

III—*Figuras de equilibrio de una masa heterogénea en rotación*: Condiciones generales de equilibrio hidrodinámico. Evolución de las figuras de equilibrio. La figura de la Tierra. Problemas de Clairaut y de Poincaré. Cálculos en segunda aproximación.

Curso sobre Teoría de grupos y Álgebra lineal, por el prof. D. Juan Augé Ferreres

Ideas generales sobre teoría de conjuntos. Potencia, número cardinal, ordenación.

Teoría de grupos. Subgrupos, divisores normales, clases adjuntas. Isomorfismo y homomorfismo. Grupo factor.

Estructuras algebraicas: Anillos, campos de integridad, hemicuerpos, cuerpos, espacios vectoriales, sistemas hipercomplejos. Homomorfismos e isomorfismos. Ideales, clases de restos. Campo de polinomios.

Grupos con operadores. Series normales y series de composición. Producto directo.

Álgebra lineal. Módulo de formas lineales. Matrices. Módulo con relación a un hemicuerpo. Ecuaciones lineales. Módulos en anillos euclídeos. Divisores elementales de Weierstrass. Teorema fundamental sobre grupos abelianos. Forma normal para una matriz en un cuerpo conmutativo. Formas cuadráticas

y hermitianas. Teoría general de la representación de grupos.

Escuela especial de ingenieros industriales

Por D. Damián Aragonés Puig, Ingeniero Industrial y Profesor titular de dicha Escuela, fué desarrollado un curso de seis conferencias sobre los siguientes temas: 1. Funciones de variable compleja.—2. Derivación.—3. Integración.—4. Integral de Cauchy.—5. Desarrollo en serie.—6. Representación conforme.

Ingreso del Prof. Dr. D. José M. Orts Aracil en la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona

A mediados del curso pasado, tuvo lugar el ingreso en dicha corporación, del Académico electo Dr. D. José M.<sup>a</sup> Orts y Aracil, Profesor de Análisis matemático en la Universidad de Barcelona y Miembro del Consejo Superior de Investigaciones Científicas.

El trabajo del recipiendario versó sobre el tema: «Convergencia de variables aleatorias» que constituye uno de los capítulos centrales de la moderna teoría de dichas variables, no solo en el orden puramente especulativo, sino también por sus repercusiones en los problemas de la física actual.

## MATEMÁTICAS ELEMENTARES

EXAMES DE APTIDÃO ÀS ESCOLAS SUPERIORES (1944)

Licenciaturas em ciências físico-químicas e em ciências matemáticas, cursos preparatórios das escolas militares e de engenheiro geógrafo — I.<sup>a</sup> prova — Julho de 1944 — Ponto n.º 4.

1926 — Determine  $m$  de modo que a equação  $(2m-1)x^2 + 2(1-m)x + 3m = 0$  tenha a soma dos quadrados das raízes igual a 4. R: Designemos por  $x_1$  e  $x_2$  as raízes da equação. Pelo enunciado do problema é  $x_1^2 + x_2^2 = 4$ . Por outro lado é  $x_1 + x_2 = -2(1-m) : (2m-1)$  e  $x_1 x_2 = 3m : (2m-1)$ . Da igualdade  $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$ , deduz-se, por substituição, que,  $4(1-m)^2 : (2m-1)^2 - 2 \cdot 3m : (2m-1) = 4$  ou seja  $12m^2 - 7m = 0$ , equação cujas raízes,  $m_1 = 0$  e  $m_2 = 7/12$ , são as soluções do problema.

1927 — Indique o número de soluções inteiras e positivas de cada uma das equações seguintes: 1.<sup>a</sup>  $2x - 4y = 7$ ; 2.<sup>a</sup>,  $2x - 4y = 6$ . Justifique a resposta. R: A primeira não tem soluções inteiras por os coeficientes das incógnitas admitirem um divisor comum que não divide o termo independente. A segunda tem uma

infinitude de soluções inteiras e positivas porque, admitindo soluções inteiras, os coeficientes das incógnitas são de sinais contrários.

1928 — Determine dois números ímpares consecutivos tais que a diferença dos seus quadrados seja 8.000. R: Sejam  $2x-1$  e  $2x+1$  os dois inteiros ímpares consecutivos. Será, pelo enunciado,  $(2x+1)^2 - (2x-1)^2 = 8000$  ou  $8x = 8000$  e  $x = 1000$ , e os inteiros são 1999 e 2001.

1929 — Verifique a identidade  $\operatorname{tg} a = \frac{\operatorname{tg} 2a}{1 + \sec 2a}$   
R:  $\operatorname{tg} 2a : (1 + \sec 2a) = (\operatorname{sen} 2a / \cos 2a) : (1 + 1/\cos 2a) = \operatorname{sen} 2a : (1 + \cos 2a) = 2 \operatorname{sen} a \cos a : (1 + \cos^2 a - \operatorname{sen}^2 a) = 2 \operatorname{sen} a \cos a : 2 \cos^2 a = \operatorname{tg} a$ .

1930 — Numa circunferência cujo diâmetro mede 35,43 m está traçada uma corda cujo comprimento é 13,25 m. Calcule, por logaritmos, o ângulo que a corda faz com a semi-recta tirada de um dos seus extremos para o centro. R: Como se sabe, se  $f$ ôr  $l$  a corda,  $R$  o raio do círculo e  $\alpha/2$  a medida de metade do arco que

