

Logo, o ponto P procurado é qualquer das extremidades da corda tirada por C perpendicular a OA.

Soluções de Alberto Paes (de Lisboa).

Enviaram também soluções correctas: Adelino da Silva Vieira (de Almada); António A. Guimarães (do Porto); António B. Lopes (de Leiria); Edmundo Pedro (de S. Tiago, Cabo Verde); F. Roldão Dias Agudo (de Lisboa); Miguel de Almeida (de Lisboa) e Paul Richard (de Portalegre).

1705 — Demonstrar que se num triângulo, os três ângulos A, B, C , são respectivamente proporcionais aos números 2, 3, 4, tem-se: $\cos A/2 = (a+c)/2b$.

R: Tem-se: $\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C} \therefore \frac{a+c}{\text{sen } A + \text{sen } C} = \frac{b}{\text{sen } B}$ ou $(a+c)/2b = \frac{\text{sen } (A+C)/2 \cdot \cos (A-C)/2}{\text{sen } B}$ mas,

por hipótese: $A/2 = B/3 = C/4 \therefore \frac{A+C}{2} = B$ e $\frac{A-C}{2} = -\frac{A}{2}$, donde $(a+c)2b = \cos \left(-\frac{A}{2}\right) = \cos \frac{A}{2}$.

Solução de J. S. Faria de Abreu (de Penafiel).

Enviaram também soluções correctas: Adelino da Silva Vieira (de Almada); Alberto Paes (de Lisboa); Angel Chain Garcia (Gijón-Espanha); António A. Guimarães (do Porto); António B. Lopes (de Leiria); F. Roldão Dias Agudo (de Lisboa); Paul Richard (de Portalegre); T. Ferreira Rato (S. Tiago-Cabo Verde).

1706 — Sabendo-se que o número $13xy45z$ é divisível por 792, achar os três algarismos x, y, z . R: Por ser $792 = 8 \cdot 9$, será $13xy45z = 8$ e também $45z = 8$ ou $4 \times \times 4 + 2 \times 5 + z = 8$ donde se conclui que $z = 6$. Por ser

$792 = 99$, será $13xy456 = 99$ ou $56 + y4 + 3x + 1 = 99$, ou $56 + y4 + 3x + 1 = 99$, isto é, a soma das classes de dois algarismos em que o número se pode decompor, a partir da direita, é múltipla de 99. A simples inspecção mostra que esta soma não pode atingir $2 \times 99 = 198$, portanto será $56 + y4 + 3x + 1 = 99$ donde se conclui que $x = 8$ e $y = 0$.

Solução de J. Caeiro Murteira (de Perolivas).

Enviaram também soluções correctas: A da Silva Vieira (de Almada); Alberto Paes (de Lisboa); Angel Chain Garcia (Gijón-Espanha); António A. Guimarães (do Porto); F. R. Dias Agudo (de Lisboa); J. S. Faria de Abreu (de Penafiel); Paul Richard (de Portalegre); T. Ferreira Rato (de S. Tiago-Cabo Verde).

1707 — Três operários executam em certo prazo uma obra que, dividida igualmente pelos três, tomaria o mesmo tempo a um deles, menos dois dias a outro e mais três ao terceiro. De quantos dias é o prazo? R: O problema resolve-se mentalmente. É evidente que o trabalho executado pelo terceiro operário em 3 dias, seria executado pelo segundo em 2. Reconhece-se então que os tempos (expressos em dias) que estes dois operários gastam para executar o seu quinhão da obra, estão na razão de 3/2 e a sua diferença é 5; serão nesse caso, os produtos $3 \times 5 = 15$ e $2 \times 5 = 10$. Será portanto de $15 - 3$ ou $10 + 2$, isto é, de 12 dias o prazo que se procura.

Solução de J. Caeiro Murteira (de Perolivas).

Enviaram também soluções correctas: A da Silva Vieira (de Almada); Alberto Paes (de Lisboa); A. Bernardino Lopes, (de Leiria); F. R. Dias Agudo (de Lisboa); P. Richard (de Portalegre); T. Ferreira Rato (de S. Tiago-Cabo Verde).

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de criticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas criticas de livros e outras publicações de matemática de que os autores ou editores enviarem dois exemplares à Redacção

32—FERREIRA NEVES, Francisco—**Elementos de Geometria** para o I, II e III anos dos liceus. 4.^a edição. 1942. Livraria Sá da Costa—Editora. Lisboa. Preço 12\$50.

O livro Elementos de Geometria escrito em linguagem clara e acessível tem muito bom aspecto gráfico e é de fácil leitura. Definições e enunciados dos teoremas são correctos. Todo o livro é escrito com o intuito de observar o programa e as suas instruções, como convém a livro que se destina ao ensino liceal, e necessariamente segue as normas legais fazendo por isso mais verificações do que demonstrações.

O capítulo IV sobre posição relativa de duas rectas no plano é tratado dum modo francamente experimental, dando indicações e apresentando desenhos das experiências que mostram o paralelismo e a perpendi-

cularidade de rectas. No entanto, e contra as observações do programa, dá algumas demonstrações dedutivas logo a partir do 1.^o ano, e não a partir do 3.^o, por exemplo no caso da igualdade de triângulos, em que o assunto podia ser tratado por uma forma experimental. No fim de cada capítulo apresenta o autor exercícios de aplicação e revisão bem graduados e nos moldes dos saídos em exames liceais.

J. da Silva Paulo

33—PALMA FERNANDES, ANTÓNIO DO NASCIMENTO, **Exercícios de Geometria e Álgebra**, para o 4.^o ano, 2.^a edição melhorada. Livraria Cruz, Braga, 1943. Preço 8\$00,

Este livro de exercícios tem no início de cada capítulo um breve resumo de matéria teórica, seguido de exercícios com a resolução completa, e do mesmo

tipo destes apresenta por fim, outros de que se dá somente o resultado. Com boa apresentação, gráfica e boa orientação pedagógica os exercícios são graduados e até certo ponto originais, não se esquecendo algumas demonstrações de acôrdo com os últimos pontos saídos nos exames liceais. É um livro útil aos alunos e até mesmo aos professores por lhes facilitar sugestões para os seus exercícios.

J. da Silva Paulo

34—DIAZ, J. GALLEGU—Nociones de Calculo Vectorial — Complementos de Matemáticas — Manuales Romo—Libreria Internacional de Romo, Madrid, 1944, preço 25 pts.

Este livro de cerca de 150 páginas é destinado sobretudo a servir de auxiliar na preparação dos candidatos às Escolas Especiais de Engenharia podendo porém servir um público mais largo. É o produto da experiência que o Autor adquiriu de alguns anos de ensino. A par de apontamentos tirados de obras didacticas clássicas encontram-se demonstrações originais.

A 1.ª parte da obra occupa-se da exposição dos ele-

mentos de álgebra vectorial e das suas aplicações à geometria analítica do 1.º grau, que desenvolve. Segue-se a teoria dos momentos e o estudo de algumas funções vectoriais. São vários os complementos: elementos da teoria das funções de variável complexa, algumas propriedades das cônicas, secções cíclicas das quádras, equações tangenciais das curvas planas, aplicações das coordenadas homogêneas à determinação de assíntotas, planos assintóticos, etc.

Citaremos também uma simples dedução vectorial das fórmulas fundamentais da trigonometria esférica, um método de resolução gráfica da equação do 2.º grau de coeficientes complexos e, finalmente, um artigo sobre uma projectividade complexa ligada a uma cónica dada, já conhecido dos leitores da «Gazeta de Matemática,» onde foi publicado no n.º 13.

Além dos exercícios propostos que figuram no final do livro há, intercalados no texto, problemas completamente resolvidos que esclarecem e dão idéia das aplicações.

Manuel Zaluar

PUBLICAÇÕES MATEMATICAS RECEBIDAS POR TROCA

NACIONAIS

Publicações do Centro de Estudos Matemáticos do Porto — N.º 8 — *Introdução ao estudo da noção de função contínua*—por António Monteiro e A. Pereira Gomes.

Publicações da Junta de Investigação Matemática — Cadernos de Análise Geral :

Caderno n.º 3 — *Álgebra Moderna — Grupos — (Definições. Regras de Cálculo)*—por José Morgado e Almeida Costa.

Caderno n.º 4 — *Álgebra Moderna — Grupos (Homomorfias)*—por José Morgado e Almeida Costa.

Caderno n.º 5 — *Teoria Geral da Medida — Medida à Jordan* — por Laureano Barros.

Caderno n.º 6 — *Topologia Geral — Espaços acessíveis de Fréchet*—por António A. Monteiro.

Caderno n.º 7 — *Topologia Geral — Funções contínuas* — por A. Pereira Gomes.

ESTRANGÉIRAS

Argentina

Boletín Matemático — (Buenos Aires) — Revista argentina de Matemática — Ano XVI. n.º 12-13—1943.

Espanha

Euclides — (Madrid) — Revista mensual de Ciencias Exactas, Físicas, Químicas, Naturales y sus Aplicaciones—Tomo IV, n.º 35, 36, 37 e 38, Janeiro a Abril de 1944.

Roméia

Annales Scientifiques de l'Université de Jessy — 1^{ère} section (Mathématiques, Physique, Climie) — Tomos XXV e XXVI, anos 1941 e 1942.

OUTRAS PUBLICAÇÕES RECEBIDAS

Agros—(Lisboa)—Boletim dos Estudantes de Agronomia—Ano XXVI, n.º 4 e 5, 1943.

Revista Polytécnica—(São Paulo) Ano 39.º, n.º 143, Setembro de 1943.

Técnica — (Lisboa) — Revista de Engenharia dos Alunos do I. S. T.—n.º 143, 144, 145 e 146—Janeiro a Abril de 1944.

Matemáticas Superiores aplicadas a la Química y a la Física—por Dr. Hugo Sirk, trad. esp. pelo Prof. Dr. Tomás Batuecas — Manuel Marin, Ed., Barcelona, 1943.

Teoria monografica escalar y aplicaciones a la astronomia náutica — por Juan Garcia, capitán de corbeta - Libreria Internacional de Romo, Madrid, 1943.

Teoria general de la tabulación escalar y numérica de ecuaciones — Aplicaciones a la Astronomia Náutica—por Juan Garcia, capitán de corbeta — Libreria Internacional de Romo, Madrid, 1944.

Publicações da Embaixada Britânica.

Publicações da Embaixada dos Estados Unidos da América do Norte.