mentos ou capítulos especiais), matemática de seguros com introdução e capítulos especiais, teoria do risco; prática—ligada com as lições, seminário de matemática de seguros, repetições.

Técnica de Alta Freqüência.

....

Química:

....

Mineralogia Geral:

....

Geodesia — lições—técnica de medições, cálculo de compensações pelo método dos mínimos quadrados; práticas—exercícios de medições.

D. Objectivo do ensino.

a) Na *matemática* pura: o que os estudantes da direcção matemática, sôbre quaisquer circunstâncias, deverão atingir, pode resumir-se, pouco mais ou menos, como segue:

(Análise). Compreensão da edificação do domínio numérico, em particular das grandezas irracionais e imaginárias, assim como dos fundamentos rigorosos da análise. Noções fundamentais do cálculo diferencial e integral; domínio técnico do cálculo. Teoria das funções duma variável complexa, sua relação com a teoria do potencial e com as tranformações conformes. Os métodos especiais mais simples de integração no domínio das equações diferenciais e construção geral das soluções (teoremas de existência.)

(Álgebra). Teoria da divisibilidade no domínio dos números inteiros e das funções inteiras. Funções simétricas com aplicações à resolução algébrica das equações. Conceitos fundamentais da teoria dos grupos e da teoria dos corpos algébricos. Teoria das congruências incluindo a lei da reciprocidade quadrática.

(Geometria). Compreensão completa da relação entre a geometria por um lado, a álgebra e a análise por outro lado, por intermédio da noção de coordenadas, assim como dos grupos de transformações mais importantes, nomeadamente o métrico, o afim, o projectivo, o da geometria conforme e o da analisis situs. Os métodos mais importantes de transformações geométricas. Fórmulas fundamentais da geometria analítica euclideana. Conhecimento da edificação da geometria projectiva, sua formulação sintética e analítica. Geometria infinitesimal (curvas planas e torsas, teoria da curvatura das superfícies, geometria sôbre uma superfície); axiomática, geometria não euclideana.

b) Na física:

....

E. Promoções.—Sociedades científicas.

Raramente as circunstâncias de vida ambiente permitirão a um jóvem dedicar-se exclusivamente à investigação científica; na maior parte das vezes quererão voltar ao estudo por inclinação própria, por fôrça do ensino ou por outra necessidade de ordem prática. Não obstante, deve, quem tenha tocado em matéria para um trabalho científico próprio, desejar concluir os seus estudos com a promoção a doutor. Junto da E. T. H. oferece-se aos licenciados a possibilidade desta conclusão, com os numerosos lugares de assistentes. Uma possibilidade semelhante oferecem as colocações provisórias nas escolas de cantão suíças ou os lugares de professor auxiliar nas escolas médias de Zürich.

As oportunidades para a continuidade da orientação científica encontram-se nas sociedades científicas.

Ao lado do *colóquio de física* há também (não indicado no programa) um *colóquio de matemática.*

A *Sociedade Física de Zürich* mantém regularmente secções nas quais os estudantes têm entrada livre. Outras sociedades científicas são:

A Sociedade Suíça de Matemática;

A Sociedade Suíça de Física;

A União Suíça de Matemática de Seguros;

A União dos Professores de Matemática Suíços;

As Sociedades Suíça e Cantonais de Ciências Naturais;

A União Suíça dos Professores do Liceu.

Tôdas estas sociedades acolhem prontamente os jóvens que se interessam pelos seus objectivos. Os estudantes dos semestres superiores fazem bem em visitar estas sociedades, ainda por ocasião das suas reüniões anuais e exposições científicas, para receberem incitações e travar conhecimento pessoal com os indivíduos das profissões a que se destinam.

TEMAS DE ESTUDO

LÓGICA MATEMÁTICA — INDICAÇÕES BIBLIOGRÁFICAS

*por **Bernardino Barros Machado***

Em 1847 publicou-se em Cambridge «The Mathematical Analysis of Logic» do inglês *George Boole.* Seguiu-se-lhe, «An Investigation of the Laws of Thought», London, 1854. Boole pretendia nestes livros «estabelecer a ciência da Lógica e construir o seu método» a partir «da linguagem simbólica do Cálculo» e «fazer do próprio método a base dum método geral para a aplicação da doutrina matemática das probabilidades».

A aplicação da Matemática à Lógica no intento de formar uma Álgebra ou Estructura da Lógica em que os resultados conhecidos e porventura outros novos que proviessem até mesmo só da exactidão que assim se conseguia, aparecessem como fórmulas matemáticas foi continuada por *C. S. Peirce* (1880), «On the algebra of logic», «Am. Jour», 3, 15-57; (1884), «On the algebra of logic», *ibid.*, 7, 180-202; *E. Schroder* (1890-5), «Algebra der Logik, 3 vols., Leipzig, e outros que adiante citaremos.

Tentava-se a construção dum sistema formal deductivo que abarcasse os processos e métodos lógicos mudáveis e vagamente definidos que eram utilizados nas ciências. Uma parte mais simples desta tarefa foi a composição das proposições para formar outras novas proposições cuja verdade ou falsidade dependia apenas da verdade ou falsidade das proposições componentes. Formou-se o «Cálculo das Proposições». Entre os trabalhos modernos sôbre esta parte da Lógica sobressai o de *Jan Lukasiewicz* e *Alfred Tarski* (1930), Untersuchungen ueber den Aussagenkalkuel «C. r. Soc. Sci. Lett. Varsovie», Classe III, vol. 23, pp. 30-50. Os processos de composição de proposições por negação, disjunção, conjunção e implicação foram todos reduzidos a um único: a negação conjunta, «nem-nem» por *Sheffer*.

As proposições chamadas universais como «todos os homens são mortais» e outras como «alguns homens são loiros» exigiam um formalismo doutra espécie que correspondesse ao uso das palavras «todos» e «alguns». Criou-se para isso a quantificação e foi-se formando o «Cálculo das Funções Proposicionais» ou «Cálculo dos Predicados» com ligação estreita com a teoria dos conjuntos, já que um predicado podia servír para definir um conjunto ou classe: a daqueles elementos a que êle pudesse ser atribuido. A quantificação consiste em colocar uma das variáveis que aparecem na proposição, entre parêntesis antes dela, assinalando assim que a proposição permanece válida qualquer que seja o elemento por que se substitua essa variável. Se ψ representa o predicado «é branco» $\psi(a)$ significa «a é branco» e $(x)\,\psi(x)$ «x é branco qualquer que seja x».

Gottlob Frege, *Richard Dedekind* e *Giuseppe Peano* (vejam-se os trabalhos citados no final) dedicaram-se ao estudo dos fundamentos da Aritmética, e foi a partir das suas contribuïções nêsse campo que pôde ser formulada a tese de que a Aritmética era reductível à Lógica. Consiste esta reducção em que, por definições adequadas em teoria das classes — que é uma parte do Cálculo dos Predicados — se conseguiria construír a noção de número natural. (Veja-se *Bertrand Russell* (1938), «The Principles of Mathematics», 2.ª ed., New York).

Modernamente, com os trabalhos de *Johann von Neumann,* (1925), Eine Axiomatisierung der Mengenlehre, «Jour. f. d. reine und angew. Math.,» vol. 154, pp. 219-240; — (1927), Zur Hilbertschen Beweistheorie, «Math. Zeitschr.», vol. 26, pp. 1-46) parece possível construir a Aritmética elementar a partír de um sistema de proposições primitívas que definam axiomàticamente as funções proposicionais necessárias em teoria dos conjuntos. Como depois de Dedekind e *George Cantor* os números reais podem construir-se lògicamente a partir dos números naturais, a Matemática viria dêste modo a consistir no estudo de algumas fórmulas especiais do Cálculo dos Predicados: aquelas que constituiam a axiomática da teoria dos conjuntos. Algumas proposições ou sistemas de proposições não primitivas da teoria dos conjuntos axiomatizada poderiam merecer atenção especial: seria o caso das proposições referentes aos conjuntos ordenados, cujos estudo axiomático seria o objecto da Teoria das Estructuras. Outras teorias da mesma categoria seriam a Topologia Geral e a Álgebra Abstracta. Dentro destas novamente haveria sistemas de proposições capazes de ser objecto dum estudo axiomático.

Em todo o estudo lógico é pressuposta a noção de verdade. A sua definição é feita numa outra ciência, a *Semântica,* que trata das relações do formal com o real. Veja-se a éste respeito: *A. Tarski* (1936), Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen, «Studia Phil.»; vol. I, (pp. 261-405). Verifica-se que precisamente na teoria dos conjuntos e também na teoria dos números, uma proposição pode ser verdadeira e contudo não se poder demonstrar a partir das proposições primitivas nem ela, nem a sua negação. Veja-se *Kurt Goedel,* Ueber formal unentscheidbare Saetze der «Principia Mathematica und verwandter Systeme I, Monatsh. fuer Math. u. Phys., vol. 38 (1931), pp. 173-198 e *Thoralf Skolem* (1941), Sur la portée du théorème de Loewenheim-Skolem, in «Les Entretiens de Zurich sur les Fondements et la Méthode des Sciences Mathématiques», (Zurich). Chama-se então ao sistema de proposições em questão *incompleto.*

Como se vê a Lógica inclui não sòmente as proposições formalmente verdadeiras, mas também proposições àcêrca delas, ou *proposicões sintáticas.* Estas devem igualmente ser formuladas numa linguagem simbólica ou formalismo que pode ser o mesmo das primeiras ou outro diferente. No livro de *David Hilbert* e *Paul Bernays,* (1934-1940), «Grundlagen der Mathematik», zwei Baender, Berlin, as proposições sintáticas são expressas na linguagem vulgar, enquanto que no livro de *W. V. Quine,* «Mathematical Logic», 1940, New York, se usa para elas um formalismo próprio.

É a Lógica Matemática um domínio de investigação em activa formação. Porque não se vê em Portugal como em alguns países do mundo lançar-se os matemáticos novos a trabalhar nêle, parece-me oportuno dar estas indicações esquemáticas aos leitores da «Gazeta» no intuito de despertar talvez nalgum dêles o interêsse por tal assunto e guiá-lo nas primeiras leituras.

Como livros de iniciação cite-se aqui:

Max Black, «The Nature of Mathematics», (A critical survey), London, Kegan Paul.

Bertrand Russel, «The Principles of Mathematics», já citado.

Para um conhecimento mais profundo do assunto servem os livros de Hilbert-Bernays e Quine citados acima.

Pelo seu interêsse histórico cite-se:

Gottlob Frege, «Grundgesetze der Aritmetik», vol. 1 (1893), vol. 2 (1903), Jena.

Richard Dedekind, Was sind und was sollen die Zahlen ?» 4.ª ed. Brunschwig (1918).

Giuseppe Peano, «Formulaire de Mathématiques», Introduction (1894); vol. 1. (1895); vol. 2. (1897-9) Turin; vol. 3 (1901) Paris; vol. 4 (1902-3); vol. 5 (1905-8) Turin.

ANTOLOGIA

O VALOR SOCIAL DA INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA

por ***Ruy Luís Gomes***

(palestra lida ao microfone de Rádio Club Lusitânia em 6 de Maio de 1944)

Todos temos ouvido falar de grandes sábios e das suas descobertas, algumas como a Teoria da Relatividade acessíveis exclusivamente àquêles que possuem uma cultura altamente especializada, outras como o cinema, a radiodifusão, o avião, etc., que pela sua enorme importância prática e ampla utilização são hoje familiares a toda a gente.

Mas todas estas descobertas, embora andem quási sempre associadas ao nome de um matemático, um físico, um químico, um biólogo, etc., não surgiram assim prontas e acabadas, na forma por que as utilizamos e delas beneficiamos, de um único cérebro, por uma intuição genial, dom superior que só a raros é dado possuir. Se as analisarmos bem, se percorrermos cada uma das étapas fundamentais do seu desenvolvimento, desde uma primeira sugestão ou simples analogia, até à última fase, a da sua industrialização em termos de ser colocada ao alcance de todos nós, então, verificamos que nesse processo colaboraram efectivamente, embora nem sempre se apercebam disso, numerosos investigadores—experimentadores com uma formação técnica altamente diferenciada, professores, operários, simples amadores — numa palavra, todo um mundo de indivíduos que pela sua viva curiosidade, forte poder de imaginação, grande habilidade manual de inquebrantável tenacidade contribuíram com alguma coisa de positivo para aumentar o património científico da humanidade.

Assim, cada descoberta, longe de ser obra de um só, pressupõe, nos diferentes momentos da sua gestação — trabalho de équipe, conjugação de esforços, sentido de solidariedade, subordinação a um plano de conjunto —. E, pelo seu alcance prático, pela sua projecção sôbre a vida de cada um de nós, redunda sempre num enriquecimento das nossas próprias possibilidades de luta pela existência: condicionada pelo meio ambiente em que se realizou é mais tarde um poderoso factor da sua própria transformação.

Uma descoberta é pois uma obra colectiva e de interêsse colectivo — feita por muitos, a todos interessa e dela todos devem poder beneficiar.

À luz destas considerações e colocando-nos sempre dentro do princípio de que a actividade de cada um de nós deve ter como finalidade e como estímulo a melhoria das condições de vida de todos, surge naturalmente a questão de analisar o processo de aumentar o ritmo dessas descobertas.

E a investigação científica, por outras palavras, a técnica das descobertas com o fim de melhorar as condições de vida do homem, transpõe assim a fase actual, de actividade para-universitária, de âmbito restricto e existência precária, para ser uma função inerente a toda a organização — fábrica, laboratório, hospital ou escola onde se faz naturalmente trabalho de équipe e onde o espírito de lucro ou o simples aperfeiçoamento dos serviços é a origem de uma formulação constantemente renovada de problemas de interêsse colectivo.

Entre nós, e mesmo noutros países, quando se fala de investigadores, pensa-se exclusivamente naquêles que, ao lado de uma função principal, a maior parte das vezes no ensino, se dedicam também a pesquisas científicas, no plano da ciência pela ciência, sem qualquer contacto com a realidade; e a investigação científica tem ainda as características de um luxo que as Universidades se permitem sustentar em homenagem a determinadas exigências dos tempos que correm.