$$\frac{(x-a)\sqrt{x-a}+(x-b)\sqrt{x-b}}{\sqrt{x-a}+\sqrt{x-b}}=(x-a)-\sqrt{(x-a)(x-b)}+$$

$+(x-b)$ *vem* $(x-a)-\sqrt{(x-a)(x-b)}+(x-b)=a-b$ *ou* $\sqrt{(x-a)(x-b)}=2(x-a)$, *e, elevando ambos os termos ao quadrado,* $4(x-a)^2=(x-a)(x-b)$. *As raízes desta equação são as raízes das equações* $x-a=0$ *e* $4(x-a)=x-b$ *ou sejam as raízes* $x=a$ *e* $x=\dfrac{4a-b}{3}$. *Ambas as raízes satisfazem à equação dada.*

Solução de Carlos A. Gonçalves Gomes (do Pôrto).

Enviaram também soluções correctas: Fernando R. D. Agudo (de Lisboa); J. S. Faria de Abreu (de Penafiel); Marcelino Guedes de Sousa (do Pôrto); e T. Ferreira Rato (S. Tiago de Cabo Verde).

1898 — Dividir o volume dum cone recto de revolução, em média e extrema razão, por um plano paralelo à base. R: *Seccionando um cone por um plano paralelo à base, obtemos um cone semelhante ao primeiro e um tronco de cone. Suponhamos que o volume do cone parcial* v *é maior que o do tronco e seja* V *o volume do cone total. Entre êstes volumes deverá existir a relação* $v=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}V$. *Mas os volumes de sólidos semelhantes estão entre si como os cubos de duas linhas homólogas, portanto* $h'^3/h^3=v/V$ *donde*

$$(\alpha)\qquad h'^3=\frac{\sqrt{5}-1}{2}h^3 \quad ou \quad h'=h\sqrt[3]{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}.$$

O cone deve ser seccionado por um plano paralelo à base a uma distância h' *do vértice dado pela relação* (α). *Suponhamos agora que o volume* v' *do tronco é maior que o do cone parcial. Entre* v' *e* V *existe a relação* $v'=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}V$ *e o volume do cone parcial* v *será*

$$v=V-v'=V-\frac{\sqrt{5}-1}{2}V=\frac{2-\sqrt{5}+1}{2}V=\frac{3-\sqrt{5}}{2}V$$

mas, como vimos, $v/V=h''^3/h^3$ *e, portanto,*

$$(\beta)\qquad h''^3=\frac{3-\sqrt{5}}{2}h^3 \quad ou \quad h''=\sqrt[3]{\frac{3-\sqrt{5}}{2}}\,h.$$

Neste caso, a secção deve ser feita a uma distância h'' *do vértice dada pela expressão* (β).

Solução de Paul Richard (de Portalegre).

Enviaram também soluções correctas: Alberto Paes (de Lisboa); F. R. D. Agudo (de Lisboa); e J. S. Faria de Abreu (de Penafiel).

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de matemática de que os autores ou editores enviarem dois exemplares à Redacção

42 — HARDY, G. H. E ROGOSINSKI, W. W. — **Fourier Series** — Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics, No. 38 — London — 1944.

Oferta do «British Council» por intermédio do Instituto Britânico em Portugal.

Como é sabido, as séries trigonométricas foram consideradas pela primeira vez por D. Bernoulli no estudo do problema das cordas vibrantes. Bernoulli mostrou que a solução mais geral da equação

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

do movimento duma corda vibrante com os extremos fixos $(0,0)$ e $(1,0)$ tem a forma

$$y=\sum_1^\infty a_n \operatorname{sen}\frac{n\pi x}{l}\cos\frac{n\pi a t}{l}.$$

Séries dêste tipo foram utilizadas também por Fourier para a representação de certas funções $f(x)$ em problemas relacionados com a condução do calor. A teoria das séries de Fourier foi largamente desenvolvida por Poisson, Cauchy, Harnack, Dirichlet, Riemann, Cantor, Hurwitz, Fejér, Lebesgue, etc. Actualmente esta teoria tomou uma orientação diferente da estabelecida por êstes matemáticos, tendo sido influenciada por certos ramos da matemática moderna, em especial pela teoria da medida-L.

No livro de G. H. Hardy e W. W. Rogosinski, *Fourier Series* da série «Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics», os autores começam por indicar a conexão íntima entre a teoria das séries trigonométricas e a teoria das funções harmónicas e analíticas de que aquela é uma parte. Seguidamente apresentam algumas definições referentes à teoria geral da medida, teoria geral da integração, afim de introduzir as noções de espaço L^p, sua métrica, espaço de Hilbert e sistemas ortogonais num L^α. As séries de Fourier são classes especiais de séries ortogonais convergentes ou somáveis; assim, no capítulo II, vem exposta uma teoria geral de séries ortogonais num espaço de Hilbert, particularizando no capítulo III alguns resultados e adaptando-os às séries de Fourier. O capítulo IV é reservado ao estudo da convergência das séries de Fourier. Até recentemente, julgou-se ser êste o problema central da teoria das séries de Fourier e nesta ordem de idéias foi êste que maior desenvolvimento teve. Os pontos de vista actuais mostram todavia que a noção de convergência pode ser tomada num sentido muito mais lato e englobar as noções de convergência forte, convergência fraca e diferentes tipos de somabilidade; dêste modo eliminam-se certas limitações necessárias no estudo da convergência vulgar. No capítulo V, a propósito da somabilidade das séries de Fourier, os autores introduzem alguns pontos de vista pessoais no sentido da determinação do conjunto dos pontos de somabilidade e duma sistematização de diversos tipos de somabilidade. Ocupam-se a seguir, capítulo VI, de algumas aplicações dos teoremas estabelecidos nos capítulos anteriores e dedicam o capítulo VII ao estudo das séries gerais trigonométricas. O livro termina com uma série de notas e complementos elucidativos do texto e respectiva bibliografia.

Êste trabalho pressupõe o leitor já iniciado nos conhecimento da teoria geral das séries de Fourier e da teoria da medida e integração-L.

Resumindo: trata-se duma exposição clara e actualizada da teoria das séries de Fourier, que constitui também uma boa introdução à monografia de Zygmund da colecção de monografias sôbre a teoria das funções, publicada em Varsóvia sob a direcção de Sierpinski.

Ruy Luís Gomes

PERIÓDICOS CIENTÍFICOS RECEBIDOS

Argentina

Boletin Matematico — (Buenos Aires) — Revista argentina de Matemática — Ano XVII, n.os 1-4 e 5, 1944.

Brasil

Revista Politécnica — (S. Paulo) — Ano 39.º, n.º 144, Maio de 1944.

Cuba

Revista de la Socidade Cubana de Ciencias Físicas y Matemáticas — Universidad de La Habana — Vol 1, n.os 1 e 2.

Espanha

Euclides — (Madrid) — Revista mensual de Ciencias Exactas, Físicas, Químicas, Naturales y sus Aplicaciones — Tomo IV, n.os 43 e 44, Setembro e Outubro de 1944.

Inglaterra

Biometrika — A journal for the statistical study of biological problems — Vol. XXXIII — parts I and II — 1943-1944, London. — (Oferta do «British Council» por intermédio do «Instituto Britânico em Portugal»).

The Journal of the London Mathematical Society — Vol. 19, Part 1, n.º 73 — January, 1944. — London.

The Mathematical Gazette — Vols. XXV (1941), XXVI (1942), XXVII (1943) e XXVIII, n.os 278 a 281 — 1944, Londres.

OUTRAS PUBLICAÇÕES RECEBIDAS

Álgebra e Trigonometria — 2.º ciclo do ensino liceal — por P. Campos Tavares. Edições Marânus, Pôrto, 1943.

Curso Prático de Geometria Descritiva — Humberto Meneses — Lisboa, 1943.

Fourier Series — por G. H. Hardy e W. W. Rogosinski — Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics — n.º 38 — Cambridge, 1944. (Oferta do «British Council» por intermédio do «Instituto Britânico em Portugal»).

Jacobian Elliptic Functions — por Eric Harold Neville — Oxford, 1944. (Oferta do «British Council» por intermédio do «Instituto Britânico em Portugal»).

Técnica — (Lisboa) — Revista de Engenharia dos Alunos do I. S. T. — n.º 150 — Novembro de 1944.

Publicações da Embaixada Britânica.

Publicações da Embaixada dos Estados Unidos da América do Norte.