

# ASTRONOMIA

## CAUSAS DAS IRREGULARIDADES DO MOVIMENTO DE ROTAÇÃO DA TERRA \*

por *António Perestrello Botelho*

Com uma velocidade de cêrca de 600 quilómetros por segundo tóda a Galáxia, na qual se encontra integrada a Terra, se dirige para um ponto da constelação do Capricórnio. Êste movimento, há poucos anos descoberto (1916), é um dos catorze de que a Terra está animada; os restantes ou são comuns a todo o nosso sistema solar ou são próprios dela. Entre êstes últimos, o de rotação oferece para nós um interêsse particular por ser o «padrão» da nossa medida de tempo.

Durante muitos anos foi o movimento de rotação da Terra considerado um movimento uniforme, e Laplace chegou a dizer que, sôbre essa uniformidade, repousava tóda a Astronomia.

Mais tarde reconheceu-se que as marés oceânicas actuam como um «freio» originando um atrazo constante dêste movimento e que, além disso, êle está sujeito a irregularidades imprevisíveis, possivelmente dotadas de um carácter de periodicidade. De facto, nos anos de 1788 e 1898 houve modificações bruscas na rotação da Terra, cataclismos que provocaram «saltos» na sua marcha.

Quais serão as causas que determinam estas variações da marcha do nosso relógio fundamental?

Não possuímos ainda hoje elementos bastantes que nos habilitem a responder satisfatoriamente a esta pergunta; é possível, no entanto, limitar o campo das investigações facilitando, desta maneira, a resolução do problema.

Com efeito, a causa perturbadora pode ter uma origem externa, isto é, pode residir noutro ou noutros planetas, ou pode situar-se na própria Terra. Nesta última hipótese teremos ainda de ver se a séde da perturbação está no interior ou à superfície do planeta em que habitamos.

*Causas externas* — A Mecânica ensina-nos que a velocidade de rotação de um corpo é inversamente proporcional à massa dêsse corpo, quer dizer, qual-quer acréscimo da massa implicará um atrazo no movimento.

Assim, se a massa da Terra aumentar, será um tempo mais longo que ela efectuará o seu movimento de rotação.

A massa da Terra é aproximadamente representada, em toneladas, pelo algarismo seis seguido de vinte e um

zeros. Ora todos os dias milhares de estrêlas cadentes atravessam a nossa atmosfera, com velocidades que chegam a atingir 70 quilómetros por segundo, aumentando dêste modo a massa da Terra. Atribuindo a cada meteoro o pêso médio de cinco gramas o acréscimo diário que resulta para a massa da Terra é de 100 toneladas. Para se fazer idéia de quanto é pequeno êste aumento basta dizer-se que, nêste ritmo, cêrca de 400 milhões de anos seriam necessários para que o raio soffresse uma variação de um centímetro. Assim, o atrazo originado por êste efeito é mínimo: êle não atingiria um milésimo de segundo passado um milhão de anos.

Vejamos agora se o atrito das marés oceânicas poderá provocar os «saltos» verificados na marcha da Terra.

Para avaliarmos bem a acção dêste atrito temos de considerar uma grandeza de importantes applicações em Astronomia e que se chama o «momento angular». Para um corpo no espaço o momento angular é representado pelo produto de quatro quantidades: a massa, a velocidade angular, o quadrado do raio e uma constante que depende da maneira como a massa está distribuída no interior do corpo.

O cálculo prova que o momento angular de um corpo é indestrutível; se considerarmos um sistema de corpos, a soma dos respectivos momentos angulares é invariável, quer dizer, se o momento angular de um ou mais corpos aumentar pela acção doutro corpo, a reacção dos primeiros sôbre o segundo faz com que o momento angular dêste diminua de uma quantidade igual. É o «princípio da conservação do momento angular».

Como a velocidade de rotação da Terra está diminuindo por efeito do atrito das marés deduz-se que o seu momento angular, que é função da mesma velocidade, diminui também. Pelo princípio acima enunciado haverá uma transferência de momento angular para o nosso satélite do qual resulta uma ampliação da sua órbita. A Lua afastar-se-há da Terra, o período de uma revolução na órbita — o mês — será maior. Sucede, contudo, que essa transferência não pode explicar as irregularidades do movimento de rotação da Terra pois mesmo que tomemos na sua totalidade o efeito do atrito das marés êle é ainda muito inferior às variações observadas.

\* Veja o N.º 19 da «Gazeta de Matemática».

Não podendo o aumento da massa da Terra nem a alteração que sofre o seu momento angular justificar o que pretendemos, resta-nos ver se haverá alguma outra causa externa que possa alterar o arranjo, a distribuição das massas.

A acção conjunta do Sol e da Lua, que é a causa das marés, é a única força externa susceptível de o fazer. Acontece, todavia, que esta força actua de uma maneira contínua e perfeitamente regular, o que contrasta singularmente com a grande irregularidade do efeito que estudamos.

Dêste modo, somos conduzidos a pôr de parte a primeira hipótese que admitimos: a causa das variações irregulares da rotação da Terra não é externa.

*Causas de superficie* — Analisemos em seguida as causas a que chamaremos «de superficie»: haverá algum agente meteorológico capaz de remover massas bastantes que justifiquem as irregularidades da nossa rotação? Poderão elas atribuir-se a fenómenos vulcânicos?

Inúmeras são as investigações que neste sentido se têm realizado e todas elas têm conduzido a resultados negativos.

Laplace mostrou que a massa da nossa atmosfera é pequena demais para que os seus movimentos tenham algum efeito.

A acumulação dos gélos nos polos foi objecto de numerosos cálculos: todos elles mostram que se fôsse esta a causa dos «saltos» da rotação terrestre ter-se-ia dado, por ocasião do máximo de 1898, uma subida do nível médio dos mares superior a trinta centímetros, o que não se verificou.

Por outro lado, de Sitter calculou que mesmo que se conseguisse transportar para os polos todo o volume de terras que constituem o Himalaia e o Kuen-Lun apenas se atingiria uma fracção do efeito considerado.

As acções vulcânicas igualmente foram estudadas: massas consideráveis são deslocadas pela acção dos vulcões e em pouco tempo o relêvo pode ser completamente modificado. Em menos de um mês elevou-se num vale do México, no século XVIII, o vulcão de Jorullu com 500 metros de altura. O Krakatoa, nas ilhas Hawaï, expeliu em pouco tempo 18 quilómetros cúbicos de detritos.

Podíamos repetir os exemplos em que grandes quantidades de massa são arrastadas por fenómenos de vulcanismo. Admitindo um vulcão situado nas condições mais desfavoráveis, em que o transporte radial de massa tem mais influência, mesmo nestas condições o cálculo mostra que as conseqüências que adviriam para o movimento de rotação da Terra seriam praticamente nulas

*Causas internas* — Eliminadas as causas de superficie como o foram as exteriores, é no interior da crusta terrestre que teremos de procurar a explicação para as irregularidades da nossa unidade de tempo.

Encontramo-nos agora num campo de difficil investigação, erizado de difficuldades, por falta de dados suficientes para sobre elles se fazer um estudo sério. De facto, o problema do interior da Terra está longe de estar resolvido: muito pouco se conhece sobre a composição interna do glôbo terrestre e nenhuns dados possuímos acêrca da agitação continua em que se devem encontrar as massas constituintes do núcleo.

Directamente, quer por sondagens quer pelos trabalhos mineiros, não atingimos ainda um milésimo do raio terrestre!

Modernamente admite-se que no interior da crusta terrestre se passam fenómenos tais que, por causas ainda desconhecidas, provocam uma variação do raio da Terra, de modo semelhante ao que sucede a certas estrêlas «variáveis».

Por «variáveis» designam-se em Astronomia aquelas estrêlas que estão sujeitas, periódicamente ou não, a mudanças de brilho.

Entre as «variáveis periódicas» (o período pode oscilar entre poucas horas e dois anos) há umas que têm para nós um interesse muito especial: são as que pertencem ao chamado grupo das Cefeidas, contituído por estrêlas gigantes, e que tem por tipo a estrêla  $\delta$  da constelação do Cefeus.

Para explicar as variações de brilho destas estrêlas foi proposta por Shapley uma teoria — a «teoria da pulsação» — a que Eddington deu um completo desenvolvimento matemático, e segundo a qual as Cefeidas periódicamente se dilatam ou se comprimem, devido à acção combinada da gravitação e da elasticidade dos gazes que entram na constituição das estrêlas. Dêste modo a superficie alternadamente aumenta ou diminui e daqui a oscilação que sofre o brilho.

Um fenómeno semelhante ao que sucede nestas estrêlas se passará na Terra: é possível que a Terra seja, como elas, um astro pulsátil.

A origem destas pulsações e o seu mecanismo escapam-nos ainda; mas se a compressão e a dilatação se derem de uma maneira uniforme através de toda a massa bastará uma variação do raio terrestre de pouco mais de dez centímetros para explicar as irregularidades do nosso movimento de rotação. Se as acções que se passam nas massas internas da crusta tiverem lugar a profundidades relativamente pequenas é evidente, então, que será necessária uma muito maior amplitude na variação do raio.

Jolly tentou, em 1925, explicá-las admitindo a existência de uma grossa camada de basalto à profun-

didade de trinta quilómetros a qual, sob a acção térmica do radio, ora se liquefazia ora se solidificava.

King sugere, em 1929, uma nova explicação por analogia com o que sucede a uma barra de ferro quando se encontra sob a acção de um campo magnético: se o campo é intenso a barra torna-se mais curta; se é moderado ela aumenta de comprimento. Dêste modo, se o interior da Terra fôr constituído por ferro, como geralmente se admite, êle deve contrair-se ou dilatar-se sempre que o campo magnético é ou não intenso. Mas, ocorre perguntar, a que obedecerão estas variações do campo magnético terrestre? Às manchas solares, que com tanta frequência se invocam hoje para explicar as mais variadas coisas?

Possivelmente por falta de elementos suficientes, tôdas as tentativas de King para encontrar uma correlação nítida entre os dois fenómenos foram infructíferas.

Finalmente, em 1937, Brown imagina a existência a pouca profundidade de uma camada situada a uma temperatura crítica, isto é, a uma temperatura tal que

qualquer pequena variação causará uma considerável, mudança de volume.

Se houver uma camada em tais condições, com a espessura de quilómetro e meio, é suficiente uma mudança do seu volume de menos de um por cento para explicar as irregularidades do movimento de rotação da Terra.

Do que acabamos de ver se conclui que êste arfar gigantesco da Terra deve ser causado por movimentos, no sentido radial, de massas no interior do globo. Para explicar êsses movimentos só dispomos ainda hoje de hipóteses.

No entanto, o desenvolvimento notável que nos últimos anos tem tomado a técnica sismológica e o grande incremento atingido pelo estudo das propriedades elásticas das rochas levam-nos a supôr que num prazo não muito longo dados precisos se hão-de obter para completa elucidação de um problema de tanto interêsse sob vários pontos de vista.

## ESTATÍSTICA MATEMÁTICA

### UM PROBLEMA HISTÓRICO

por *Fernando de Carvalho Araújo*

Uma urna contém  $n$  esferas numeradas de 1 a  $n$ . Fazem-se  $n$  extracções sucessivas sem reposição. Qual é a probabilidade: (1) De que nenhuma esfera saia no lugar correspondente ao seu número; (2) De que pelo menos uma esfera saia no lugar que lhe corresponde; (3) De que  $r$  esferas saiam nos seus lugares. \* (Problema estudado por De Montmort há mais de duzentos anos em «Essai d'analyse sur les jeux de hasard» - 2.<sup>a</sup> ed., Paris, 1713. - Vide Boletim Bibliográfico n.º 43, G. M., n.º 23, crítica do Prof. R. A. Fisher).

Seja  $u_n$  o número de ordens que satisfazem à condição (1). Suponhamos agora que a esfera 1 ocupa o lugar da esfera  $k$  e que esta ocupa o lugar daquela. Com 1 e  $k$  nestas posições há  $u_{n-2}$  ordens em que as restantes esferas satisfazem à condição (1).

Como  $k$  designa qualquer das esferas 2, 3, ...,  $n$ , o número total de ordens satisfazendo a (1), mas com 1 no lugar de  $k$  e  $k$  no lugar de 1, é  $(n-1)u_{n-2}$ . Por outro lado, se 1 ocupar o lugar de  $k$  mas  $k$  não ocupar o lugar de 1, o número de ordens das  $(n-1)$  esferas restantes satisfazendo a (1) é  $u_{n-1}$  mas como a esfera 1 pode tomar  $(n-1)$  posições distintas o número total de ordens satisfazendo a (1) em que 1 toma a lugar de  $k$  mas não  $k$  o lugar de 1, é  $(n-1)u_{n-1}$ .

\* Vide Boletim Bibliográfico n.º 43 - «Gazeta de Matemática n.º 23 - crítica à obra *The Advanced Theory of Statistics* de Kendall, feita pelo Prof. R. A. Fisher.

Logo  $u_n = (n-1)(u_{n-1} + u_{n-2})$

ou  $u_n - nu_{n-1} = -u_{n-1} - (n-1)u_{n-2} = \dots = (-1)^n (u_2 - 2u_1)$  mas como  $u_2 = 1$   $u_1 = 0$  será  $u_n - nu_{n-1} = (-1)^n$ .

Teremos então

$$\begin{aligned} \frac{u_n}{n!} - \frac{u_{n-1}}{(n-1)!} &= \frac{(-1)^n}{n!} \\ \frac{u_{n-1}}{(n-1)!} - \frac{u_{n-2}}{(n-2)!} &= \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \\ &\dots \\ \frac{u_2}{2!} - u_1 &= \frac{1}{2!} \end{aligned}$$

e finalmente somando

$$\frac{u_n}{n!} = \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{1}{n!}$$

Como

$$\left| \frac{u_n}{n!} - \frac{1}{e} \right| < \frac{1}{(n+1)!}$$

a probabilidade é praticamente  $1/e$  excepto para pequenos valores de  $n$ . Com efeito, para  $n=1, 2, 3, \dots, 11$  as probabilidades correspondentes são

$$\begin{aligned} p_1 &= 0,000000 & p_2 &= 0,500000 & p_3 &= 0,333333 \\ p_4 &= 0,375000 & p_5 &= 0,366667 & p_6 &= 0,369056 \\ p_7 &= 0,367857 & p_8 &= 0,367881 & p_9 &= 0,367879 \\ p_{10} &= 0,3678795 & p_{11} &= 0,3678794 \end{aligned}$$