ANO IV - N.º 14 GAZETA DE MATEMÁTICA MARÇO - 1943

REDACTOR PRINCIPAL: *M. Zaluar* ■ EDITOR: *J. da Silva Paulo* ■ ADMINISTRADOR: *A. Sá da Costa*

Composto e impresso na Sociedade Industrial de Tipografia, Rua Almirante Pessanha, 5 (ao Carmo), Lisboa

DAVID HILBERT

por **Bernardino Machado** (C. E. M. do Pôrto)

A Alemanha tem sido um país onde a educação se tem praticado extensamente e em variadas direcções: educação humanística, educação técnica, educação desportiva e pre-militar. É interessando os educandos na actividade particular a que se dedicam, fazendo-os seus colaboradores activos, começando a organizá-los no exercício da sua profissão ou arte, realizando uma unidade entre o período escolar e a actividade do cidadão, como se exerce a influência da sociedade na sua função educadora sôbre o indivíduo.

Hilbert, nesta máquina educadora bem montada, teve por professores homens que tinham chegado a sê-lo pelo jôgo regular da selecção efectuada no decurso das provas que iam prestando no seio da colectividade educadora. Ainda em Königsberg, onde cursou Matemática, foi professor dêle Henrique Weber, que juntamente com Ricardo Dedekind desenvolvera aritmèticamente a «Teoria das Funções Algébricas duma Variável». Com Weber, Hilbert participou num Seminário para o estudo da Teoria dos Invariantes. Estes Seminários eram um dos meios usados nas Universidades para incitar os alunos ao estudo; tornando-os colaboradores uns dos outros e também dos mestres, davam à entusiástica ansiedade científica de muitos um campo mais livre do que as aulas a que serviam de complemento. Neles havia ocasião para exercer uma actividade consciente que é um bom antídoto à passividade receptiva a que se prestam os cursos sem mais nada. Depois de Weber foi seu professor F. Lindemann que em 1882 tinha publicado a demonstração da transcendência do número π. Sob a sua influência Hilbert dedicou-se à Teoria dos Invariantes. Foi por êste tempo que se tomou de amizade com Hermann Minkowskis que em 1883, com 19 anos de idade obtivera o Grande Prémio da Academia de Paris. Os dois colegas e o novo professor Adolfo Hurwitz davam grandes passeios em Königsberg e durante êles mantinham longas conversas sôbre Matemática. Além dos professores nomeados, Hilbert foi influenciado também e de maneira profunda por Leopoldo Kronecker. Esta influência exerceu-se por dois modos: seguindo os trabalhos de Kronecker sôbre a Teoria dos Corpos de Números em que êste fôra o continuador de Gauss; opondo-se à opinião de Kronecker, que, como modernamente Brouwer, considerava ilegítimos certos processos de demonstração, como os que Cantor empregara na Teoria dos Conjuntos.

Em 1885 esteve em Leipzig no Seminário de Felix Klein e daí seguiu a conselho dêste para Paris onde trabalhou com Carlos Hermite. Em 1886 defendeu tese e ficou como assistente em Königsberg. Até 1892 os seus estudos versaram a Teoria dos Invariantes. De 1892 a 1895 foi professor auxiliar em Königsberg donde passou a Göttingen na qualidade de professor ordinário. A época de 1892 a 1899 foi dedicada à Teoria dos Corpos de Números, desenvolvendo e sistematizando os resultados de Kronecker, Dedekind e Kummer. Mas já em 1899 publicou o livro «Grundlagen der Geometrie» (Fundamentos da Geometria) que é o mais conhecido dos seus trabalhos. Nêle as noções da Geometria são introduzidas pelas relações lógicas que estabelecem entre elas certas proposições fundamentais — os axiomas — das quais tôdas as outras devem ser deduzidas. E nada mais se deve ligar com aquelas noções senão as relações formais fixadas pelos axiomas. Assim, qualquer significado particular que elas possam ter é irrelevante. Êste método, chamado axiomático, que visa a investigar apenas relações formais fixadas com exactidão, as quais podem valer entre vários sistemas de seres particulares que são outras tantas realizações da axiomática, foi depois largamente aplicado. Na Geometria prosseguiram neste sentido Veronese e Osvaldo Veblen, que, abandonando os axiomas de Hilbert, os quais correspondiam a proposições evidentes da Geometria, procuraram uma axiomática com um número mínimo de proposições primitivas independentes sem se importar com a evidência ou falta de evidência das suas correspondentes na Geometria intuitiva. Mas o método axiomático teve aplicação em muitos outros domínios da Matemática. E precisamente na Álgebra aritmetizada pelo modo que indicava a Teoria dos Corpos de Números tem êle fornecido belos resultados.

Os anos que se seguiram a 1899 foram dedicados a problemas de Física que o conduziram a resultados valiosos relativos ao Cálculo das Variações. Foi depois que teve conhecimento do trabalho de Fredholm sôbre as equações integrais que Hilbert pôde unificar os frutos das suas investigações numa teoria que dava uma interpretação geral dos métodos de Fredholm. Estes estudos sôbre as equações integrais foram ponto de partida para o estabelecimento de métodos muito fecundos da Matemática e da Física Teórica. Deles nasceram o espaço de Hilbert e, mais tarde, a Teoria dos Operadores de Hermite de von Neumann. Quando publicou a sua monografia «Grundzüge einer allgemeinen Theorie der linearen Integralgleichungen» (Linhas gerais duma Teoria Geral das Equações Integrais Lineares) que dava uma base geral para a resolução de tôda uma série de problemas da Física Teórica até então atacados com métodos especiais, já se estava dedicando à aplicação do método axiomático a vários capítulos da Física Teórica. Assim estudou a Teoria Cinética dos Gases e a Teoria da Radiação. Continuando com estes trabalhos preocupou-se com problemas suscitados pela Teoria da Relatividade e pela Mecânica Quântica.

Neste período de 1901 a 1914 a influência de Hilbert foi enorme. Mais de 40 teses, algumas célebres, foram feitas sob a direcção dêle. Dentre os autores citaremos: Otto Blumenthal, Hermann Weyl, Andreas Speiser, Ricardo Courant, Henrique Behmann, Guilherme Ackermann, Arnold Schmidt. Também J. v. Neumann e P. Bernays colaboraram com êle.

Os problemas de Filosofia da Matemática que os novos métodos axiomáticos tinham criado e já preocupavam Hilbert desde a época dos «Grundlagen» foram o seu domínio de investigação principal a partir de 1917. Dos 23 problemas que propôs ao Congresso Internacional de Matemáticas de Paris em 1900, os dois primeiros eram o problema da potência do contínuo de Cantor e a compatibilidade da axiomática dos números naturais. A formalização da Lógica e da Aritmética facultaram-lhe o meio para estabelecer um esquema formal das regras de dedução empregadas em Matemática, no qual participavam tanto a Aritmética dos Números Inteiros como o Cálculo Lógico. A demonstração da compatibilidade da axiomática dos números inteiros consistiria então em averiguar se das proposições dessa axiomática, pela aplicação das regras de inferência já formuladas exactamente, se poderiam deduzir duas fórmulas contraditórias. Um resultado que depende evidentemente das regras de dedução e da Axiomática dos Números Inteiros que se escolherem. Parece que recentemente G. Gentzen conseguiu dar uma demonstração dêsse facto. Quanto ao problema da potência do contínuo espera ainda que o resolvam.

Não deixe de ficar citado aqui o seu livro «Anschauliche Geometrie» (Geometria Intuitiva) publicado em 1932, no qual, quási sem provas lógicas, servindo-se de exemplificações com modelos, demonstra uma multidão de factos geométricos próprios para iniciar em estudos mais adiantados. Êste livro e o de Felix Klein — As Matemáticas Elementares dum Ponto de Vista Superior — são excelentes para o ensino das Matemáticas e devem ser recomendados numa terra onde o ensino peca por falta de ser constantemente revivificado.

Nós não queremos exalçar aqui a figura de Hilbert incitando os outros à admiração por êle. Nem sequer fazer nascer nos que nos lerem a impressão de beleza que causa o harmonioso aspecto dalgumas das suas doutrinas. Que, atentando-se neste homem, se veja antes como foi um trabalhador numa colectividade de trabalhadores, como, educado por uns, pôde a seu turno educar outros pelos quais a sua obra se prolonga muito para além donde poderia chegar sòzinho com sua grande fôrça. E realize-se bem como a grande fecundidade da sua acção só foi possível graças à colaboração no interior da escola entre os que aprendem e os que ensinam juntamente com uma forte ligação entre a escola e a sociedade.