3. Como atende ao efeito da aberração diurna nas observações feitas com o instrumento de passagens suposto colocado no meridiano?

4. ¿A aberração tem alguma influência sôbre as observações feitas com o astrolábio de prisma?

5. A que chama período sinódico dum planeta? ¿O período sinódico dum planeta é maior ou menor que um ano? Justifique as respostas.

6. As fases dos planetas dependem das posições relativas do planeta, do Sol e da Terra? Examine em pormenor o caso dos planetas exteriores.

7. Explique o que é a elipse de paralaxe anual e deduza as expressões analíticas dos seus eixos.

8. Explique o que entende por depressão do horizonte e como a toma em consideração nas observações feitas com o sextante.

9. Indique os êrros dum altazimute distinguindo os de construção do instrumento dos de colocação.

II Parte — Quais são as declinações das estrêlas que, devido à refracção astronómica, se vêm acima do horizonte durante o espaço de um dia, mais 8 minutos siderais do que se a refracção não existisse? Latitude do local $41^{\circ}\,8'$ N.

Nota — Os alunos têm hora e meia para responder à primeira parte e outra hora e meia para responder à segunda. Em relação à primeira parte os alunos devem: responder a uma das preguntas 1, 2, 3 ou 4; responder a uma das preguntas 5 ou 6; responder às preguntas 7, 8 e 9. Seguidamente podem responder às restantes preguntas.

PROBLEMAS

As resoluções de problemas propostos devem ser-nos remetidas até ao dia 15 do mês anterior ao do aparecimento de cada número da Gazeta.

Para facilitar a organização da secção, pedimos que cada resolução seja transcrita numa folha de papel, utilizada só de um lado (onde outros assuntos não sejam tratados), com a indicação do nome e da morada do autor.

Das resoluções recebidas de cada problema proposto publica-se a melhor ou uma das melhores e mencionam-se os autores de tôdas as resoluções correctas e só destas.

PROBLEMAS PROPOSTOS

1433 — Estabelecer a fórmula

$$\int \operatorname{sen}^{n-1}x \cos(n+1)\,x\cdot dx = \frac{\operatorname{sen}^{n}x\cdot\cos nx}{n} + C$$

(Euler). Achar as fórmulas correspondentes para $\int \operatorname{sen}^{n-1}x \operatorname{sen}(n+1)\,x\,dx$, $\int \cos^{n-1}x \cos(n+1)\,x\,dx$, $\int \cos^{n-1}x \operatorname{sen}(n+1)\,x\cdot dx$.

1434 — Calcular $I_{m,n} = \int \frac{x^n\,dx}{\sqrt[m]{a+bx}}$ (m, n inteiros positivos).

1435 — Achar em termos finitos as equações das evolutas da curva que corta sob um ângulo constante φ as geratrizes do cone circular recto de semi-abertura u.

1436 — Prove que o grupo de movimentos que transformam em si mesmo um sólido regular de $n+1$ vértices num espaço n-dimensional é o grupo alternante de grau $n+1$; e que no espaço de $n+1$ dimensões, o grupo para o mesmo sólido é o grupo simétrico de grau $n+1$.

(Maud Willey, *Am. Math. Monthly* 1937)

1437 — Uma esfera S de raio constante move-se mantendo fixo um ponto P da sua superfície. Sendo C uma esfera fixa e Q a projecção ortogonal de P no plano radical de S e C prove que Q se move na superfície duma esfera.

(V. Thébault)

1438 — João e Francisco jogam 500 partidas de cara ou cunho a um escudo de aposta. João possui 40 escudos e Francisco 25. Supondo que o ajuste de contas só se realiza depois de acabada a série, calcular a probabilidade de que êsse ajuste de contas possa realizar-se integralmente.

1439 — Um diamante bruto de valor a partiu-se em três fragmentos. Calcule a esperança matemática do valor total do diamante quebrado supondo que o preço dum diamante é proporcional ao quadrado do seu pêso. Enuncie as hipóteses de que tem de se servir para a solução, sempre que elas não estejam implícitas no enunciado.

(Émile Borel)

1440 — Calcular o limite da soma de uma sucessão de fracções, cujos numeradores estão em progressão aritmética e os denominadores em progressão geométrica. Condição de convergência. (Aplicação numérica: $1/2+2/4+3/8+4/16+\cdots$).

Problemas propostos por Mário de Alenquer.

ALGUMAS DAS SOLUÇÕES RECEBIDAS

1250 — Dado o integral $\int_a^b f(x)\,dx$ substituí-lo por outro que tenha por limites dois números dados, A e B, por meio da substituïção $x=my+n$, sendo m e n dois números a determinar (Sturm).

R: *Fazendo no integral* $I=\int_a^b f(x)\,dx$, $x=my+n$ *e atendendo a que* $a=mA+n$ *e* $b=mB+n$ *vem* $I=m\int_A^B f(my+n)\,dy$, *onde* $m=\dfrac{a-b}{A-B}$ *e* $n=\dfrac{bA-aB}{A-B}$ *o que exige* $a\neq b$ *e* $A\neq B$.

Solução de José Morgado (do Pôrto).

Enviaram também soluções correctas: F. Soares David e Laureano Barros (Pôrto).

1251 — Dum barril cheio tira-se um litro de vinho, e substitui-se por água. Depois tira-se um litro da mistura e substitui-se por água. Efectuada esta operação 35 vezes, verifica-se que o barril contém quantidades iguais de água e vinho. Calcular a capacidade do barril. R.: *Seja* V_i *o vinho contido no barril ao fim da operação de ordem* i *e* V_{i+1} *o vinho contido ao fim da operação de ordem* $i+1$. *É fácil ver que se tem* $V_{i+1}=V_i-V_i/C=V_i(1-1/C)$ *onde* C *é a capacidade do barril e* $i=0,\cdots 35$.

Efectuando o produto, membro a membro, de tôdas as igualdades e atendendo a que $V_{35}=C/2$, *vem* $C/2=C(1-1/C)^{35}$. *Aplicando logaritmos, vem* $35\log(1-1/C)=\log 1/2 \therefore 1=1/C=0{,}9803$; $C=51^l{,}02$.

Solução de Laureano Barros (do Pôrto).

Enviaram também soluções correctas: F. Soares David (Pôrto), J. S. Faria Abreu (Penafiel) e J. Morgado (Pôrto).

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de matemática de que os autores ou editores enviarem dois exemplares à Redacção

20 — ALBUQUERQUE, Luís Mendonça de — **Exercícios de Geometria Descritiva** — Tip. Emprêsa Guedes — Pôrto, 1942.

Trata-se de uma compilação de 192 exercícios organizada pelo Autor, assistente de Geometria Descritiva da Faculdade de Ciências de Coimbra, com o intuito de auxiliar e orientar o estudo dos alunos desta cadeira.

O critério seguido na elaboração do livro é indicado pelo Autor no prefácio: «Fizemos seguir alguns dos problemas nela (colectânea) incluídos de uma indicação do método mais prático para obter a solução. Quando nos pareceu necessário fêz-se acompanhar essa indicação sumária da resolução gráfica. Mas, na maioria dos casos, deixa-se ao leitor o trabalho de escolher o método mais cómodo, por analogia com problemas gerais ou já resolvidos».

A obra está dividida da seguinte forma:

1.ª parte — Geometria de Monge (Ex. n.os 1 a 60).
2.ª parte — Geometria cotada (Ex. n.os 61 a 85).
3.ª parte — Triedros e poliedros (Ex. n.os 86 a 106).
4.ª parte — Superfícies (Ex. n.os 107 a 165).
5.ª parte — Perpectiva rigorosa (Ex. n.os 166 a 184).
6.ª parte — Perspectiva cavalheira (Ex. n.os 185 a 192).

O livro de aspecto agradável é ilustrado com 37 gravuras bem apresentadas. Estamos convencidos que prestará serviços, sobretudo aos estudantes a que é destinado, e desejamos que o exemplo seja seguido e vão aparecendo mais obras no género desta, bastante necessárias no nosso meio, onde tão escassa é a produção matemática, mesmo no campo didáctico.

Manuel Zaluar

21 — AMOROSO, L. — **Meccanica Economica** — Macrì, Bari-Città di Castello, 1942.

Neste original e interessantíssimo curso, lições feitas no ano académico de 1941-42 no «Reale Istituto Nazionale di Alta Matematica», o Autor apresenta uma representação matemática dos fenómenos económicos, que partindo da doutrina pareteana do equilíbrio conduz a uma construção dinâmica que nas suas linhas fundamentais recalca as construções da mecânica clássica.

Identificando o equilíbrio com uma configuração em que as acções económicas são uniformemente repetidas e que portanto resultam estacionárias em relação ao tempo, o Autor considera sucessivamente os sectores do consumo e da produção, mostrando como se determinam as incógnitas (quantidades consumidas e produzidas) em funções dos preços do mercado. Cada actuante (consumidor ou produtor) inspira a sua conduta pelo critério de realizar as combinações preferidas dentre as que lhe são acessíveis. Da oposição entre tôdas as acções e reacções determina-se o processo de nivelamento da produção ao consumo, através do qual se formam os preços do mercado.

Exposta dêste modo a teoria do equilíbrio, o