1886 — Calcule o momento quadrático da esfera homogénea do raio R e densidade ρ, em relação: *a)* ao centro; *b)* a um ponto da superfície.
R: a) *Decompondo em camadas esféricas, vem*
$I_c = 4\pi\rho \int_0^R r^4 \, dr = \frac{4}{5}\pi\rho R^5$; b) *o Teorema de Lagrange fornece, a partir do resultado anterior,* $I_P = \frac{32}{15}\pi\rho R^5$.

1887 — A um elevador com 1 tonelada de pêso, foi em 3 s e com aceleração constante, imprimida a velocidade de 4 m/s. Desprezando o atrito, calcule a fôrça de tracção exercida pelos cabos e a altura subida durante aquêle tempo. *(Poorman)* R: *Fôrça pedida,* F=1136,1 kg; *altura subida,* s=6,00 m.

Soluções dos n.os 1878, 1882 e 1883 a 1887 de P. de Varennes e Mendonça.

I. S. T. — 2.º exame de freqüência — 1943

1888 — Verificar que as equações de Lagrange num espaço de configuração definido pela métrica $ds^2 = 2T\,dt^2 = \sum_{i,k=1}^{n} g_{ik}\,dx^i\,dx^k$, têm a forma $\frac{d^2x^i}{dt^2} = X^i - \sum_r \left\{ \begin{matrix} rs \\ i \end{matrix} \right\} \frac{dx^r}{dt}\frac{dx^s}{dt}$, sendo (X^i) o vector fôrça.

1889 — Um fio flexível, inextensível e simplesmente pesado, suspenso por dois pontos situados sôbre a mesma horizontal, toma a forma duma semi-circunferência. Achar a lei de variação da densidade.

1890 — Um ponto material é atraído por um centro fixo na razão inversa do cubo da distância. Dada a distância inicial a, calcular a duração da queda. (Supõe-se nula a velocidade inicial).

1891 — Quando um cilindro de revolução gira uniformemente em tôrno duma generatriz, o sistema das fôrças de inércia é equivalente a um vector único, cuja linha de acção é a perpendicular baixada do centro de gravidade sôbre o eixo. Qual é a grandeza dêsse vector?

I. S. T. — Mecânica — Exame final, Outubro de 1943.

1892 — Num movimento central, seja r a distância do centro ao ponto móvel M, p a distância do mesmo centro à tangente à trajectória em M, c a constante das áreas e F a grandeza da fôrça, por unidade de massa, suposta atractiva. Verificar a relação: $F = \frac{c^2}{p^3}\frac{dp}{dr}$. E ainda a relação $F = \frac{c^2\, r}{\rho p^3}$, sendo ρ o raio de curvatura da trajectória em M.

1893 — Um sólido formado por três hastes rectilíneas homogéneas idênticas (de massa M e comprimento $2a$), cada uma delas perpendicular às outras duas, gira uniformemente em tôrno da haste média. Achar o vector principal e o momento resultante do sistema das fôrças de inércia, em relação ao ponto 0, meio dessa haste média.

1894 — Desenvolver $\frac{1}{2}(\pi - x)\,\mathrm{sen}\, x$ em série de cosenos, válida no intervalo $0 \leq x \leq \pi$.

PROBLEMAS

As resoluções de problemas propostos devem ser-nos remetidas até ao dia 15 do mês anterior ao do aparecimento de cada número da «Gazeta»

Para facilitar a organização da secção, pedimos que cada resolução seja transcrita numa folha de papel, utilizada só de um lado (onde outros assuntos não sejam tratados), com a indicação do nome e da morada do autor.

Das resoluções recebidas de cada problema proposto publica-se a melhor ou uma das melhores e mencionam-se os autores de tôdas as resoluções correctas e só destas.

PROBLEMAS PROPOSTOS

1895 — Calcular os catetos e a hipotenusa dum triângulo rectângulo, conhecendo-se as superfícies (A_1 e A_2) dos dois triângulos, em que a altura correspondente à hipotenusa, o divide.

(Bach. do Ens. Esp.al Poitier — 2-8.º-88).

1896 — Encontrar quatro números inteiros consecutivos tais que o cubo do maior seja igual à soma dos cubos dos outros três.

(*Generalizar:* — quatro números formando progressão aritmética).

1897 — Resolver a equação

$$\frac{(x-a)\sqrt{x-a}+(x-b)\sqrt{x-b}}{\sqrt{x-a}+\sqrt{x-b}} = a-b.$$

1898 — Dividir o volume dum cone recto de revolução, em média e extrema razão, por um plano paralelo à base.

(Bach. em ciências — Marselha — 25-4.º-88).

Problemas n.os 1895 a 1898 propostos por J. Faria de Abreu (de Penafiel).

1899 — Numa urna há n bolas brancas e pretas. Qual a composição da urna, sabendo-se que o número de bolas brancas é igual ao valor médio do n.º de extracções necessárias para se obter uma bola branca, supondo que se vai extraindo, sucessivamente, ao acaso uma bola da urna, com reposição ao fim de cada extracção. Discutir.

Problema proposto por Laureano Barros (do Pôrto).

ALGUMAS DAS SOLUÇÕES RECEBIDAS

1193 — Qual a fórmula da trigonometria plana análoga à fórmula fundamental da trigonometria esférica? Passsar desta para aquela. R: *As fórmulas análogas fundamentais da trigonometria rectilínea e esférica, são* $a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos A$ *e* $\cos a=\cos b\cdot\cos c+\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c\cos A$. *Se considerarmos os comprimentos dos lados* a, b, c *dum triângulo esférico, bastante pequenos em relação ao raio* R, *podemos tomar o triângulo considerado como plano. Se fizermos depois:*

$$\cos a=1-\frac{a^2}{2R^2}, \quad \cos b=1-\frac{b^2}{2R^2}, \quad \cos c=1-\frac{c^2}{2R^2},$$

$\operatorname{sen} b=\frac{b}{R}$ *e* $\operatorname{sen} c=\frac{c}{R}$, *e substituirmos estes valores na fórmula fundamental da trigonometria esférica, vem:*

$$1-\frac{a^2}{2R^2}=\left(1-\frac{b^2}{2R^2}\right)\cdot\left(1-\frac{c^2}{2R^2}\right)+\frac{bc}{R^2}\cdot\cos A,$$ *donde*

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos A-\frac{bc}{R^2}.$$ *Mas como* R *é muito grande em relação aos lados,* $\frac{bc}{R^2}$ *despreza-se, e temos então, como pretendiamos* $a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos A$.

Solução de T. Ferreira Rato (de S. Tiago — Cabo Verde).

1508 — Por lapso, ao ser publicada uma solução dêste problema no n.º 18 da «Gazeta de Matemática», omitiu-se o terem sido recebidas soluções correctas do mesmo problema de Alberto Pais (de Lisboa) e de J. S. Faria de Abreu (de Penafiel).

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de matemática de que os autores ou editores enviarem dois exemplares à Redacção

35 — Memorandum On Official Statistics — Publicação da Royal Statistical Society, enviada pelos Serviços Culturais do British Council.

Em Outubro de 1942 a Royal Statistical Society nomeou uma comissão que foi encarregada de elaborar um relatório sôbre a organização dos Serviços Oficiais de Estatística antes, durante e depois da guerra, focando os seguintes pontos:

a) Preenchimento dos quadros das Repartições.
b) Relações entre as Repartições.
c) Vantagens e desvantagens de alguns esquemas de organização para o após-guerra.

É dos resultados dêste inquérito — a que na nossa modesta opinião devia ser dada a mais larga publicidade — que trata a publicação acima referida.

Dada a relativa extensão do trabalho não é possível, como seria nosso desejo, fazer uma apreciação cuidadosa e pormenorizada do seu conteúdo mas, desde já, dada a importância do assunto e a sua manifesta oportunidade, tomamos a liberdade de chamar para o mesmo a atenção dos nossos dirigentes, particularmente daqueles que se encontram à frente dos Serviços Estatísticos das organizações oficiais.

O índice, que fornece já uma idéia aproximada do carácter do trabalho realizado, dos problemas examinados, das críticas formuladas e das soluções previstas, é o seguinte:

1. — *Introdução:* — Observações preliminares. — Classificação das Repartições. — Definição de «estatístico» e «estatística».

2. — *Posição antes da guerra:* — A colheita dos dados. — A análise do material estatístico nas Repartições. — Preenchimento dos quadros das Repartições. — Ligação entre as Repartições. — Sumário.

3. — *Desenvolvimentos durante a guerra:* — Falta de estatísticos quando se declarou a guerra. — «The Central Statistical Office». — Coordenação dos trabalhos de estatística matemática. — Mecanização. — Mudança da atitude pública em relação à Estatística. — Sumário.

4. — *Necessidades do período do post-guerra:* — Suposição fundamental. — A criação de unidades estatísticas. — Preenchimento dos quadros destas unidades. — Coordenação. — Posição especial de certas Repartições.

Sumário.