tos, novas equipas de investigadores, que venham renovar as nossas escolas, dar real significado aos nossos laboratórios, fertilizar o nosso espírito e criar novos valores morais.

Se a Nação se não apercebe da necessidade e da importância da investigação, se a não utiliza na solução dos seus problemas internos, cai fatalmente no atrazo e na rotina, podendo arruïnar-se mesmo em plena paz.

A investigação científica, penetrando as trevas do futuro, como um poderoso facho de luz, põe em evidência obstáculos e precipícios que poderiam ser fatais se permanecessem ignorados. E, por outro lado, garantindo o pão farto da grei, defendendo a saúde pública, melhorando as condições do trabalho e regulando uma mais equitativa distribuïção das riquezas, ela é o propulsor do progresso, do bem estar e da ordem social.

Janeiro de 1945.

MOVIMENTO MATEMÁTICO

SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA

Em 22 de Janeiro de 1945 reüniu a Assembleia Geral da S. P. M. tendo-se aprovado por unanimidade o relatório da Direcção. Foram eleitos na mesma sessão para o biénio de 1945-46:

Mesa da Assembleia Geral: *Presidente*, Dr. Manuel A. Peres Júnior, Director do Observatório Astronómico de Lisboa; *Secretários*, Dr. D. Maria Henriqueta Trigo de Sousa Zanatti, professor do Liceu e Dr. D. Maria Antónia Rego Chaves, do Instituto Geográfico e Cadastral.

Direcção: *Presidente*, Dr. António A. Ferreira de Macedo, professor do I. S. T.; *Vice-Presidente*, Dr. Luís Passos, professor do Liceu; *Secretário-Geral*, Dr. António J. Baptista dos Santos, do Observatório Astronómico de Lisboa; *Tesoureiro*, Dr. João Remy T. Freire, assistente do I. S. C. E. F.; *1.º Secretário*, Dr. António da Costa Leão, actuário do I. N. T.; *2.º Secretário*, Dr. Raúl de Carvalho, eng. geógrafo do Ministério O. P.; *Vogal*, Dr. Fernando F. Viçoso, do Instituto Geográfico e Cadastral.

Delegados à Associação Portuguesa para o Progresso das Ciências: Dr. Bento de Jesus Caraça, professor do I. S. C. E. F. e Dr. Carlos A. Fernandes Carvalho, chefe dos Serviços Actuariais do I. N. T.

Foi também aprovado um voto de agradecimento à imprensa, em especial, á *Gazeta de Matemática*, pelo interêsse manifestado com a actividade da S. P. M.

FACULDADE DE CIÊNCIAS DO PÔRTO — DOUTORAMENTOS

Por lamentável lapso não fizemos referência no n.º 21 da *Gazeta de Matemática* ao doutoramento do assistente da F. C. P., Manuel Paulo Barros. O acto teve lugar nos dias 24 e 25 de Novembro de 1944 na Faculdade de Ciências da Universidade do Pôrto. A tese apresentada intitulava-se «Registo fotográfico das observações meridianas» e foram argüentes os Profs. Doutor Victor Hugo D. de Lemos (Universidade de Lisboa) e Doutor Abílio Aires. Dos pontos «Movimentos rígidos com um ponto fixo; efeito giroscópio» e «Determinação das leis de probabilidade de uma variável aleatória» — foram argüentes os Profs. Doutor Rodrigo Sarmento de Beires e Doutor Abílio Aires.

MOVIMENTO MATEMÁTICO ESPANHOL

A «Gazeta de Matemática» apresenta aos seus leitores uma resenha informativa sôbre o movimento matemático em Barcelona relativo ao ano escolar 1943-44.

A notícia que publicamos é devida ao nosso colaborador em Barcelona, Prof. Dr. Francisco Sanvisens.

CURSOS COMPLEMENTARIOS DESARROLLADOS EN EL SEMINARIO MATEMATICO DE BARCELONA

Transformaciones birracionales, por el doctor D. Antonio Torroja

1. Sistemas lineales de curvas planas. — 2. Estudio de la transformación cuadrática en el plano. Elementos fundamentales. Casos limites. — 3. Transformada de una curva algébrica. Análisis de sus elementos singulares. Invariantes. — 4. Transformaciones birracionales en el plano. Elementos fundamentales. — 5. Transformada de una curva algébrica. — 6. Producto de transformaciones birracionales. Teorema de Clifford-Noether-Rosanes. — 7. Sistemas lineales de superficies. — 8. Transformaciones birra-

cionales en el espacio. Estudio de sus elementos fundamentales. — 9. Transformaciones birracionales particulares. — 10. Transformación cuadrática. — 11. Transformadas de una curva y de una superficie algébricas. Análisis de sus elementos singulares. — 12. Grupos de transformaciones birracionales.

Curso de Análisis superior, por el Prof. J. M. Orts

I — *Los teoremas de Picard.* — 1. Estudio de las correspondencias definidas por funciones holomorfas. 2. La homografia en el plano complejo y el principio elemental de simetria. — 3. El grupo modular y su dominio fundamental. — 4. El principio de simetria y la prolongación analítica. — 5. Estudio de la función modular. — 6. Los teoremas de Picard. — 7. Teoremas de Landau, Caratheodory y Schottky.

II — *Los conjuntos normales de funciones y el problema de la representación conforme.* — 1. Sucesiones convergentes de funciones. — 2. Sucesiones de funciones holomorfas. — 3. Propriedades de los conjuntos de funciones holomorfas. — 4. Conjuntos normales. — 5. Regiones lagunares o excepcionales. — 6. Conjuntos que admiten dos valores excepcionales. — 7. Los conjuntos normales y los teoremas de Picard. — 8. Conjuntos casi-normales de funciones holomorfas. — 9. Aplicación de los conjuntos normales al problema de la representación conforme.

Iniciación de la Mecánica atómica, por el Prof. Polit

1. Nociones de Dinámica analítica. — 2. Cuantización de movimentos periódicos con especial aplicación a los átomos hidrogenoides. — 3. Paso de la Mecánica clásica a la Mecánica ondulatoria. — 4. Ecuación de Schrödinger; aplicación a los átomos hidrogenoides. — 5. Métodos aproximados para la integración de la ecuación de Schrödinger.

Curso de Geometria superior, por el Prof. Botella Raduán

I — Geometría diferencial de una superficie. — Geometria diferencial de una curva. Fórmulas de Frenet. Primera y segunda fórmula fundamental de la geometría diferencial de una superficie. Teorema de Meussnier. Fórmula de Euler. Curvatura total y media. Líneas asintóticas y conjugadas. Direcciones principales. Líneas de curvatura. Sistema ortogonal triplemente infinito de superfícies. Teorema de Olinde-Rodrigues. Superfícies de curvatura constante. Superfícies de área mínima. Superfícies regladas. Desarrollables.

II — *Geometría intrínseca de una superficie.* — Coordenadas curvilíneas. Ecuaciones de Gauss y Codazzi. Fórmulas de Weingarten. Símbolos de Christoffel. Consideraciones sobre la aplicación de los resultados anteriores al estudio intrínseco. Vector respecto de la superficie, con sentido independiente del ambiente. Tensor. Tnsor fundamental. Vector diferencial con sentido intrínseco para la superficie. Derivación covariante. Paralelismo en la superficie. Desplazamiento de Levy-Civita. Geodésicas. Coordenadas geodésicas. Estudio de especiales sistemas de coordenadas. Estudio de relaciones vectoriales respecto de la superficie a través del paralelismo en el plano osculador. Consecuencias. Sentido intrínseco de la curvatura. Curvatura íntegra.

III — *Espacios a conexión afin y proyectiva.* — Generalización del estudio intrínseco de una superficie. Espacios de Riemann. Propriedades características. Espacios a conexión afín. Vector en el espacio. Paralelismo y equipolencia. Tensores. Sentido geométrico de un espacio a conexión afín en relación con el ambiente. Geodésicas. Coordenadas geodésicas. Estudio de espacios a conexión afin especiales que cumplen ciertas condiciones vectoriales deducidas de la consideración del paralelismo y equipolencia en el espacio osculador. Espacios a conexión afín métrica. Condiciones. Sentido geométrico del espacio-métrico en relación con el ambiente. Grupo de movimientos. El espacio de Riemann como caso particular del espacio métrico. Curvatura. Expresión analítica de la curvatura. Casos especiales. Espacios a conexión proyectiva.

IV — *Propiedades de los sistemas de coordenadas de un espacio.* — Equipolencia en un ciclo. Expresión analítica de la curvatura según el sistema de coordenadas.

Curvatura en un espacio de Riemann con discontinuidades de los componentes del tensor fundamental. Curvatura lineal, según Cartán. Una definición de curvatura superficial en sistemas especiales de coordenadas.

Curso de Mecánica celeste, por el Prof. D. Francisco Sanvisèns

Tema: Figuras de equilibrio de una masa líquida en rotación.

CUESTIONARIO

I. — *Preliminares:* Teoría del potencial. Polinomios de Legendre. Funciones esféricas. Funciones de Lamé. Productos de Lamé. Funciones de Lamé de segunda especie.

II. — *Figuras de equilibrio de una masa homogénea en rotación:* Elípsoides de Maclaurin. Elipsoides de Jacobi. Figuras de equilibrio vecinas de los elipsoides de Maclaurin y de Jacobi. Trabajos de Poincaré y Liapounoff. Elipsoides de bifurcación. Estabilidad de las figuras de equilibrio. Equilibro de una masa líquida homogénea en rotación sometida a la tensión superficial.

III — Figuras de equilibrio de una masa heterogénea en rotación: Condiciones generales de equilibrio hidrodinámico. Evolución de las figuras de equilibrio. La figura de la Tierra. Problemas de Clairaut y de Poincaré. Cálculos en segunda aproximación.

Curso sobre Teoria de grupos y Algebra lineal, por el prof. D. Juan Augé Farreras

Ideas generales sobre teoría de conjuntos. Potencia, número cardinal, ordenación.

Teoría de grupos. Subgrupos, divisores normales, clases adjuntas. Isomorfismo y homomorfismo. Grupo factor.

Estruturas ālgebraicas: Anillos, campos de integridad, hemicuerpos, cuerpos, espacios vectoriales, sistemas hipercomplejos. Homomorfismos e isomorfismos. Ideales, clases de restos. Campo de polinomios.

Grupos con operadores. Series normales y series de composición. Producto directo.

Algebra lineal. Módulo de formas lineales. Matrices. Módulo con relación a un hemicuerpo. Ecuaciones lineales. Módulos en anillos euclídeos Divisores elementales de Weierstrass. Teorema fundamental sobre grupos abelianos. Forma normal para una matriz en um cuerpo conmutativo. Formas cuadráticas y hermitianas. Teoría general de la representación de grupos.

Escuela especial de ingenieros industriales

Por D. Damián Aragonés Puig, Ingeniero Industrial y Profesor titular de dicha Escuela, fué desarrolado un curso de seis conferencias sobre los seguientes temas: 1. Funciones de variable compleja. — 2. Derivación. — 3. Integración. — 4. Integral de Cauchy.—5. Desarrollo en serie.—6. Representación conforme.

Ingreso del Prof. Dr. D. José M. Orts Aracil en la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona

A mediados del curso pasado, tuvo lugar el ingreso en dicha corporatión, del Académico electo Dr. D. José M.ª Orts y Aracil, Profesor de Análisis matemático en la Universidad de Barcelona y Miembro del Consejo Superior de Investigaciones Cientificas.

El trabajo del recipiendario versó sobre el tema: «Convergencia de variables aleatorias» que constituye uno de los capítulos centrales de la moderna teoría de dichas variables, no solo en el orden puramente especulativo, sino también por sus repercusiones en los problemas de la física actual.

MATEMÁTICAS ELEMENTARES

EXAMES DE APTIDÃO ÀS ESCOLAS SUPERIORES (1944)

Licenciaturas em ciências fisico-quimicas e em ciências matemáticas, cursos preparatórios das escolas militares e de engenheiro geógrafo — I.ª prova — Julho de 1944 — Ponto n.º 4.

1926 — Determine m de modo que a equação $(2m-1)\,x^2+2\,(1-m)\,x+3m=0$ tenha a soma dos quadrados das raízes igual a 4. R: *Designemos por* x_1 *e* x_2 *as raízes da equação. Pelo enunciado do problema é* $x_1^2+x_2^2=4$. *Por outro lado é* $x_1+x_2=-2\,(1-m):(2m-1)$ *e* $x_1\,x_2=3m:(2m-1)$. *Da igualdade* $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1\,x_2$, *deduz-se, por substituição, que,* $4\,(1-m)^2:(2m-1)^2-2\;3m:(2m-1)=4$ *ou seja* $12m^2-7m=0$, *equação cujas raízes,* $m_1=0$ *e* $m_2=7/12$, *são as soluções do problema.*

1927 — Indique o número de soluções inteiras e positivas de cada uma das equações seguintes: 1.ª $2x-4y=7$; 2.ª, $2x-4y=6$. Justifique a resposta. R: *A primeira não tem soluções inteiras por os coeficientes das incógnitas admitirem um divisor comum que não divide o termo independente. A segunda tem uma infinidade de soluções inteiras e positivas porque, admitindo soluções inteiras, os coeficientes das incógnitas são de sinais contrários.*

1928 — Determine dois números ímpares consecutivos tais que a diferença dos seus quadrados seja 8.000. R: *Sejam* $2x-1$ *e* $2x+1$ *os dois inteiros ímpares consecutivos. Será, pelo enunciado,* $(2x+1)^2-(2x-1)^2=8000$ *ou* $8x=8000$ *e* $x=1000$, *e os inteiros são* 1999 *e* 2001.

1929 — Verifique a identidade $\operatorname{tg} a=\dfrac{\operatorname{tg} 2a}{1+\sec 2a}$

R: $\operatorname{tg} 2a:(1+\sec 2a)=(\operatorname{sen} 2a/\cos 2a):(1+1/\cos 2a)=\operatorname{sen} 2a:(1+\cos 2a)=2\operatorname{sen} a\cos a:(1+\cos^2 a-\operatorname{sen}^2 a)=2\operatorname{sen} a\cos a:2\cos^2 a=\operatorname{tg} a$.

1930 — Numa circunferência cujo diâmetro mede 35,43 m está traçada uma corda cujo comprimento é 13,25 m. Calcule, por logarítmos, o ângulo que a corda faz com a semi-recta tirada de um dos seus extremos para o centro. R: *Como se sabe, se fôr* 1 *a corda,* R *o raio do círculo e* $\alpha/2$ *a medida de metade do arco que*