explica que, mesmo entre homens e mulheres cultos do nosso tempo, exista a crença firme de que a Matemática está imóvel, acabada para sempre, e que o matemático é um repetidor do saber do passado? Esta atitude de espírito é destrutiva de novo progresso da ciência exacta como um instrumento da reconstrução social. Os seus fundamentos devem determinar-se por um estudo do papel da Matemática na sociedade moderna, como um todo, e não apenas nas suas escolas e indústrias.

Estes exemplos muito desconexos bastarão para mostrar que há lugar para uma sociologia da Matemática. Mostram também que é necessária uma análise cuidadosa das estruturas sociais antes de tentar interpretar a sua influência no estado da ciência exacta. A superficialidade só causa desânimo e faz com que o trabalho pareça irrisório. Os progressos formidáveis da história económica, durante as últimas décadas, tornaram a tarefa potencialmente possível. A história da técnica, também um factor importante do aspecto sociológico, como vimos, está ainda num estado pouco satisfatório. A falta pode suprir-se sem grande dificuldade com a abundante documentação de que se dispõe. Afortunadamente, os períodos nos quais o matemático está interessado são, em geral, os mais profundamente estudados por outros — as civilizações da China, Babilónia, Egipto antigo, Grécia clássica, Império Romano, Europa sob o feudalismo e depois da sua desintegração, e o capitalismo moderno. Uma excepção parece ser o primitivo mundo islâmico e a Índia antes dos maometanos, a respeito dos quais a informação sociológica é muitíssimo escassa.

Termino com um aviso final. Devemos ter sempre a consciência de que uma descoberta matemática, um estado de espírito respeitando a Matemática, um método de ensino, não são nunca explicados por uma só causa. A realidade é complexa e mesmo o acto mais modesto ou mais subtil reflecte dum modo ou de outro uma infinidade de aspectos do universo real. Não podemos afirmar que um facto particular foi causador duma ocorrência ou estado de espírito particular. Devemos descobrir o modo segundo o qual todos os factores — sociológicos, lógicos, artísticos e pessoais — desempenharam uma função no caso em estudo, não esquecendo nunca, todavia, que o homem é um ser social mesmo quando êle se preocupa com as linhas rectas dum hiper-cone num espaço hepta-dimensional.

Tradução de A. SÁ DA COSTA

---

atingiu o alfabeto», *The Education of Henry Adams* (Boston: Houghton Mifflin, 1927), p. 60. Vide também p. 449. A ansiedade de HENRI ADAMS tem o sabor dum século distante — de acôrdo com o seu próprio carácter.

Uma função contínua sem derivada

por **Henri Lebesgue**

(Publicado em *L'Enseignement Mathématique*, Vol. 38 (1939-1941), págs. 212-215)

Antes de expor o seu interessante exemplo de função sem derivada, R. Tambs Lyche nota muito justamente que a primeira função desta natureza, devida a Weierstrass, serve mal para o ensino elementar, o que me conduziu a procurar como, sob êste ponto de vista pedagógico, melhorar êste exemplo que, utilizando o desenvolvimento em série de Fourier, tem a grande vantagem de mostrar que as funções não deriváveis podem apresentar-se no decurso dum cálculo normal. Isto é fácil, e por isso a observação que se segue não é certamente nova; pode no entanto ser útil a sua publicação.

Seja, por exemplo, a função evidentemente contínua

$$(1)\qquad f(x)=\sum_1^\infty \frac{1}{2^n}\operatorname{sen} 2^{n^2}x=\sum_1^\infty u_n(x)$$

tem-se

$$(2)\qquad \frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\sum_1^\infty \frac{1}{2^n h}\left[\operatorname{sen} 2^{n^2}(x+h)-\operatorname{sen} 2^{n^2}x\right].$$

O limite superior do valor absoluto do n-ésimo têrmo de (2) é também o de $|u'(x)|$, donde se deduz que o valor absoluto da soma dos $m-1$ primeiros termos de (2) é no máximo

$$\sum_1^{m-1}\frac{1}{2^n}2^{n^2}=\sum_1^{m-1}2^{n^2-n}<2^{(m-1)^2-(m-1)+1}=2^{m^2-3m+3}.$$

porque cada têrmo 2^{n^2-n} é inferior à metade do seguinte.

Demos a h os quatro valores

$$h_1=\frac{\pi}{2^{m^2+1}},\quad h_2=\frac{-\pi}{2^{m^2+1}},\quad h_3=\frac{3\pi}{2^{m^2+1}}\quad \text{e}\quad h_4=\frac{-3\pi}{2^{m^2+1}}.$$

Os arcos $\alpha_n=2^{n^2}x$ sofrem então, para $n>m$, acréscimos, positivos ou negativos, que são múl-