, a teoria clássica dava conta do fenómeno da difusão, evidenciando-se simultâneamente os limites da sua aplicabilidade. Por outro lado, a Mecânica Quântica não pretende ser apenas um artifício capaz de explicar fenómenos isolados, mas sim uma teoria, coerente e geral, que interprete, não só aquilo que a mecânica clássica deixa por explicar mas ainda tudo o que essa teoria já conseguiu esclarecer. Como exemplo, que se pense na explicação quântica do efeito Döppler... Um estudo da teoria quântica da difusão coerente aparece pois como complemento indispensável do que precede. Esse estudo poderá ser feito com grande proveito no recente livro de L. de Broglie (que já citámos), Vol. II, Cap. VIII, do ponto de vista da nova mecânica ondulatória do fotão, de que o autor tem sido o principal criador, assim como na obra ainda mais recente de G. Wentzel, Einführung in die Quantentheorie der Wellenfelder (Wien, 1943), págs. 131, 183.

O tratamento mais avançado da teoria do efeito Compton deve-se a O. Klein e Y. Nishina (Zeits. f. Phys., 52, 853, 1929), do ponto de vista da teoria ondulatoria relativista do electrão de Dirac, e poderá ser lido no belo tratado de Heitler, Quantum theory of radiation, Oxford, 1936 (16).

Zürich, 27 de Setembro de 1943

ECONOMETRIA

SOBRE LAS TRANSFORMACIONES QUE CONSERVAN LA ELASTICIDAD

por **J. Gallego Diaz** (Universidad de Madrid)

Tiene importancia en Econometria determinar, si existen, aquellas transformaciones que conservan la elasticidad. La cuestion, que no hemos visto estudiada en sitio alguno, se resuelve fácilmente en esta breve nota.

Sea la transformacion buscada la: $\begin{cases} u=u(x,y) \\ v=v(x,y) . \end{cases}$

Podemos suponer que $Lu=\alpha(x,y)$ $Lv=\beta(x,y)$ y diferenciando: $dLu=\alpha'_x dx+\alpha'_y dy$; $dLv=\beta'_x dx+\beta'_y dy$.

Pero, como se sabe, $E_u(v)=\frac{d(Lv)}{d(Lu)}=\frac{\beta'_x dx+\beta'_y dx}{\alpha'_x dx+\alpha'_y dy}$.

Y como, por hipótesis, se ha de verificar: $E_u(v)=$ $=E_x(y)$ se podra escribir:

$$\frac{\beta'_x dx+\beta'_y dy}{\alpha'_x dx+\alpha'_y dy}=\frac{dy}{dx}\cdot\frac{x}{y}$$

o sea:

$$x\alpha'_y (y')^2+y'(x\alpha'_x-y\beta'_y)-y\beta'_x=0$$

y como debe ser idénticamente nula esta ecuacion ello implica que: $\alpha'_y=0$; $\beta'_x=0$; $x\alpha'_x=y\beta'_y$. Las dos primeras ecuaciones nos dicen que: $\alpha=\alpha(x)$ $\beta=\beta(y)$ y la tercera nos indica que: $x\frac{d\alpha}{dx}=y\frac{d\beta}{dy}=m$; es decir: $\alpha=mLx+K_1$, $\beta=mLy+K_2$ y por lo tanto: $Lu=mLx+LC$, $Lv=mLy+LC_1$ y, finalmente:

$$\begin{cases} u=Cx^m \\ v=C_1 y^m . \end{cases}$$

En donde C, C_1 y m son parámetros cualesquiera. Nuestro resultado tiene doble interes ya que, de un lado permitirá simplificar el cálculo de la elasticidad de ciertas funciones reduciendolo al de otras mas sencillas, y de otro permitirá rebajar el grado a las ecuaciones diferenciales en donde intervengan elasticidades, de acuerdo con la teoria de Sophus Lie sobre los grupos continuos de transformaciones.

A dicho resultado, tambien se puede llegar, más elegantemente, recordando que las transformaciones pedidas seran las que conserven las direcciones de las tangentes en el plano u_1-v_1 definido por la anamorfosis $u_1=Lx$, $v_1=Ly$; ya que la elasticidad de la curva $y=f(x)$ en un punto no es otra cosa que la inclinacion de la tangente en el punto correspondiente de la curva transformada $v_1=\varphi(u_1)$.

Es decir, que tales transformaciones, en el plano u_1-v_1 seran el producto de homotecias por translaciones; así: $\left.\begin{matrix} v_2=Kv_1+a \\ u_2=Ku_1+b \end{matrix}\right\}$ $\begin{matrix} v_2=KLy+LC \\ u_2=KLx+LC_1 . \end{matrix}$

Pero $\left.\begin{matrix} v_2=LY \\ u_2=LX \end{matrix}\right\}$ luego resulta: $\left.\begin{matrix} X=C_1 x^K \\ Y=C\ y^K \end{matrix}\right\}$.

MOVIMENTO CIENTÍFICO

O PROBLEMA DO ENSINO EM PORTUGAL *

por **Ruy Luís Gomes**

Quando se compara uma Escola Superior como a Politécnica de Zürich, a que o nosso colega Hugo Ribeiro dedicou um artigo tão bem documentado no n.º 26 desta mesma Revista, com qualquer das nossas Universidades, em especial no aspecto que nos toca directamente — *o do ensino da Matemática* — ressaltam logo como principais diferenças a favor da primeira, as seguintes: 1) *uma longa e notável tradição matemática;* 2) *um corpo docente constituído exclusivamente por investigadores, alguns dos quais de primeira plana;* 3) *uma boa organização do ensino.*

Mas a própria organização do ensino, largamente analisada no artigo acima referido, se aparece assim *natural* e *eficiente* é porque gira toda à volta de um núcleo de professores que são notáveis investigadores e vivem completamente absorvidos pelos problemas relacionados com os seus próprios trabalhos e a formação dos seus discípulos.

O professor é assim e antes de mais nada um profissional de elevada categoria, quere dizer, um verdadeiro e activo investigador, e como professor, isto é, como membro do corpo docente de uma Universidade, sente e coloca os problemas da sua Escola acima de tudo!

* Para melhor compreensão dêste artigo leia-se *Sôbre a índole do ensino da Matemática em Zürich* de Hugo B. Ribeiro em *Gazeta de Matemática* n.º 26.