

culo XIX, apregoava mesmo a necessidade de «renunciar a considerar as quantidades negativas como seres reais» e exaltava o papel da intuição.

Tendências Modernas. O desenvolvimento vertiginoso da Matemática no século XX, veio porém demonstrar a necessidade e utilidade dos métodos racionais, em particular da unificação de disciplinas que até então eram estudadas separadamente, reduzindo-se a pó o cepticismo anteriormente referido. Esta tendência da Matemática moderna tem naturalmente as suas repercussões no estudo da teoria dos números e permite encará-la sob novos aspectos.

Para que a *Aritmética* se possa chamar *Racional* é indispensável que ela seja apresentada sob a forma duma teoria dedutiva, e para isso é necessário distinguir cuidadosamente as *proposições primitivas* das *proposições demonstráveis*.

Sem esta distinção o estudo da *Aritmética* tem um carácter nebuloso que torna impossível o entendimento de qualquer demonstração.

Um estudo crítico aturado demonstrou, porém, que a *Aritmética* se pode organizar como uma teoria dedutiva de muitas e variadas maneiras.

A nossa atenção pode então ser dirigida para a estrutura das diversas teorias. Como a ordem em que «aparecem» os «teoremas» pode variar com uma certa latitude, surge a tendência para *Racionalizar* a própria *Aritmética Racional*.

Essa racionalização pode ser feita de forma a abreviar o estudo, economizar o esforço, aliviar a memória e obter um conhecimento mais profundo da própria teoria. Os autores deste livro visaram (além de tudo isto) o objectivo fundamental do ensino da *Aritmética Racional* no liceu: «preparar o aluno para prosseguir estudos superiores.»

MOVIMENTO MATEMÁTICO

CONGRESSO PARA O AVANÇO DAS CIÊNCIAS—CÓRDOVA—OUTUBRO DE 1944

A «Gazeta de Matemática» apresenta neste número uma rápida resenha dos trabalhos de matemática apresentados na 1.ª secção do Congresso Luso-Espanhol. Os Profs. Ruy Luis Gomes e Bento de Jesus Caraça do Centro de Estudos de Matemática da Faculdade de Ciências do Pôrto e do Centro de Estudos de Matemáticas Aplicadas à Economia do Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras, respectivamente, relatam a participação portuguesa e o Prof. Sixto Ríos da Universidade de Madrid refere a participação espanhola.

O Centro de Estudos de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade do Pôrto apresentou ao Congresso de Cordova os seguintes trabalhos:

A—«*Álgebra Moderna*»: ANTÓNIO DE ALMEIDA E COSTA: 1—*Sobre os anéis semi-primários*. 2—*Sobre um teorema dos corpos comutativos*.

B—«*Análise*»: JOSÉ GASPAR TEIXEIRA: *Sobre uma certa classe de polinómios de coeficientes complexos*.

C—«*Teoria Geral da Medida e da Integração*»: LUÍS NEVES REAL: *Sobre a construção algébrica da teoria geral da medida*; RUY LUÍS GOMES: *Sobre a definição algébrica de integral em espaços abstractos*.

D—«*Topologia*»: ALFREDO PEREIRA GOMES: *Sobre a a noção de espaço compacto*; ANTÓNIO MONTEIRO: *Caracterização dos espaços topológicos mais gerais determinados pela família dos conjuntos fechados*; MARIA O. BOTELHO e MARIA H. COSTA FERREIRA: *Caracterizações simples dos espaços de Kuratowski*.

O Centro de Estudos de Matemáticas Aplicadas à Economia do Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras participou no Congresso de Córdoba de Outubro de 1944 com a apresentação de três trabalhos individuais e um colectivo.

Os trabalhos individuais foram:

a) *Os polinómios* $Q(x)$ e $G(x)$ como resultados da ortogonalização dos sistemas $[f_k = (-1)^k \cdot n^k \cdot x^k]$ e $[f_k = \frac{(x)_k \cdot m^{k/2}}{\sqrt{x!}}]$ pelo assistente Dr. Alfredo Miranda.

b) *Sobre os conceitos de regime de capitalização e de equivalência financeira*, pelo assistente Dr. Augusto Sá da Costa (actualmente em Zürich).

c) *Sobre a população portuguesa*, pelo assistente Dr. João Remy Freire.

O trabalho colectivo foi a seguinte Proposta apresentada e discutida na 1.ª Secção (Matemáticas e Astronomia) do Congresso:

«1. É de todos sabido que, por falta duma tábua de mortalidade portuguesa, todos os estudos e determinações actuariais em Portugal têm sido sempre feitos sobre a base de tábuas de mortalidade, gerais e especiais, estrangeiras.

2. Os inconvenientes que daí resultam, já patentes actualmente, tornar-se-ão ainda maiores quando amanhã o problema da previdência ultrapassar definitivamente a fase privada, de que agora começa a sair, para se entrar numa larga política de previdência social.

3. Não são apenas os elementos que habitualmente figuram numa tábua de mortalidade que faltam — é todo o estudo teórico da variação populacional portuguesa que está por fazer.

4. Julga-se que tal estudo deve interessar igualmente à Espanha e que haverá, portanto, vantagem em que êle seja prosseguido paralela e coordenadamente nos dois países.

5. Em vista disso, o Centro de Estudos de Matemáticas Aplicadas à Economia (Universidade Técnica de Lisboa) propõe à Associação Luso-Espanhola para o Progresso das Ciências que promova a realização coordenada de trabalhos nos dois países, tendentes:

a) À determinação de funções e coeficientes de variação populacional nas diferentes regiões da Península Ibérica e sua unificação possível.

b) Ao estudo da distribuição, suas características e evolução da distribuição da população por idades, nas diferentes regiões peninsulares.

c) À coordenação da recólha de dados demográficos pelos organismos estatísticos dos dois países.

d) À obtenção, como objectivo final, de tábuas de mortalidade regionais e, se possível, duma tábua de mortalidade peninsular».

Esta proposta foi aprovada por unanimidade.

Noticia de los trabajos de Matemáticas presentados en el Congreso:

1.—L. PÉREZ-CACHO. — *El último teorema de Fermat y los teoremas de irreducibilidad algebraica.*

Llega entre otros notables resultados al siguiente: el último teorema de Fermat queda reducido a demostrar que la ecuación $z^2 - a^n z + a = 0$ es irreducible en $K(I)$ siendo a um número de este cuerpo.

2.—L. PÉREZ-CACHO. — *Sobre los números de Mersenne.*

Apyándose sobre el teorema de Euler y sobre la propiedad según la cual los divisores de los núme-

ros de Mersenne son de la forma $8k \pm 1$ (k natural), demuestra la congruencia fundamental: $A + B \equiv 2^n \pmod{n^2}$ de la cual deduce $A + B \equiv 0 \pmod{16}$ de que obtiene notables consecuencias.

2.—L. PÉREZ-CACHO. — *Divisiones del cuerpo cuadrático $X^2 - 5$.*

Demuestra que dichos números son 2, 5 y los números primos terminados en 1 ó en 9, de lo cual deduce interesantes consecuencias para sus resultados relativos a los números de Mersenne.

3.—D. ORTIZ RIBAS. — *Algunos casos de radicación abreviada o rapidísima.*

Exposición detallada de algunas reglas abreviadas para obtención de raíces, basada en la conocida igualdad aproximada $(1+a)^n \sim 1+na$.

4.—J. R. FUENTES MIRAS. — *La falta de contradicción en la Matemática. Rasgos generales del logicismo, formalismo e intuicionismo.*

Exposición clara de los trabajos contemporáneos para la fundamentación de la Matemática, en sus tres tendencias fundamentales.

5.—C. SAENZ GARCÍA. — *Un problema ingenieril y diversas sugerencias matemáticas.*

Estudio geométrico de algunos problemas de mínimos en relación con el problema de ingeniería que se refiere a la construcción de depósitos reguladores de los abastecimientos de agua.

6.—R. DE LA HOZ ARDERÍUS. — *Una simplificación para la práctica de la integración gráfica.*

Modificación de los métodos, bien conocidos, de construcción de la curva integral y simplificación del dispositivo para su realización mecánica.

7.—S. RÍOS. — *Sobre la reordenación de series de Dirichlet.*

Dos teoremas relativos a la prolongación analítica de series de Dirichlet por alteración del orden de los términos, que precisan algunos resultados anteriores del autor.

CENTRO DE ESTUDOS DE MATEMÁTICAS APLICADAS À ECONOMIA (I. S. C. E. F.)

MÉTODO DOS MENORES QUADRADOS

Com início no passado mês de Novembro, o Dr. João Remy Teixeira Freire realizou neste Centro um curso de cinco sessões sobre o assunto em epigrafe, destinado a pessoas com habilitação equivalente à de um curso de Matemáticas Gerais, mas especialmente dedicado àquelas que pretendam fazer a sua aplicação a assuntos econométricos ou demográficos.

ECONOMETRIA

O Prof. Dr. Bento de Jesus Caraça fez recentemente duas lições neste Centro. Na primeira expôs sumariamente os objectivos desta Ciência e os seus fundamen-

tos. Na segunda referiu-se a alguns dos problemas mais importantes da Econometria. Expôs, dentro desta ordem de idéias, o plano de trabalho do Centro para o presente ano lectivo. Êsse plano compreende:

a) Um estudo teórico e prático da distribuição dos rendimentos e da determinação da riqueza nacional;

b) A determinação de algumas funções de procura e oferta do nosso mercado e de funções-custo de produção;

c) Estudo de demografia matemática tendente à determinação das características da população portuguesa e de uma tábua de mortalidade geral portuguesa.

FACULDADE DE CIÊNCIAS DO PORTO — DOUTORAMENTOS

Em 19 e 20 de Junho de 1944 realizaram-se na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto as provas de doutoramento do assistente Jayme Ríos de Souza. No 1.º dia foram argüentes os Profs. Drs. Scipião de Carvalho e Augusto Queiroz para os pontos «Integrais Abelianas» e «O tetraedro regular em projecção paralela», respectivamente, no 2.º dia foi discutida a tese «Estudo de algumas funcionais e sua aplicação à resolução de equações de derivadas parciais» pelos Profs. Drs. Scipião de Carvalho e A. Mardureira e Sousa.

Em 14 e 15 de Dezembro de 1944 na mesma Faculdade prestou provas para obter o grau de doutor o assistente Gonçalves Miranda. Os pontos do primeiro dia foram «Espaços de Hilbert e suas aplicações à Mecânica Quântica» e «Teorema limite de Probabilidade (de Laplace-Tchebicheff)» e argüentes, respectivamente, os Profs. Drs. Ruy Luís Gomes e Abílio Aires; no último dia foi discutida a tese «Multiplicações vectoriais associativas e modulares. Representações geométricas» pelos Profs. Drs. Augusto Queiroz e Ruy Luís Gomes.

SÔBRE O MOVIMENTO MATEMÁTICO ESPANHOL

Algumas informações. — Reforma universitária: Programas da licenciatura em ciências matemáticas

1.—El Prof. António J. Flores ha obtenido últimamente resultados de un interés fundamental en el campo de la Física teórica y también en diversas ramas de la Topología.

2.—El Prof. R. San Juan explica durante el año académico 1944-45 un curso sobre Funciones euasianalíticas, en la Fundación Conde de Cartagena de la R. Academia de Ciencias de Madrid.

3.—El Prof. T. R. Bachiller explica un curso sobre Grupos Topológicos en el Instituto Jorge Juan.

4.—El Prof. S. Ríos explica un curso sobre la Representación analítica de funciones reales en la Fundación C. de Cartagena de la R. Academia de Ciencias de Madrid.

Sección de Matemáticas.

Primer curso (cuatrimestres primero y segundo): Análisis matemático, primero (Álgebra lineal, Algoritmos indefinidos, Cálculo diferencial y aplicaciones): cuatro horas semanales de clase y dos de sesión práctica.

Geometría y Trigonometría (estudio sintético del espacio euclídeo y proyectivo, Trigonometría, Sistemas de representación): cuatro horas semanales de clase y dos de sesión práctica.

Física experimental, tres horas semanales de clase y una de sesión práctica.

Teoría de conocimiento (sólo en primer cuatrimestre y voluntaria), dos horas semanales de clase.

Segundo curso (cuatrimestres tercero y cuarto): Análisis matemático, segundo (Cálculo integral, aplicaciones. Teoría clásica de ecuaciones. Ecuaciones diferenciales ordinarias elementales), cuatro horas semanales de clase y dos de sesión práctica.

Geometría analítica, cuatro horas semanales de clase y dos de sesión práctica.

Física teórica, primero (Mecánica y Termología), tres horas semanales de clase y una de sesión práctica.

Astronomía general y Topografía, tres horas semanales de clase y dos de sesión práctica.

Tercer curso (cuatrimestres quinto y sexto): Análisis matemático, tercero (Ecuaciones diferenciales, Ecuaciones integrales, Cálculo de variaciones), cuatro horas semanales de clase y dos de sesión práctica.

Geometría proyectiva, tres horas semanales de clase y una de sesión práctica.

Cálculo de probabilidades, tres horas semanales de clase y una de sesión práctica.

Física teórica, segundo (Óptica y Electricidad): Tres horas semanales de clase y una de sesión práctica.

Cuarto curso (cuatrimestres séptimo y octavo): Análisis matemático, cuarto (funciones de variable compleja), cuatro horas semanales de clase y dos de sesión práctica.

Geometría descriptiva, tres horas semanales de clase y una de sesión práctica.

Mecánica teórica (principios de Dinámica analítica y mecánica relativista), cuatro horas semanales de clase y dos de sesión práctica.

Estadística matemática, cuatro horas semanales de clase y dos de sesión práctica.

Quinto curso (cuatrimestres noveno y diez): Análisis matemático, quinto (Funciones reales, Cálculo funcional) dos horas semanales de clase y una de sesión práctica.

Geometría diferencial, dos horas semanales de clase y una de sesión práctica.

Física matemática. dos horas semanales de clase y una de sesión práctica.

(A elegir dos asignaturas entre Astronomía esférica y Geodesia, Topología, Álgebra superior, Geometría algebraica, Teoría de números) cuatro horas semanales de clase y dos de sesión práctica.

En todos los cursos habrá un Seminario Matemático dirigido por un catedrático o miembro del Consejo Superior de Investigaciones Científicas.