$R_j < R_{j+1}$. *É evidente a relação* $\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{R_{j+1}-R_j}{R_{j+1}+R_j}$, *ou* $R_{j+1} = R_j \times \dfrac{\operatorname{sen}\alpha+1}{-\operatorname{sen}\alpha+1}$. *A soma de* n *raios será a soma de* n *têrmos duma progressão geométrica em que o primeiro termo é* R_1 *e a razão* $\dfrac{\operatorname{sen}\alpha+1}{-\operatorname{sen}\alpha+1}$ *Portanto* $S = \dfrac{R_1\left[\left(\dfrac{\operatorname{sen}\alpha+1}{1-\operatorname{sen}\alpha}\right)^n-1\right]}{\dfrac{\operatorname{sen}\alpha+1}{1-\operatorname{sen}\alpha}-1}$. *No caso de ser* $R_j > R_{j+1}$ *a progressão será decrescente e a razão igual a* $\dfrac{1-\operatorname{sen}\alpha}{1+\operatorname{sen}\alpha}$. $S = \dfrac{R_1\left[1-\left(\dfrac{1-\operatorname{sen}\alpha}{1+\operatorname{sen}\alpha}\right)^n\right]}{1-\dfrac{1-\operatorname{sen}\alpha}{1+\operatorname{sen}\alpha}}$.

Solução de Álvaro Simões (de Sangalhos).

Enviaram também soluções correctas: J. S. Faria de Abreu (de Penafiel) e Paul Richard (de Portalegre).

1341 — Calcular o valor da soma $S = 1!1 + 2!2 + \cdots + n!n$. R: $n!n = n![(n+1)-1] = n!(n+1) - n! = (n+1)! - n!$ *Fazendo* n *sucessivamente igual a* $n-1, n-2, \cdots 3, 2, 1$, *vem* $n!n = (n+1)! - n!$, $(n-1)!(n-1) = n! - (n-1)!$, $(n-2)!(n-2) = (n-1)! - (n+2)!$; $\cdots$ $3!3 = 4! - 3!$, $2!2 = 3! - 2$, $1!1 = 1$ *Somando ordenadamente vem* $1!1 + 2!2 + 3!3 + \cdots + n!n = (n+1)! - 1$.

Solução de Paul Richard (de Portalegre).

Enviou também solução correcta: J. S. Faria de Abreu (de Penafiel).

1343 — Consideremos um diedro de rectilíneo 2α e um plano que secciona o diedro perpendicularmente ao plano bissector. Sendo β o ângulo formado pela aresta e por aquêle plano, determinar, em função de α e β, o ângulo de secção do diedro. R: *Considere-se o triedro que tem por vértice* V, *o ponto de intersecção da aresta do diedro e do plano que secciona êste perpendicularmente ao plano bissector, e por arestas, a aresta do diedro e as intersecções do dito plano com o plano bissector e com uma das faces do diedro; arestas que se designam por* VA, VB *e* VC *respectivamente. Neste triedro rectângulo conhecem-se a face* $BVA = \beta$ *e o ângulo* α *oposto à face* BVC. *O triedro está, pois, determinado. Resolvendo-o, acha-se:* $\operatorname{tg} B\hat{V}C = \operatorname{sen}\beta \operatorname{tg}\alpha$ *donde* $B\hat{V}C = \operatorname{arc\,tg}(\operatorname{sen}\beta\operatorname{tg}\alpha)$ *e* $2BVC = 2\operatorname{arc\,tg}(\operatorname{sen}\beta\operatorname{tg}\alpha)$. *É o ângulo pedido.*

Solução de Alberto Pais (de Lisboa).

Enviaram também soluções correctas: José Morgado (do Pôrto), J. S. Faria de Abreu (de Penafiel) e Paul Richard (de Portalegre).

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de matemática de que os autores ou editores enviarem dois exemplares à Redacção

23 — BUTLER, CHAS. H. and LYNNWOOD WREN, F. — **The Teaching of Secondary Mathematics** — Mc Graw-Hill Gook Co. 1941. XII+513 págs. $3.00.

É um livro verdadeiramente actual que todo o professor de matemáticas do ensino secundário deveria inscrever na sua lista de leituras. Deveria ser lido também pelos educadores em geral e pelos dirigentes que têm a seu cargo qualquer trabalho sôbre matemáticas nas escolas secundárias. Escrito por dois professores capazes e experimentados, êste livro é precioso e cheio de sugestões, particularmente para o grupo de professores jovens que, faltando-lhe a experiência do trabalho escolar, necessitam de um guia para os seus planos diários de lições.

O livro está dividido em três partes:

1.ª O lugar e a função das matemáticas na educação secundária.

2.ª Melhoramento e avaliação da instrução na educação secundária.

3.ª O ensino do assunto principal das matemáticas secundárias.

Pode-se felicitar os autores por terem escrito um bom livro, agradável e cheio de notas de filosofia e sugestões para o desenvolvimento da instrução; é são e bem equilibrado.

Os exercícios do fim de cada capítulo são bem escolhidos e a bibliografia é actual.

(de W. D. R. em «The Mathematics Teacher» Vol. XXXV, n.º 4 — Abril 1942 — Trad. J. S. P.)

24 — FRANKLIN, PHILIP — **A Treatise on Advanced Calculus** — John Wiley and Sons, Inc. — New York; Chapman and Hall — London; 1940.

Esta obra constitue uma valiosa contribuïção a êste campo da matemática. Preenche definitivamente a lacuna existente entre o trabalho de forma elementar e o de rigor dentro da moderna análise, como é pôsto em evidência pelos títulos dos primeiros capítulos. Como ponto de partida os inteiros positivos e negativos, seguindo-se os números racionais, os irracionais—cujo estudo é feito pelo método de Dedekind—a definição de ponto limite, e os teoremas de Bolzano-Weierstrass e de Heine-Borel. O segundo capítulo trata, de forma cuidada, mas não muito longa, de limites, extremos, e continuïdade; utilizando o teorema de Heine-Borel demonstra-se que uma função contínua em todos os pontos de um intervalo fechado é uniformemente contínua nesse intervalo, e apresentam-se demonstrações de teoremas relativos à continuïdade que são geralmente omitidas em livros dêste género. O primeiro capítulo termina por 34 exercícios propostos que dizem respeito aos números algébricos e transcendentes, demonstra-se que o conjunto dos algébricos é numerável, o que não sucede com o conjunto dos números reais, e dá-se a definição da curva de Peano.

. . . .

Chegados ao capítulo III, encontramos definições aritméticas construtivas das funções exponencial, logarítmo e trigonométricas. A aproximação aqui dada é nova, e de um indiscutível interêsse e valor; ao crítico afigura-se ser esta a parte mais interessante do livro. O tempo e atenção que o seu detalhe requerem deve ser, provàvelmente, o motivo da sua exclusão dalguns cursos dêste género.

Há três capítulos sôbre integração e dois relativos à variável complexa. A integração limita-se aos integrais de Riemann, próprios e impróprios.

. . . .

Nos capítulos relativos a séries e sucessões de funções encontra-se, ao lado do que é usual, secções dedicadas aos produtos infinitos, convergência em média, e equi-continuïdade. O capítulo sôbre as séries e integrais de Fourier inclue o teorema de Féjer, o de aproximação de Weierstrass, o teorema de Parseval e transformações de Laplace.

. . . .

O último capítulo trata da função gama, dos polinómios e números de Bernoulli, fórmula de Stirling, etc.

(de R. L. Jeffery em «The American Mathematical Monthly» Vol. 48, n.º 4, Abril 1941 — Trad. M. Z.)

PUBLICAÇÕES RECEBIDAS

Boletín Matemático — (Buenos Aires) — Revista argentina de Matemática — Ano XIV — n.º 17, Ano XV — n.os 12-13.

Matematica Elemental — Revista publicada por el Instituto «Jorge Juan» de Matematicas y la Real Sociedad Matematica Española — 4.ª série — Tomo III — n.º 6 — 1943.

Técnica — Revista de Engenharia dos Alunos do I. S. T. — n.os 138 e 139.

Revista Politécnica — (São Paulo — Brasil) — Ano 38.º n.os 141.

Euclides — (Madrid) — Revista mensal de Ciências Exactas, Físicas, Químicas y Naturales — Tomo III, n.os 28 e 29.

Seguros — Ano V — n.º 28.

Seleções do Reader's Digest — Maio de 1943 — e outras publicações — oferta da Legação dos Estados Unidos da América do Norte.

A situação financeira da «Gazeta de Matemática»

CONTA DO N.º 15 DA «GAZETA DE MATEMÁTICA»

Receita

Receita da venda avulso e por assinatura de 842 números	3.332$75
Existência de 549 números ao preço de custo	1.500$00
24-VIII-1943, *Déficit*	244$15
	5.076$90

Despesa

Composição, impressão, papel e brochura	4.250$50
Sua quota parte nas despezas gerais realizadas até 24 de Agôsto de 1943	826$40
	5.076$90

O. M. R. e M. O. M.