Nos países mais progressivos, de ampla industrialização e intensa vida social, como a América, a Alemanha, a Rússia e a Inglaterra, acentua-se, pelo contrário, cada vez mais, uma forte tendência para a organização racional científica da própria investigação científica, subordinando-se ou orientando-se a actividade de cada investigador ou grupo de investigadores, onde quer que eles se encontrem — nas Universidades, nas Academias, na Indústria, etc., para a resolução dos problemas que mais directamente e mais ràpidamente podem concorrer para aumentar o nível de vida de um povo: os problemas de alimentação, desde o melhor aproveitamento da terra e a criação do gado, até à distribuïção e confecção dos alimentos; o problema da habitação, compreendendo o estudo dos materiais e técnicas de construção, a arquitectura, a adaptação ao meio ambiente e à sua função social, etc.; o problema do vestuário, em dependência com o clima de cada país e a actividade de cada um dos seus tipos sociais; o problema da saúde pública, no seu duplo aspecto de profilaxia e tratamento das doenças; o problema dos transportes e da energia, etc.; os problemas da organização do trabalho e de previdência social, etc.

A investigação científica deixa portanto de ser uma actividade mantida com grandes dificuldades e algum artifício num ou noutro estabelecimento de ensino, para se tornar numa função ligada intimamente à resolução das questões de ciência pura-Física, Química, Matemática, Biologia, etc.-que surgem naturalmente com os problemas de interêsse social.

E a profissão de investigador perde certos aspectos de diletantismo que ainda hoje tem, para ser uma forma de actividade em tudo análoga à de um médico, um engenheiro, um operário, etc. Podemos até dizer que é o denominador comum a que tôdas as outras se podem efectivamente reduzir.

Em conclusão e no plano nacional, podemos afirmar que:

a investigação científica é hoje um factor essencial de qualquer organização de interêsse colectivo;

a função de investigador tem o carácter de permanência de qualquer outra função de interêsse social e assim deve ser encarada, tanto pelo Estado como pelos particulares;

a ciência pura não se poderá desenvolver em boas condições de continuïdade e eficiência sem entrar em íntima colaboração com a indústria, fornecendo-lhe resultados e recebendo em troca sugestões para novos problemas.

A Universidade não pode justificar a sua existência, a Indústria não pode legitimar os seus lucros, senão na medida em que, factores essenciais da economia da Nação, se tornem elementos activos e conscientes de uma elevação do nível de vida do povo português.

MOVIMENTO MATEMÁTICO

MOVIMENTO MATEMÁTICO ESPANHOL — I

A Gazeta de Matemática insere no presente número algumas notícias que darão aos seus leitores uma idéia do movimento matemático espanhol contemporâneo.

Indicam-se no n.º 19 alguns dos cursos que durante o ano 1943-44 se realizaram em várias instituïções científicas de Madrid. Esperamos poder nos números seguintes relatar o movimento matemático de outros centros culturais de Espanha. Devem-se ao Prof. Dr. Sixto Rios, nosso colaborador em Madrid, as informações que incluimos.

Fundamentos teóricos de la homogeneidad y semejanza en Física y en Aerodinamica

Curso explicado en la Cátedra de Física de la Fundación Conde de Cartagena por el Profesor R. San Juan

Aplicación de las aproximaciones diofánticas a la resolución de la ecuación funcional $f(x+y)=f(x)+f(y)$. Casos particulares de Cauchy, Darboux y Rey Pastor. Espacio vectorial de los números reales sobre el cuerpo de los números racionales; soluciones discontinuas. Ecuación $k \cdot f(x+y)=f(x)+f(y)$. Ecuación $k \cdot f(x \cdot y)=f(x) \cdot f(y)$. Ecuaciones funcionales con varias variables; estudio de todos los tipos anteriores con varias variables. Generalización para campos abstractos formados por grupos con la n^a parte de cada elemento.

La noción de homogeidad en Física y en Análisis Matemático. Funciones homogéneas generalizadas; condicional e incondicionalmente homogéneas. Expresión general de la funciones condicionalmente homogéneas con ecuaciones de condición, monomias. Crítica de los resultados.

Teorema fundamental sobre la homogeneidad de una función cuyos valores forman grupo aditivo abeliano con la n^a parte de cada elemento y cuyas relaciones de igualdad y suma se conservan invariantes al multiplicar las variables por factores independientes o ligados. Casos particulares de funciones continuas o monótonas. Generalización de la teoria para cuerpos abstractos ordenados.

Constantes características y constantes universales; la parte abstracta y la de ciencia natural contenida en Física. Expresión general de las magnitudes escalares derivadas. Grupos de los factores de transformación fundamentales de cada teoría física. Sistemas de invariantes y sizygias. Analogía con el principio de Cayley-Klein. Noción generalizada de sistemas acordes; su tipo más amplio; permanencias de las reglas para sus cambios, interpretación de los coeficientes parásitos como medidas sin dimensión.

Sistemas semejantes; interpretación de los factores de transformación como razones de semejanza; factores de forma; semejanza cinemática y dinâmica clásica y relativista; ley de Newton. Condiciones iniciales suficientes de semejanza. Sistemas semejantes con cantidades comunes; número máximo de constantes universales en cada teoría física; incompatibilidad de la semejanza real; Sistema de Planck; constante de Sommerfeld; leyes de Wien. Modelos navales y aéreos; análisis de las magnitudes comunes en los ensayos.

Teorema de (A. Vaschy-E. Buckingham): Su demostración rigurosa en el caso general de factores de forma. Método dimensional; determinación de la función característica y eficacia del método. Obtención sistemática de los productos cero dimensionales independientes. Aplicaciones aerodinámicas; leyes de Mariotte-Newton; Reynolds-Reyleych; Reech-Froude; Darrieus; Carminchel-Escarde-Ricaud; Sarrau-Beirston-Brooth, etc. Estudio con la temperatura. Aplicaciones físicas a las leyes de Stefan Wien, Kirchhoff, etc. Crítica de las teorías de Straneo y de la escuela norteamericana. Influencia de los factores de forma en el paso de las teorías clásicas a la relativista y de Planck. Interpretación de los coeficientes parásitos como factores de forma.

Circulo de Estudios Científicos de Madrid

Con la colaboración del Instituto Jorge Juan de Matemáticas, y de la Sociedad Matemática Española, se ha fundado el Centro de Estudios Científicos por iniciativa del Profesor José Oñate.

En la primera sesión del Círculo, celebrada en Diciembre de 1943, el Sr. Oñate hizo un resúmen de los trabajos ya iniciados en el Centro de San Sebastián (precursor de éste), y publicados en su Revista y en otras varias, al objecto de que los circulistas pudiesen seguir desarrollando tales trabajos, que se refieren, entre otros, a los asuntos siguientes: Homología correlativa; Representación en el Sistema de planos paralelos; Soluciones infinitas de las ecuaciones; Sucesivas ampliaciones del campo numérico; Teoría de las magnitudes y unidades físicas, etc.

En las otras dos sesiones, celebradas en Febrero y Marzo, se ha proseguido el estudio de las magnitudes escalares y vectoriales, poniendo de manifiesto las numerosas imperfecciones que se notan en los autores, y tratando de corregirlas, con un estudio mas riguroso de los asuntos.

El Profesor Sixto Ríos, propuso un Tema de estudio sobre integrales de Stieltjes, del que se ha encargado un alumno becario del Instituto Jorge Juan.

De un modo general, las finalidades del Círculo son estimular la afición científica y el trabajo personal entre los jóvenes alumnos y exalumnos de las Facultades de Ciencias y Escuelas Especiales, proponiéndoles temas adecuados, sobre Matemática principalmente escolástica, y sus aplicaciones; y al mismo tiempo, contribuir al perfeccionamiento lógico y didáctico de numerosas cuestiones científicas, de las que tienen que enseñar en sus clases los Profesores de las Enseñanzas Superior y Media.

Universidad de Madrid

Ha sido creado el *Seminario de estudios superiores de Física y Matemática* dependiente de la Facultad de Ciencias de Madrid. Está dirigido por el Prof. E. Terradas y forman parte del mismo los Profs. J. Palacios, R. San Juan, R. P. Rafael, Sixto Ríos, J. Balta y E. Román. Celebra un coloquio mensual, dedicándose actualmente a trabajos iniciados por el Prof. E. Terradas sobre Fundamentos de la Teoría de la Elasticidad.

Consejo Superior de Investigaciones Científicas

En el Instituto Jorge Juan de Matemáticas el Prof. T. R. Bachiller explica un cursillo sobre *Topologia combinatória*.

El Prof. S. Ríos dirige un seminario sobre el *problema de la reordenación de series funcionales y sus aplicaciones*.

Representación analítica de funciones

Indice del curso que explica el Prof. Sixto Ríos en la Cátedra de Matemáticas de la Fundación Conde Cartagena de la R. Academia de Ciencias:

Funciones analíticas.—Desarrollos en series de funciones racionales y polinomios.—Métodos de sumación.—Series de facultades, de Dirichlet, de Lambert, etc.—Sucesiones de funciones analíticas.—Problema general de la representación de funciones analíticas. —Relación con la prolongación analítica.

Funciones reales.—Aproximación lineal de funciones.—Convergencia en media.—Series ortogonales.— Sistemas completos y cerrados.—Espacio de Hilbert. —Desarrollos de Legendre, Tschebyscheff, Haar, etc. —Convergencia y sumabilidad.

Problema general de la representación analítica de funciones reales.

CENTRO DE ESTUDOS DE MATEMÁTICA APLICADOS À ECONOMIA

Curso elementar de Diferentes Finitas

A convite da «Sociedade Portuguesa de Matemática» e do «Centro de Estudos de Matemática Aplicados à Economia» realizou em princípios de Fevereiro o Sr. Doutor Carlos A. Fernandes Carvalho no Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras um conjunto de lições subordinadas ao título acima.

Damos uma resenha dos assuntos tratados:

1.ª lição — Diferenças de uma função. Os operadores Δ e E. Suas propriedades. Cálculo simbólico.

2.ª lição — Funções factoriais. Seu emprêgo na determinação das diferenças de um polinómio.

A análoga da fórmula de Leibnitz. Diferenças de zero. Aplicações das diferenças de zero.

3.ª lição — Interpolação. A fórmula de interpolação polinomial de Newton. Diferenças divididas. Fórmula geral de interpolação de Newton; o termo do resto. Subdivisão de intervalos.

Fórmula de interpolação polinomial de Lagrange. Processos de obtenção de outras fórmulas de interpolação usando, como exemplo, as fórmulas em zig zag de Gauss de diferenças centrais.

4.ª lição — O operador Δ^{-1}. O problema da somação ou o da determinação das soluções da equação às diferenças $\Delta f(x)=\Phi(x)$. A determinação de soma de séries; exemplos. Somação por partes. Outros métodos de somação utilizando o cálculo simbólico. Equações às diferenças: considerações gerais e comparação com as equações diferenciais usando a equação linear de ordem n de coeficientes constantes.

5.ª lição — Derivação numérica. A relação simbólica $1+\Delta\equiv e^{hD}$. Derivação sucessiva.

Integração numérica: o problema geral, a fórmula de Euler — Maclaurin e a fórmula de Lubbock. Outras aplicações da fórmula de Euler — Maclaurin.

No final de cada lição eram distribuïdas aos ouvintes listas de exercícios propostos cuja resolução era apresentada resumidamente na sessão seguinte.

Curso de Complementos de Análise

Como foi indicado no n.º 18 da «Gazeta de Matemática» realizou-se durante êste ano lectivo no Instituto de Ciências Económicas e Financeiras um curso sôbre certos capítulos de Análise Matemática. Damos adiante a indicação dos assuntos tratados bem como dos respectivos expositores.

Funções Γ e β. Sistemas Ortogonais, pelo Professor Bento Caraça.

A função Γ — 1) definição da função Γ por um integral euleriano de 2.ª espécie e por um produto infinito (Weierstrass). Identidade das duas definições. 2) Propriedades e aplicações.

A função β — 1) Definição. 2) Propriedades; relações com a função Γ; aplicações.

Funções ortogonais (elementos) — 1) Definições; sistemas de funções ortogonais e normais; sistemas completos 2) Ortogonalização. 3) Desenvolvimento duma função em relação a um sistema ortogonal e normal.

Polinómios de Legendre e de Hermite, pelo Assistente A. da Costa Miranda.

Dando continuïdade às lições feitas pelo Professor Dr. Bento Caraça sôbre sistemas ortogonais, mostrou-se como os Polinómios de Legendre e de Hermite se podem obter, a menos de certos factores independentes da variável, por ortogonalização dos sistemas $[U_n=x^n]$ [no intervalo $(-1,+1)$] e $\left[V_n=k^{2n}x^n\sqrt{e^{-k^2x^2}}\right]$ [no intervalo $(-\infty,+\infty)$], respectivamente.

Definidos aqueles polinómios por esta via, foram estudadas: Propriedades — valores numéricos essenciais — Equação diferencial e sua aplicação ao cálculo dos coeficientes — Fórmulas de recorrência — desenvolvimento de um polinómio inteiro em x em polinómios de Legendre ou de Hermite — legitimidade do desenvolvimento de uma função em série de polinómios de Legendre ou de Hermite.

Polinómios $Q_n(x)$ — No caso de a variável não ser contínua, mostraram-se as condições a que devem satisfazer polinómios $Q_n(x)$ para que $a_0Q_0(x)+a_1Q_1(x)+\cdots+a_nQ_n(x)$ represente, tão aproximadamente quanto possível, uma função $f(x)$ de que são conhecidos os valores $f(x_0), f(x_1),\cdots, f(x_m)$ $(m>n)$ e por forma que os coeficientes a_i sejam independentes do número de polinómios utilizados.

No caso particular de os argumentos x_i variarem em progressão aritmética, apresentou-se a expressão dos polinómios $Q_n(x)$ e deduziram-se as propriedades e relações fundamentais. Na hipótese de a diferença dos argumentos tender para zero, mostrou-se que estes polinómios coïncidem com os polinómios de Legendre.

Polinómios $G_n(x)$ — Quando a variável x toma valores inteiros compreendidos entre $-\infty$ e $+\infty$, os polinómios de Hermite podem ser substituidos por polinómios $G_n(x)$ de que se apresentaram a expressão geral e as propriedades fundamentais.

Interpolação, pelo Assistente O. Morbey Rodrigues,

1. Representação aproximada duma lei empírica por uma soma trigonométrica de ordem p.

2. Método de Prony para a interpolação por meio de exponenciais.

Interpolação, pelo Assistente J. Remy Freire.

1) Problema da derivação numérica: a) Caso em que os valores conhecidos constituem progressão aritmética; b) Caso geral.

2) Problema da integração numérica: a) Fórmula de Euler—Maclaurin; b) Fórmula de Gregory.

3) Problema da somação: a) Fórmula de Woolhouse; b) Fórmula de Lubbock.

4) Resolução numérica das equações diferenciais ordinárias: Método de Adams, sua aplicação às equações do 1.º grau, justificação da aplicação do método às equações de qualquer grau.

Equações integrais, pelo Professor A. de Mira Fernandes.

I) Equação de Fredholm — Forma limite dum sistema de equações lineares — Análise de Fredholm — Expressão da resolvente como função mèromorfa de λ.

II) Sistema completo de funções características — Género dum parâmetro — Solução da equação homogénea e da não homogénea de 2.ª espécie.

III) Teoria de Volterra — Núcleo resolvente — Fórmula de Liouville-Neumann — Reciprocidade — Núcleos iterados.

IV) Núcleos simétricos — Teorema de Hilbert-Schmidt — Propriedades dos valores próprios — Teorema de Hilbert-Mercer — Série de Fredholm — Redução do caso geral ao caso simétrico — Equação de primeira espécie de Volterra — Relações com a equação diferencial linear.

JUNTA DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

Por lamentável esquecimento não foi citada no n.º 18 da nossa revista a adesão à Junta de Investigação Matemática, logo após a sua creação, de Armando Gibert, Augusto Sá da Costa e Hugo B. Ribeiro, bolseiros do I. A. C. em Zürich. No próximo número da Gazeta será relatada detalhadamente a actividade da Junta bem como a do Centro de Estudos Matemáticos do Porto.

CENTRO DE ESTUDOS DE FÍSICA DA F. C. L.

Além das habituais reüniões do Centro onde se expõem e discutem os resultados obtidos nos trabalhos em curso, realizou em fins de Maio o Prof. A. Proca três conferências subordinados aos títulos seguintes:

1) Sur la notion de particule élémentaire, constituant ultime de la matière. 2) Sur une nouvelle particule élémentaire. 3) Quelques remarques sur la notion de temps physique.

São de notar a elegância e clareza de exposição e a elevação com que foram tratados os assuntos indicados.

MATEMÁTICAS ELEMENTARES

EXAMES DE APTIDÃO ÀS ESCOLAS SUPERIORES (1943)

Faculdade de Engenharia da Universidade do Pôrto — 2 de Agôsto de 1943. — Ponto n.º 2.

1708 — Dê a forma de um polinómio ordenado, de coeficientes inteiros, igualado a 0, à equação

$$(x/3+2)^3=(x-1/3)^2-(5x-1)/6 .$$

R: $\frac{x^3}{27}+\frac{2}{3}x^2+4x+8=x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}-\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}$ *donde* $\frac{x^3}{27}-\frac{x^2}{3}+\frac{11}{2}x+\frac{139}{18}=0$ *ou* $2x^3-18x^2+297x+417=0$.

1709 — Determine os valores de m que tornem positivo, para qualquer valor de x, o trinómio

$$(m-1)\,x^2+(m+1)\,x-3 .$$

R: *Devendo ser positivo o coeficiente do 1.º termo e imaginárias as raízes do trinómio,* m *deve satisfazer às condições seguintes:* $m>1$ *e* $(m+1)^2+12\,(m-1)<0$. *Destas relações deduz-se que o problema não tem solução.*

1710 — Defina cone, tronco de cone e cone recto de base circular.

1711 — Determine por logarítmos, com 5 algarismos decimais e com a aproximação que estes permitirem, os valores de α que satisfazem à equação

$$\sec^2\alpha=0{,}34562\times \operatorname{sen} 133^\circ\, 22'\, 20'' .$$

R: *Como é* $|\,0{,}34562\times \operatorname{sen} 133^\circ\, 22'\, 20''\,|<1$, *o problema é impossível.*