

# MOVIMENTO MATEMÁTICO

JUNTA DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA (J. I. M.)

COLÓQUIOS DE ANÁLISE GERAL

Conforme o anunciado no n.º 18 da «Gazeta de Matemática», realizaram-se no Centro de Estudos Matemáticos do Pôrto, por iniciativa da Junta de Investigação Matemática, a partir de 22 de Janeiro, colóquios semanais, onde foram versados os seguintes assuntos:

I — **Álgebra Moderna** — *Elementos da Teoria dos Grupos*—5 colóquios por José Morgado; *Elementos da Teoria dos Anéis*—3 colóquios por J. Gaspar Teixeira; *Séries de Composição*—3 colóquios por Rui Verdial.

II — **Topologia Geral** — *Espaços de Sierpinski*—2 colóquios por António Monteiro; *Espaços acessíveis de Fréchet*—2 colóquios por António Monteiro; *Funções Contínuas*—3 colóquios por A. Pereira Gomes; *Relativização*—2 colóquios por M. Helena Ferreira; *Bases e Vizinhanças*—2 colóquios por A. Pereira Gomes.

III — **Teoria Geral da Medida** — *Introdução*—2 colóquios por Laureano Barros; *Medida à Jordan*—3 colóquios por Laureano Barros; *Introdução à medida à Borel*—1 colóquio por L. Neves Real;

*Medida à Borel*—3 colóquios por L. Neves Real; *Medida à Lebesgue*—1 colóquio por L. Neves Real.

Estavam também previstos colóquios sobre a *Teoria Geral da Integração* e *Teoria das Estruturas*, mas não se iniciaram por falta de tempo, ficando assim adiados para o próximo ano lectivo.

Estão já publicados onze cadernos, indicados na 2.ª página da capa da «Gazeta de Matemática».

As primeiras palestras assistiu um número considerável de estudantes e pessoas estranhas à Universidade, o que prova ter despertado grande interesse o programa de trabalhos esboçado. A frequência foi, porém, diminuindo, devido, entre outras, às razões seguintes: 1.ª Não houve uma introdução cuidadosa aos assuntos tratados; 2.ª A discussão não foi suficientemente fomentada; 3.ª Falta de exemplos elucidativos, que permitissem a ligação da matéria exposta com questões conhecidas da Análise Clássica.

O reconhecimento destas deficiências permite que se espere, para o próximo ano lectivo, uma modificação no regime de trabalhos, de forma que melhor se realizem os objectivos em vista.

Laureano Barros

## CENTRO DE ESTUDOS DE MATEMÁTICA DO PORTO

### SEMINÁRIO DE FÍSICA TEÓRICA

Prolongaram-se até fins de Maio passado as actividades do Seminário de Física Teórica anexo ao Centro dos Estudos de Matemática do Pôrto, dirigido este ano pelo Prof. A. Proca.

É de lamentar que a defeituosa organização dos nossos trabalhos escolares tenha mais, uma vez impedido que os alunos universitários interessados por questões de Física Teórica aproveitassem esta magnífica oportunidade de se iniciarem em trabalhos de investigação sob a direcção do grande orientador que é o Prof. A. Proca. Assim, os trabalhos do seminário resumiram-se numa série de lições—aliás muito úteis—realizadas semanalmente pelos Profs. A. Proca e R. Sarmiento de Beires. As primeiras, enquadradas no programa esboçado no n.º 18 da Gazeta, visaram o estudo teórico de partículas elementares—eléctron e mesão—

e a divulgação dos métodos da «segunda quantificação».

Sumários das lições realizadas (a partir das que foram referidas no n.º 18): 1. Les particules observables en Mécanique Quantique—2. Les probabilités en Mécanique Ondulatoire. Équations du mouvement—3. Équations générales des particules élémentaires. Introduction de la Relativité. Schéma de Dirac.—4. Propriétés générales des particules représentées par des équations type Dirac et analogues—5. Électron de Dirac. Aspect ondulatoire—6. Negatons. Cas d'un champ. Positons—7. Électrons libres. Compléments.—8. Électrons. Symetries. Ondes planes. Idée de la seconde quantification.—9. Ondes planes. Matérialisation. La seconde quantification.—10. Coup d'oeil général sur les particules élémentaires et leurs

lois de mouvement. — 11. Étude théorique des mésons. Mésons à fonction d'onde scalaire et réelle. Application à la seconde quantification. — 12. Mésons de spin nul. Quantification.

As lições do Prof. Sarmento de Beires podem ser divididas em duas categorias: — na 1.ª historiou-se detalhadamente o aparecimento da Mecânica Ondulatória até se estabelecer a equação de Shrödinger; como aplicação, estudou-se o problema da quantificação do átomo de hidrogénio segundo Shrödinger; — a 2.ª constou duma introdução matemática à Mecânica Quântica e da exposição dos seus princípios.

Sumários das lições realizadas (depois das anunciadas no n.º 18): 1. Grupos de ondas e a noção de velocidade de grupo. Aplicação ao estabelecimento das equações da Mecânica Ondulatória de Shrödinger — 2. Relações de incerteza de Heisenberg. Quantifi-

cação da energia no átomo de hidrogénio. Confronto com os resultados da teoria de Bohr-Sommerfeld. — 3, 4, 5, 6. Os princípios da Mecânica Quântica: a) Observáveis. b) Operadores. c) O método da Mecânica Quântica. Associação de operadores às grandezas físicas. Noção de probabilidade de estado. d) O espaço vetorial a  $n$  dimensões e o espaço de Hilbert. e) A significação da função de onda segundo Shrödinger e a hipótese das probabilidades de Born. f) Compatibilidade das grandezas físicas e permutabilidade dos respectivos operadores. Valores médios. Os valores médios e a mecânica clássica.

Como complemento duma lição do Prof. A Proca o aluno F. Soares David, da Faculdade de Ciências fez uma comunicação subordinada ao título: «Quantificação do átomo de hidrogénio na teoria de Dirac».

F. Soares David

## SÔBRE O PROGRAMA DAS PROVAS DE UM CONCURSO PARA ACTUÁRIO

por A. Sá de Costa (bolseiro em Zürich, do I. A. C.)

No n.º 18 da *Gazeta de Matemática* transcreve-se o programa das provas de um concurso para actuário.

Sem pôr em causa a competência profissional e as boas intenções dos organizadores do programa referido, temos de reconhecer que este não corresponde ao objectivo do concurso — ordenar linearmente os actuários concorrentes — e é revelador da tendência para o primário que o nosso meio acusa vincadamente.

Por este motivo, com exclusão expressa de qualquer outro, valerá a pena analisar resumidamente o caso.

A leitura do programa em causa, levada a cabo isoladamente, poderá levantar, na melhor das hipóteses, a leve suspeita de que se tratará de uma relação incompleta e um tanto desordenada de assuntos cujo conhecimento é necessário, mas não suficiente, para o actuário e cuja posse, portanto, o não caracteriza. E será de crer que a determinante dessa suspeita estará no texto modesto da alínea b) do programa e não no da alínea a), apesar da supremacia conferida às provas que a esta correspondem.

Com efeito, na alínea a) mencionam-se assuntos cujo conhecimento, como elementar, é legítimo exigir de todos os alunos dos dois primeiros anos de matemática das nossas escolas superiores (parágrafos 1.º e 2.º e, nalguns casos, 3.º e 7.º), ou assuntos que fazem parte dos elementos preparatórios ou subsidiários na formação do actuário (parágrafos 3.º a 7.º). E, boa parte dos assuntos referidos na alínea a) se incluem na preparação pre-universitária de muitos países europeus.

Por outro lado, se se considerar que os actuários

são recrutados entre os licenciados em ciências matemáticas e os licenciados em ciências económicas e financeiras (secção finanças), maior relêvo tomará o carácter rudimentar de todos ou quasi todos os assuntos mencionados naquela alínea.

¿ Esta tendência para os rudimentos não nos fará correr o risco de assistir à fixação de um programa de concursos universal consubstanciado no consagrado «ler, escrever e contar»?

Parece ser, contudo, a exclusão — tão completa que é impossível não a crer intencional — das provas de um concurso para actuário de matéria especificamente actuarial o elemento mais revelador da tendência referida.

Não se exigem provas sobre a teoria ou técnica dos seguros de vida. Também não se incluem provas sobre a teoria ou a técnica dos seguros sociais, cuja importância no caso se afigura decisiva aos olhos do leigo e que, segundo supomos, não fazem parte dos programas normais dos cursos a cuja frequência são obrigados os pretendentes ao título de actuário. Apesar de uma parte dos concorrentes não ter a obrigação legal de os conhecer, os aspectos sociais, económicos e jurídicos dos problemas actuariais não constituem matéria senão para a recessa prova elementar da alínea b).

¿ Será aceitável ou possível a realização de uma classificação de determinados especialistas com base em provas sobre assuntos que desempenham na sua formação um papel elementar ou lateral?

Objectar-se-á, talvez, com a má preparação do

actuário mesmo no que respeita aos assuntos basilares e subsidiários. Isso levantará uma outra questão não menos importante. Mas, aceitando como provada essa má preparação, não constituiria ela uma razão mais para tornar convenientemente exigentes tôdas as provas para actuários e nunca um motivo de redução

do nível dessas provas ao da eventual impreparação? É natural concluir, portanto, que o programa não corresponde à intenção do concurso.

Ou, não se tratará de um concurso para o provimento de um lugar de actuário?

Zürick, 12 de Março de 1944.

## MATEMÁTICAS ELEMENTARES

Nos actuais programas de matemática dos liceus, não são incluídos certos capítulos como, propriedades dos polinómios, equações transcendentais, aproximações numéricas, e outros, cuja necessidade é evidente, quer sob o ponto de vista de cultura geral, quer para a continuação de estudos superiores. A reforma dos programas prevendo a criação de um oitavo ano no curso liceal, deve ter deixado para inclusão nos seus programas, estas matérias. E porque o seu ensino no primeiro ano universitário acarretaria perdas de tempo em prejuízo de outros assuntos, entende-se que o seu estudo deve ser feito como preparação para a entrada nas Universidades. É assim que nos exames de aptidão aparecem questões sobre aqueles capítulos. E porque assim é, e porque os candidatos necessitam preparação para esses exames, a «Gazeta de Matemática», com o intuito de fornecer elementos de preparação nesse sentido, decidiu publicar nesta secção, a par de outros, artigos sobre aquelas matérias que já em tempo pertenceram ao ensino liceal. É deste tipo o artigo seguinte.

### RESOLUÇÃO DE ALGUMAS EQUAÇÕES TRANSCENDENTES

por José da Silva Paulo

0. A diversidade de tipos de equações transcendentais, a impossibilidade da resolução da grande maioria destas equações quando se consideram simplesmente as soluções reais e a extensão dos conhecimentos matemáticos do aluno que termina o curso liceal, estabelecem uma limitação ao estudo que fazemos da resolução de equações transcendentais. Assim trataremos simplesmente de equações exponenciais e trigonométricas, e mesmo destas só alguns tipos de maior aplicação nas questões de matemática, considerando unicamente as soluções reais.

1. *Equações exponenciais* — Os conhecimentos que se requerem para a resolução dos tipos de equações que vamos apresentar são simplesmente as propriedades elementares da função exponencial e da sua inversa, a função logarítmica.

**Problema 1** — Seja resolver a equação  $a^x = b$ . Pela aplicação de logaritmos, tem-se:

$$x \log a = \log b \text{ e } x = \log b : \log a.$$

**Exercício 1** — Resolver a equação  $2^x = 16$ , vem  $x = 1,30412 : 0,30103 = 4$ . Note-se que a solução da equação, pela sua simplicidade, era imediata. Note-se também, que no caso mais geral o cociente dos logaritmos não dará senão um valor aproximado, dados os erros das mantissas dos logaritmos.

**Exercício 2** — Resolver a equação  $24^{3x-2} = 10000$ . Teremos sucessivamente:

$$3x - 2 = 4 : \log 24 \text{ e } x = (2 + 4 : \log 24) : 3 = 1,6327.$$

**Problema 2** — Resolver a equação:  $am^{2x} + bm^x + c = 0$ . Fazendo a substituição  $y = m^x$  resulta  $ay^2 + by + c = 0$  e a substituição de  $y$  faz-nos cair numa equação do tipo anterior, que permite determinar  $x$ .

**Exercício 3** — Seja a equação  $4 \cdot 3^x - \frac{729}{3^x} - 81 = 0$

fazendo  $y = 3^x$  e desembaraçando de denominadores vem  $4y^2 - 81y - 729 = 0$  a equação que tem as soluções  $y_1 = -27/4$  e  $y_2 = 27$ , das quais só se aproveita a segunda, por os números negativos não terem logaritmos reais, obtendo-se para  $x$  o valor 3.

**Exercício 4** — Resolver a equação  $2^{2x-2} - 2^x - 8 = 0$ . A equação é equivalente a  $2^{2x} - 2^2 \cdot 2^x - 32 = 0$  e fazendo  $y = 2^x$  vem  $y^2 - 4y - 32 = 0$  cujas soluções são  $y_1 = -4$  e  $y_2 = 8$  e portanto  $x = 3$ .

**Problema 3** — Equações do tipo  $\log f(x) \pm \log g(x) = -\log c$ . Consideremos simplesmente o sinal +, pois o tratamento é análogo para o caso do sinal -. A equação é equivalente a  $\log [f(x) \cdot g(x)] = \log c$  ou  $f(x) \cdot g(x) = c$ , equação que resolvida nos dá os valores de  $x$ .

**Exercício 5** — Resolver  $\log \sqrt{7x+3} + \log \sqrt{4x+3} = \frac{1}{2} + \log 3$  ou seja  $\log \sqrt{(7x+3)(4x+3)} = \log 3\sqrt{10}$

donde  $(7x+3)(4x+3) = 90$  e  $28x^2 + 47x - 75 = 0$  equação cujas soluções são  $x_1 = -75 : 28$  e  $x_2 = 1$ , das quais a primeira não é solução da proposta.