

ALGUMAS DAS SOLUÇÕES RECEBIDAS

1250 — Dado o integral $\int_a^b f(x) dx$ substituí-lo por outro que tenha por limites dois números dados, A e B , por meio da substituição $x=my+n$, sendo m e n dois números a determinar (Sturm).

R: Fazendo no integral $I = \int_a^b f(x) dx$, $x=my+n$ e atendendo a que $a=mA+n$ e $b=mB+n$ vem $I = m \int_A^B f(my+n) dy$, onde $m = \frac{a-b}{A-B}$ e $n = \frac{bA-aB}{A-B}$ o que exige $a \neq b$ e $A \neq B$.

Solução de José Morgado (do Pôrto).

Enviaram também soluções correctas: F. Soares David e Laureano Barros (Pôrto).

1251 — Dum barril cheio tira-se um litro de vinho, e substitui-se por água. Depois tira-se um

um litro da mistura e substitui-se por água. Efectuada esta operação 35 vezes, verifica-se que o barril contém quantidades iguais de água e vinho. Calcular a capacidade do barril. R: Seja V_i o vinho contido no barril ao fim da operação de ordem i e V_{i+1} o vinho contido ao fim da operação de ordem $i+1$. É fácil ver que se tem $V_{i+1} = V_i - V_i/C = V_i(1-1/C)$ onde C é a capacidade do barril e $i=0, \dots, 35$.

Efectuando o produto, membro a membro, de todas as igualdades e atendendo a que $V_{35} = C/2$, vem $C/2 = C(1-1/C)^{35}$. Aplicando logaritmos, vem $35 \log(1-1/C) = \log 1/2$. $\therefore 1-1/C = 0,9803$; $C = 51,02$.

Solução de Laureano Barros (do Pôrto).

Enviaram também soluções correctas: F. Soares David (Pôrto), J. S. Faria Abreu (Penafiel) e J. Morgado (Pôrto).

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de criticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas criticas de livros e outras publicações de matemática de que os autores ou editores enviarem dois exemplares à Redacção

20 — ALBUQUERQUE, LUÍS MENDONÇA DE — Exercícios de Geometria Descritiva — Tip. Empresa Guedes — Pôrto, 1942.

Trata-se de uma compilação de 192 exercícios organizada pelo Autor, assistente de Geometria Descritiva da Faculdade de Ciências de Coimbra, com o intuito de auxiliar e orientar o estudo dos alunos desta cadeira.

O critério seguido na elaboração do livro é indicado pelo Autor no prefácio: «Fizemos seguir alguns dos problemas nela (colectânea) incluídos de uma indicação do método mais prático para obter a solução. Quando nos pareceu necessário fêz-se acompanhar essa indicação sumária da resolução gráfica. Mas, na maioria dos casos, deixa-se ao leitor o trabalho de escolher o método mais cómodo, por analogia com problemas gerais ou já resolvidos».

A obra está dividida da seguinte forma:

- 1.^a parte — Geometria de Monge (Ex. n.ºs 1 a 60).
- 2.^a parte — Geometria cotada (Ex. n.ºs 61 a 85).
- 3.^a parte — Triedros e poliedros (Ex. n.ºs 86 a 106).
- 4.^a parte — Superfícies (Ex. n.ºs 107 a 165).
- 5.^a parte — Perspectiva rigorosa (Ex. n.ºs 166 a 184).
- 6.^a parte — Perspectiva cavalheira (Ex. n.ºs 185 a 192).

O livro de aspecto agradável é ilustrado com 37 gravuras bem apresentadas. Estamos convencidos que prestará serviços, sobretudo aos estudantes a que é destinado, e desejamos que o exem-

plo seja seguido e vão aparecendo mais obras no género desta, bastante necessárias no nosso meio, onde tão escassa é a produção matemática, mesmo no campo didáctico.

Manuel Zaluar

21 — AMOROSO, L. — Meccanica Economica — Macri, Bari-Città di Castello, 1942.

Neste original e interessantíssimo curso, lições feitas no ano académico de 1941-42 no «Reale Istituto Nazionale di Alta Matematica», o Autor apresenta uma representação matemática dos fenómenos económicos, que partindo da doutrina pareteana do equilíbrio conduz a uma construção dinâmica que nas suas linhas fundamentais recalca as construções da mecânica clássica.

Identificando o equilíbrio com uma configuração em que as acções económicas são uniformemente repetidas e que portanto resultam estacionárias em relação ao tempo, o Autor considera sucessivamente os sectores do consumo e da produção, mostrando como se determinam as incógnitas (quantidades consumidas e produzidas) em funções dos preços do mercado. Cada actuante (consumidor ou produtor) inspira a sua conduta pelo critério de realizar as combinações preferidas dentre as que lhe são acessíveis. Da opposição entre todas as acções e reacções determina-se o processo de nivelamento da produção ao consumo, através do qual se formam os preços do mercado.

Exposta deste modo a teoria do equilíbrio, o

Autor passa a indicar as dificuldades essenciais que se encontram quando se tenta impedir ao movimento o carácter estacionário; isto é evitar a hipótese de que as acções económicas se repitam uniformemente.

O Autor mostra como tal se pode resolver supondo que as funções fundamentais — ofelmidade e produtividade — dependem não só da velocidade do fluxo das quantidades consumidas e empregadas mas ainda da correspondente aceleração. Por este modo introduz-se no sector do consumo e da produção um princípio análogo ao princípio galileano da inércia e daí portanto, as equações do movimento económico nestes dois sectores tornam-se equações diferenciais de 2.^a ordem, análogas às equações de Lagrange. Daqui resulta uma espécie de dualidade entre os teoremas fundamentais da Economia e os da Mecânica. O princípio económico do mínimo esforço vem identificado ao princípio mecânico da mínima acção e o princípio da conservação da energia pode ser interpretado como um princípio ricardiano de nivelamento de custos aos preços.

Nas transformações físicas duma e doutra forma de energia a natureza operaria como um produtor que efectuassee as transformações com o mínimo custo. Os coeficientes que exprimem os equivalentes da transformação da energia (elétrica, térmica, etc.) em termos, por exemplo, de energia mecânica representam na economia da natureza funções análogas às dos preços.

Se os preços fôsseem constantes universais a Economia reduzir-se ia completamente às equações diferenciais do consumo e da produção e o paralelismo com as equações diferenciais da Mecânica seria completo.

Mas os preços são porém variáveis, determinados em cada instante pelo processo de adaptação da produção ao consumo. O Autor passa a estudar este processo e demonstra que o clássico princípio do equilíbrio da procura e da oferta deve ser oportunamente modificado, se se quiere tomar em atenção as flutuações dos stocks. Chega-se assim a um sistema de equações integro-diferenciais que representam o movimento dos preços e que dá uma explicação teórica do movimento cíclico dos fenómenos económicos.

(De F. C. em «Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari» Anno XIII, Roma, 1942 — Trad. M. Z.)

22—DAVIS, HAROLD T.—*The Theory of Econometrics* — Principia Press, Inc., Bloomington, Ind., 1941, XVI+482 págs.

A Econometria é uma ciência relativamente

nova que se desenvolveu grandemente na última dezena de anos. O seu objecto é uma formulação quantitativa das teorias económicas de par com o problema das suas verificações estatísticas. Muitas das modernas investigações estão dispersas num grande número de periódicos e urgia uma apresentação total da teoria. O presente livro, com as extensas referências bibliográficas, que contém, contribue certamente para tal.

O livro compreende duas partes. A primeira trata da estática económica e a segunda da dinâmica económica. Os principais assuntos discutidos na estática económica são: a natureza da riqueza e do rendimento; o conceito de utilidade; curvas de oferta e de procura; a teoria de troca pura; a teoria do monopólio e do regime de 2 concorrentes; funções de produção; orçamentos; a teoria do equilíbrio e do imposto. Dentre os assuntos tratados na segunda parte devem destacar-se os seguintes: crescimento da população e indústria com uma discussão da curva logística; a equação da troca; números índices do ponto de vista económico; crono-séries e sua correlação, incluindo tendências, análise harmónica e correlação de séries; conceitos dinâmicos de oferta e de procura; a dinâmica das crono-séries económicas com uma discussão da teoria dos choques casuais (erratic-shock theory); teoria dos ciclos económicos e troca internacional.

O livro foi evidentemente escrito para ser usado como texto. Este propósito é auxiliado também pelo grande número de problemas que em cada capítulo são propostos aos estudiosos. Os métodos matemáticos são largamente adoptados em toda a obra ainda que num nível não muito elevado bastando para a leitura de quasi todo o livro o conhecimento do Cálculo. O livro foi feito para texto, e não é um tratado, mas o tratamento de certos assuntos é feito muito elementarmente e não é tão completo e profundo como conviria num tratado.

Em vários casos recomenda-se ao leitor para uma análise mais detalhada a consulta de uma outra obra mais desenvolvida do autor [The Analysis of Economic Time Series].

Os economistas matemáticos encontrarão interesse na discussão de numerosos resultados técnicos modernos e na grande quantidade de dados estatísticos que são confrontados com a teoria. Os professores de economia matemática encontrarão no livro um auxiliar para o seu trabalho pedagógico.

(de A. Wald (New York) em «Mathematical Reviews», Vol. 5, n.º 1 — 1942 — Trad. M. Z.)

PUBLICAÇÕES RECEBIDAS

Agros — Boletim dos Estudantes de Agronomia — Ano XXVI — n.º 1 — Janeiro-Fevereiro de 1943.

Boletim Matemático — (Buenos Aires). Revista argentina de Matemática — Ano XV — n.º 11.

Euclides — (Madrid) — Revista de Ciências Exatas, Físico-Químicas y Naturales — Ano III (1943) — n.º 25, 26 e 27.

Exercícios de Geometria Descritiva — Luís Mendonça de Albuquerque — Tipografia Empresa Guedes, L.^{da} — Porto.

Seguros — Ano V — n.º 27 — Abril de 1943.

Portugaliae Physica — Vol. 1 (1943), Fasc. 1 — M. T. Antunes. *Les valeurs de l'énergie de la configuration électronique 3d² 4p*. — A. Gibert. *Analyse de spectres β de raies*. — Ruy Luís Gomes. *Sur une généralisation de l'opérateur de projection $\varepsilon(I)$* — Manuel Valadares. *La loi photoélectrique d'Einstein et le phénomène de conversion interne*.

Sur la possibilité d'une cinématique générale — Guido Beck — Publicação n.º 5 do Centro de Estudos de Matemática da Universidade do Porto — 1943.

Técnica — Revista de Engenharia dos alunos do I. S. T. — n.ºs 136 e 137.

DISTRIBUIÇÃO GEOGRÁFICA DOS ASSINANTES DA «GAZETA DE MATEMÁTICA»

Localidades por Distritos	Na data da publicação do			Localidades por Distritos	Na data da publicação do		
	N.º 10	N.º 11	N.º 15		N.º 10	N.º 11	N.º 15
Aveiro				Castelo Branco			
Águeda	1	—	1	Castelo Branco	1	2	2
Anadia	—	—	2		1	2	2
Aveiro	—	—	2	Coimbra			
Espinho	—	—	2	Coimbra	8	8	13
Pinheiro da Bemposta	—	—	1	Figueira da Foz	2	2	3
Sangalhos	1	—	2	Oliveira do Hospital	—	—	1
	2	—	10		10	10	17
Beja				Évora			
Beja	—	1	4	Évora	—	1	2
	—	1	4	Reguengos de Monsaraz	—	—	2
Braga				Vendas Novas	1	1	1
Barcelos	—	—	2		1	2	5
Braga	1	2	3	Faro			
Fafe	—	1	—	Lagos	—	—	1
Guimarães	—	—	1	Loulé	—	—	1
Portela de Cabras	—	—	1	Vila Real de Santo António	—	—	1
Riba d'Ave	—	—	1		—	—	3
Vila Nova de Famalicão	—	1	—	Leiria			
	1	4	8	Bombarral	1	1	1
Bragança				Leiria	3	3	4
Sendim	—	—	1	Pombal	—	—	1
Urros	—	1	1		4	4	6
	—	1	2				

Localidades por distrito	Na data da publicação do			Localidades por distrito	Na data da publicação do		
	N.º 10	N.º 11	N.º 15		N.º 10	N.º 11	N.º 15
<i>Lisboa</i>				Transporte	14	79	143
Alhandra	1	1	2	Santo Tirso	—	—	1
Amadora	1	2	1	Touguinhó	—	—	1
Carcavelos	1	1	2	Trofa	2	2	1
Cascais	1	1	3	Valadares	—	—	1
Caxias	—	—	1	Vermoim	—	—	1
Cruz Quebrada	1	1	—	Vila do Conde	—	—	1
Estoril	—	—	1	Vila Nova de Gaia	2	4	7
Lisboa	192	270	505		18	85	156
Mont'Estoril	—	1	1	<i>Santarém</i>			
Moscavide	—	2	1	Muge	—	—	1
Paço d'Arcos	1	1	2	Ribeira de Santarém	1	1	1
Parede	1	2	4	Santarém	3	5	7
Queluz	2	2	4		4	6	9
Sacavém	—	—	1	<i>Setúbal</i>			
Sintra	1	1	2	Almada	—	—	1
S. João do Estoril	—	1	1	Cacilhas	—	—	1
Vila Franca de Xira	1	2	2		—	—	2
	203	288	533	<i>Viana do Castelo</i>			
<i>Portalegre</i>				Arcos de Valdevez	—	—	1
Crato	—	1	1	Ponte da Barca	—	1	1
Elvas	—	—	1	Ponte de Lima	—	—	2
Portalegre	1	1	1	Viana do Castelo	—	—	4
	1	2	3		—	1	8
<i>Pôrto</i>				<i>Vila Real</i>			
Cête	—	1	—	Chaves	1	1	1
Ermezinde	—	1	4	Pêso da Régua	—	—	1
Foz do Douro	—	—	3		1	1	2
Matozinhos	—	—	1	<i>Viseu</i>			
Penafiel	—	—	1	Canas de Senhorim	—	—	1
Pôrto	14	76	129	Caramulo	1	1	—
Póvoa de Varzim	—	1	2	Carregal do Sal	—	—	1
Praia da Granja	—	—	1	Mangualde	—	1	1
Rio Tinto	—	—	1	Souto-Côvo	—	—	1
S. Mamede de Infesta	—	—	1		1	2	4
A transportar	14	79	143	Total geral	247	409	774

A situação financeira da «Gazeta de Matemática»

CONTA DO N.º 14 DA «GAZETA DE MATEMÁTICA»

Receita

Receita da venda avulso e por assinatura de 794 números	3.133\$75
Existência de 442 números ao preço de custo	1.365\$70
26-V-1943, Déficit	137\$05
	<u>4.636\$50</u>

Despesa

Composição, impressão, papel e brochura	4.002\$50
Sua quota parte nas despesas gerais realizadas até 26 de Maio de 1943	634\$00
	<u>4.636\$50</u>