As provas do assistente Rodrigo G. Boto, efectuaram-se nos dias 20 e 22 de Dezembro: no primeiro dia foram discutidos os pontos «Metamorfismo e Rochas metamórficas» e «Jazigos minerais do tipo sedimentar» pelos argümentes Prof. Doutor T. Custódio Morais e Prof. Doutor Carlos Tôrre de Assumpção; no segundo dia foi discutida a tese intitulada «Contribuição para os estudos de Oceanografia ao longo da costa de Portugal — fosfatos e nitratos» pelos argüentes Prof. Doutor T. Carrington da Costa e Prof. Doutor Carlos Tôrre de Assumpção.

As provas do assistente José Pinto Lopes, realizaram-se nos dias 28 e 30 de Janeiro; no primeiro dia foram discutidos os pontos: «fotosíntese» e «auxinas» respectivamente pelos argüentes Prof. Doutor João de Vasconcelos, professor do I. S. A., e Prof. Doutor Flávio Rezende; no segundo dia, os mesmos argüentes discutiram a tese, intitulada: «Sôbre a cariologia da Secção *Coarctatae* Berger do género *Haworthia* Duval».

As provas do assistente Carlos Neves Tavares efectuaram-se nos dias 28 e 30 de Janeiro; no primeiro dia foram discutidos os pontos: «Fotoperiodicidade» e «circulação na planta» respectivamente pelos argüentes Prof. Doutor Rui Teles Palhinha e Prof. Doutor Flávio Rezende; no segundo dia, os mesmos argüentes discutiram a tese intitulada: «Contribuïção para o estudo das Parmeliaceas portuguesas».

MATEMÁTICAS ELEMENTARES

EXAMES DE APTIDÃO ÀS ESCOLAS SUPERIORES (1945)

I. S. C. E. F. — Exame de Aptidão — **19 de Outubro de 1945**

2137 — Determine a, real, de modo que a equação $x^2+a(x-1)=0$ tenha ambas as raízes maiores que um. R: *Tem-se* $\Delta=a^2+4a\geq 0$, $S=-a>2$ *e* $f(1)=1>0$, *inequações que se verificam simultâneamente para* $a\leq -4$.

2138 — Demonstre que «a soma das distâncias de um ponto qualquer do interior dum triângulo equilátero aos três lados, é igual à medida da altura». Diga qual a hipótese e tese do teorema e quais os métodos utilizados para demonstrá-lo. R: *Seja* [ABC] *o triângulo e* P *um ponto interior cujos pés das perpendiculares sôbre* $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ *e* $\overline{AB}$ *são respectivamente* R, S *e* T. *Considerando* $\overline{B'P'C'}$ *paralelo a* $\overline{BC}$ *tem-se* $\overline{PR}=\overline{P'R'}$ *em que* P' *é a intersecção de* $\overline{B'C'}$ *com* $\overline{AR'}$, *altura do triângulo referente a* $\overline{BC}$. *Traçando* $\overline{PA'}$ *paralelo a* $\overline{AC}$ *tem-se* $\overline{P''S'}=\overline{PS}$ *sendo* P'' *a intersecção de* $\overline{B'S'}$, *altura do triângulo* [B' C' A], *com* $\overline{PA'}$. *Finalmente* $\overline{PT}=\overline{B'P''}$, *alturas do triângulo equilátero* [A' B' P], *logo* $\overline{PR}+\overline{PS}+\overline{PT}=\overline{P'R'}+\overline{P''S'}+\overline{B'P''}=\overline{P'R'}+\overline{P'A}=\overline{AR'}$, c. q. d.

2139 — Desenvolva o produto $(1+x)^n\cdot(1+1/x)^{n+1}$ (n inteiro e positivo) e calcule a soma dos coeficientes da parte fraccionária em x no desenvolvimento obtido. R: *Tem-se sucesivamente* $(1+x)^n\cdot\left(\frac{1+x}{x}\right)^{n+1}=\frac{(1+x)^{2n+1}}{x^{n+1}}=x^n+(2n+1)\,x^{n+1}+\cdots+\binom{2n+1}{n}+\binom{2n+1}{n+1}\frac{1}{x}+\cdots+\binom{2n+1}{2n+1}\frac{1}{x^{n+1}}$. *A soma dos coeficientes binomiais é* 2^{2n+1} *e devido à sua simetria, a soma pedida é* 2^{2n}.

2140 — Diga que métodos de demonstração por transformações pontuais conhece, em que consistem e quais os conceitos e propriedades em que se baseiam.

Nota — É obrigatória a resposta a três pontos entre os quais o 4.º.

Enunciados e soluções dos n.os 2137 a 2140 de J. Remy T. Freire.

MATEMÁTICAS SUPERIORES

PONTOS DE EXAMES DE FREQUÊNCIA E FINAIS

ÁLGEBRA SUPERIOR

F. C. C. — Algebra Superior — **2.º Exame de frequência — 1945.**

2141 — Classificar a quádrica: $4x^2+y^2-2yz-4zx+4xy+2x-y+2z-1=0$. R: *Procuremos o cento da quádrica:*

$$\begin{cases} 8x+4y-4z+2=0\\ 4x+2y-2z-1=0\\ -4x-2y+2=0.\end{cases}$$

Os dois primeiros planos são paralelos entre si mas não ao terceiro. O centro é portanto um ponto impróprio e