

MOVIMENTO MATEMÁTICO

Secção a cargo de A. Pereira Gomes

CENTRO DE ESTUDOS MATEMÁTICOS DO PÔRTO UM CURSO PELO DOUTOR ANTÓNIO MONTEIRO

Integrado no plano de trabalhos do Centro de Estudos Matemáticos da Faculdade de Ciências do Pôrto, realizou o Dr. António Monteiro, de 23 de Outubro a 7 de Novembro, um curso subordinado ao tema «Introdução ao Estudo da Noção de Função Contínua».

Um curso promovido fora do plano oficial de estudos universitários, quando é professado por uma personalidade científica de primeira plana sobre assuntos de grande actualidade, provoca sempre um forte movimento de curiosidade e interesse. Observa-se, porém, com frequência, que esse interesse diminui rapidamente e só a raros acompanha até final do curso.

É-nos grato notar que isto se não verificou com as lições do Dr. António Monteiro. Apesar do prejuízo que, sem dúvida, adveio, para um pleno rendimento do curso, do facto de um conjunto de circunstâncias ter obrigado à sua realização num período em que a vida escolar estava ainda perturbada com os exames da 2.^a época, a frequência destas lições manteve-se com toda a regularidade. O Dr. António Monteiro teve, de facto, também sob este aspecto, o mérito de sustentar, da 1.^a à última lição, o vivo interesse com que o ouviu um grande grupo de alunos, assistentes e professores.

Dêste modo, o curso desenvolveu-se num verdadeiro ambiente de trabalho, estranho a quaisquer formalidades, em que cada um, procurando apreender as idéias centrais da exposição, se colocava em condições de sentir a essência do problema da caracterização topológica da noção de continuidade, problema que foi analisado até às suas últimas consequências.

O curso foi desenvolvido de acôrdo com o seguinte programa:

I — Definições métricas

A noção de função contínua. Funções com um número finito de variáveis reais ou complexas. Funções de uma infinidade numerável de coordena-

nadas (espaço I^2). Funções de quadrado somável (espaço L^2). Espaços I^p e L^p . Funcionais do cálculo das variações. Vizinhanças de diferentes ordens. Unificação pela teoria dos espaços distanciados.

II — Definições topológicas

Relações entre as noções de espaço métrico e de espaço topológico.

A noção de espaço (V) de Fréchet e a definição de continuidade de Cauchy.

A noção de fecho de um conjunto como noção primitiva da topologia. Os conjuntos fechados e os espaços de Sierpinski. Novas definições de continuidade.

Espaços topológicos particulares.

Espaços topológicos mais gerais (Moore) e a teoria das funções contínuas nestes espaços (Garrett Birkhoff).

O problema da caracterização dos espaços topológicos pelo tipo de continuidade. O problema de Wiener.

III — Generalizações

Sistemas parcialmente ordenados e Álgebras de Boole. Sistemas parcialmente ordenados topológicos. Generalização da noção de função contínua e de homeomorfia.

Dado o êxito das lições que constituíram este curso, é para lamentar que não tivesse havido possibilidade de prolongar por mais algumas semanas a estadia do Dr. António Monteiro entre nós, o que lhe poderia permitir dar um maior desenvolvimento ao estudo de certas questões, apenas apontadas, em particular, o problema da caracterização dos espaços topológicos pelo tipo de continuidade, o problema da caracterização da recta pelo conjunto das suas deformações topológicas, e a generalização da noção de função contínua e de homeomorfia em sistemas parcialmente ordenados topológicos.

A. PEREIRA GOMES

Publicações do Centro de Estudos Matemáticos do Pôrto

Acabam de aparecer mais duas publicações da colecção criada por este Centro de Estudos: «Sobre os grupos abelianos», por A. Almeida Costa, professor extraordinário da Universidade do Pôrto e «Cálculo Tensorial», por Manuel Gonçalves Miranda, assistente da Universidade do Pôrto.

RECTIFICAÇÃO

Congresso Luso-Espanhol para o Progresso das Ciências (Pôrto-1942)

No penúltimo parágrafo da pg. 19, (G. M. - n.º 12), na 5.^a linha a contar do fim, onde se lê: praxe das palavras *sem convicção*..., deve ler-se: praxe das palmas *sem convicção*.

A uma má revisão, cuja responsabilidade é da Redacção, se deve o erro assinalado.

N. R.

DUAS PALESTRAS DE VULGARIZAÇÃO MATEMÁTICA NA UNIVERSIDADE DO PÔRTO

Dirigida a todos os alunos da Universidade do Pôrto, realizou o Dr. António Monteiro duas palestras subordinadas ao título geral «Miniatura Matemática».

A realização de palestras de vulgarização matemática vem ao encontro de um desejo unânime dos estudantes de todas as Faculdades, que vêm numa amplificação dos seus conhecimentos dentro dos domínios desta ciência não só uma necessidade de adaptação ao seu rápido progresso, mas também um meio eficiente de abordar a crítica de alguns problemas de outras ciências, Biologia, Física, Química, etc.

A avaliar pela maneira como estas duas palestras foram recebidas no nosso meio académico, é de esperar a continuação, dentro da Universi-

dade, duma tão útil actividade de vulgarização, em que muito desejaríamos ver incluída a colaboração de estudantes.

Seguem os sumários das referidas palestras:

1.^a — *Geometrias finitas*

Plano euclideo finito (com 4 e 8 pontos). Espaço euclideo a 3 dimensões (com 8 pontos). Axiomas da Geometria e a noção de isomorfismo. Sistemas categóricos e não categóricos.

2.^a — *Álgebra finita e a geometria analítica*

Álgebra dos pares e dos ímpares. Leitura de um relógio. Anéis, domínios de integridade e corpos finitos. Extensão algébrica de um corpo. Representação plana dum corpo de 4 números complexos. Relações entre a Álgebra e a Geometria Finita.

A. P. G.

O SEMINÁRIO DE FÍSICA TEÓRICA ANEXO AO C. E. M. DO PÔRTO

Anuncia-se, para o começo do próximo ano, a vinda do Prof. Alexandre Proca, nome bem conhecido no domínio da Física, e um dos investigadores do Instituto de Henri Poincaré de Paris.

Ficará deste modo assegurada a continuidade dos trabalhos do Seminário de Física Teórica anexo ao C. E. M. da Universidade do Pôrto, que sob a orientação do Dr. Guido Beck tem realizado uma obra útil, tanto no domínio da investigação como no de actualização.

O Dr. Guido Beck tem-se ocupado de alguns sistemas de operadores diferenciais que se deduzem das equações de Dirac; um desses sistemas está em relação com o fenómeno da produção dos

pares; outro constitui uma generalização das equações de Maxwell no vazio.

O Assistente Rodrigues Martins, da Faculdade de Ciências de Coimbra, fez uma exposição sobre os dados experimentais que servem de base às modernas concepções das forças nucleares.

O Prof. Ruy Luís Gomes fez uma comunicação sobre a noção de probabilidade em Mecânica Quântica.

O Assistente Fernandes de Sá, da Faculdade de Ciências do Pôrto, estuda o problema do comportamento das grandezas físicas relativamente a uma transformação de Lorentz, segundo a teoria de Dirac.

A. P. G.

FACULDADE DE CIÊNCIAS DE LISBOA

O Laboratório de Física da Faculdade de Ciências de Lisboa, a que está anexo o Centro de Estudos de Física do Instituto para a Alta Cultura, vai promover, brevemente, uma série de sessões, onde será apresentado um conjunto de experiências sobre vários assuntos — rádioactividade, raios X, efeito fotoeléctrico, etc. — que interessarão um grande público, sobretudo os alunos e licenciados em Ciências Físico-Químicas.

Trata-se de mais uma actividade do Seminário de Física, cujas sessões se realizam regularmente neste Laboratório e de que já a «Gazeta de Matemática» deu notícia aos seus leitores o ano passado. É com vivo prazer que registamos esta iniciativa

digna de louvor a todos os títulos e que bastante contribue para manter ligados à Escola os seus diplomados.

Consta-nos também que a Secção de Matemática da mesma Faculdade, vai promover, este ano, a realização duma série de colóquios e conferências a cargo do seu pessoal docente, estando prevista uma intensa colaboração com o Observatório Astronómico de Lisboa (Tapada da Ajuda) no domínio da Astronomia e da Geodesia. O objectivo é formar um centro de investigação no campo das matemáticas puras e aplicadas, independente do Centro de Estudos Matemáticos do Instituto para a Alta Cultura, que funciona na mesma

Faculdade. A iniciativa e direcção d'êste novo centro pertence à Secção de Matemática da Faculdade que iniciou já, há tempos, os trabalhos preparatórios para a realização d'êste objectivo.

A «Gazeta de Matemática» espera poder informar os seus leitores sobre as actividades d'êstes centros de trabalho e dar notícias mais detalhadas no próximo número.

INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

A «Gazeta de Matemática» noticia no presente número um acréscimo da actividade matemática verificada no I. S. T., que se deve às palestras realizadas por alunos d'êste Instituto sobre assuntos de matemáticas puras e especializadas que interessam sobretudo aos estudantes de engenharia.

A «G. M.» felicita esta iniciativa como todas aquelas que têm por fim aumentar a cultura matemática dos estudantes portugueses e dá a seguir o resumo dos assuntos tratados nas palestras já realizadas.

1.º colóquio — pelo aluno do 3.º ano de engenharia química, Marques Pereira :

Interpolação numérica. — Fórmulas interpoladoras de Lagrange e Newton. Fórmulas de Gauss. Teorema de Hermite.

2.º colóquio — pela aluna do 4.º ano de engenharia electrotécnica, Guida Lami :

Problemas clássicos de geometria. — Problemas geométricos elementares resolúveis pela régua, e pela régua e compasso. — Problemas geométricos de ordem superior: duplicação do cubo e triseção do ângulo. Impossibilidade da sua resolução pela régua e compasso. — Problemas transcendentales: quadratura do círculo. Impossibilidade da sua resolução algébrica. — Quadratrizes e integrais.

3.º colóquio — pelo aluno do 4.º ano de engenharia civil, Júlio Ferry :

Nomografia. — Definição e classificação geral dos nomogramas: nomogramas de 1, 2 e 3 planos.

Sistemas de nomogramas. — Estudo dos nomogramas de pontos alinhados. Noção de classe e género. Tipos possíveis. — Aplicações à engenharia.

4.º colóquio — pelo aluno do 4.º ano de engenharia electrotécnica, Adelino Costa :

Aplicações dos complexos à electricidade. — Métodos de representação dos $n.$ ºs complexos. — Introdução da variável tempo; métodos de representação das correntes alternadas. Método analítico. Método dos vectores girantes. Método da representação simbólica. — Aplicações.

5.º colóquio — pelo aluno do 5.º ano de engenharia electrotécnica, Dr. David Lopes Gagean :

Elementos da teoria dos operadores. — Introdução sobre mecânica ondulatória e mecânica quântica. — Origem da teoria dos operadores. Elementos desta teoria.

6.º colóquio — pelo aluno do 4.º ano de engenharia electrotécnica, Carlos Ribeiro da Silva.

Séries de Fourier. Aplicações à electro-acústica. — Definição da electro-acústica. Definição matemática de vibração sinusoidal. Grandezas características das curvas não sinusoidais. — Séries de Fourier. Cálculo dos seus coeficientes. Harmónicas. Vários aspectos. — Métodos de cálculo dos coeficientes. — Aplicações.

7.º colóquio — pelo aluno do 4.º ano de engenharia electrotécnica, Conte Moraes :

Equações diferenciais. Aplicações à electricidade. — Equações ordinárias. Aplicação a um circuito eléctrico. — Resolução de algumas equações às derivadas parciais. — Aplicação à transmissão da electricidade ao longo dum cabo.

LA AGRUPACIÓN DE ALUMNOS DE ESTÚDIOS MATEMÁTICOS DE MADRID

Com vivo prazer assinalamos na «Gazeta de Matemática» a existência d'êste agrupamento de Estudantes de Engenharia de Madrid.

Em Abril próximo «La Agrupación» promove a realização de uma série de conferências sobre «Teoria das transformações geométricas», a cargo do Professor auxiliar da Universidade Central D. José Gallego Diaz, redactor principal de «Euclides», revista espanhola de ciências matemáticas, físico-químicas e naturais. O mesmo professor

realizou em 1942, sobre esta matéria, um curso que, pelo êxito alcançado, motivou o pedido do público da sua repetição.

Apresentamos aos nossos leitores, pelo interesse do assunto, um pequeno resumo do programa das lições :

I — *Generalidades sobre transformações* — Noção de grupo de transformações — Grupos abelianos — Invariantes — Translação, rotação, simetria,

homotecia — Noção de corpo e de anel — Isomorfismo e automorfismo — Transformações homográficas — Invariante de uma figura em relação a um grupo de transformações — Invariantes fundamentais e diferenciais.

II — *Transformações homográficas do plano* — Subgrupo — Grupos isomorfos — Grupos do movimento — Invariantes — Homologia.

Transformações homográficas do espaço

III — *Transformações pontuais* — Transformações birracionais e quadráticas — Inversão — Pro-

jecção estereográfica; aplicações à trigonometria esférica e à cosmografia — Coordenadas pentaesféricas.

IV — *Transformações duais* — Coordenadas tangenciais — Princípio da dualidade.

V — *Transformações de contacto* — Elementos de contacto — Transformações de Sophus Lie — Suas equações.

VI — *Transformações no espaço n -dimensional* — Geometria cinemática e geometria estática.

As conferências a realizar são públicas e no final são propostos aos alunos alguns exercícios.

SÔBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA NA SUÍÇA

por Maria do Pilar Ribeiro

II

Prosseguindo no objectivo de informar os leitores da «Gazeta de Matemática» sôbre o ensino na Suíça, deixamos hoje as transcrições de regulamentos escolares e planos de conjunto, para dar notícias de questões de detalhe que nos parecem interessar. Elas referem-se, por enquanto, só ao ensino superior e a três cursos distintos da Escola Politécnica Federal. Do 1.º damos uma parte do programa; do 2.º o assunto duma lição e, finalmente, do 3.º alguns exercícios práticos.

1. Um dos cursos da Escola de Matemática e Física do presente semestre que tem despertado um grande interesse, é o de «Espaços Topológicos» que o professor Hopf, pela primeira vez, realiza este ano em Zúrich. O facto de haver em Lisboa um grupo de estudiosos da topologia geral que aí fizeram, já no ano passado, uma série de conferências de introdução com objectivos diferentes dos deste curso, mas com um programa em parte muito semelhante ao das primeiras lições do prof. Hopf, leva-nos a dar notícia, desde já, do programa duma 1.ª parte do curso, que vai até ao fim do mês de Novembro. No fim do semestre daremos notícia das lições restantes e só então, naturalmente, poderá fazer-se uma idéia de conjunto. O curso teve início em 12 de Outubro com 4 tempos de aula de 45 m.

Introdução histórica — Introdução sucessiva de conceitos novos de espaço (Descartes, Grassmann, Schläfli, Riemann, Hilbert). Exemplos. Espaços funcionais (Fréchet). Objectivo da Topologia Geral. Relações com a teoria dos conjuntos (Cantor, Hausdorff) e teoria da dimensão. Programa do curso.

I — Teoria geral dos espaços topológicos e métricos

Notas prévias sôbre a álgebra das classes. Axiomas dos espaços topológicos (de Kuratowski) e *noções fundamentais* (conjuntos fechados, abertos, vizinhanças, pontos de acumulação, fecho dum conjunto). Análise dos axiomas em termos de fecho. Axiomas em termos de conjuntos fechados e abertos, e discussão. Relações entre o fecho dum conjunto e os conjuntos abertos do espaço. Sistema de vizinhanças dum ponto. Base e sua utilização para caracterizar o fecho. Axiomática, por intermédio das vizinhanças, dos espaços de Kuratowski e análise da equivalência com as axiomáticas anteriores. Equivalência topológica de dois sistemas de vizinhanças. Relativização. Exemplos.

Exemplos de espaços topológicos. Espaços métricos. Espaços com um número finito de pontos. Recta, plano, espaço R^n (vizinhanças esféricas, rectangulares e quadradas). Definição de espaços métricos e de métrica fraca. Enunciado do problema da metrização. Exemplos de espaços métricos ou de métrica fraca, importantes na Geometria e na Análise, discussão e comparação das diversas métricas usuais em cada espaço (R^n , de Hilbert, espaços de funções, espaço dos subconjuntos dum conjunto). Noção de convergência. Exemplos dos espaços de funções: convergência uniforme, convergência em média, convergência ordinária. Definição de espaço L de Fréchet. Comparação desta noção com a de espaço topológico. (Classes de Baire). Produto topológico de dois espaços. Exemplos.

Transformações contínuas. Notas prévias sôbre as transformações e a álgebra das classes. Diver-

sas caracterizações da continuidade numa transformação dum espaço topológico noutro (fecho, conjuntos fechados, conjuntos abertos, vizinhanças, convergência) e discussão. Casos de espaços topológicos particulares, definição de Cauchy. Continuidade uniforme. Transformações biunívocas e não bicontínuas. Exemplos. Homeomorfismo. Funções contínuas e discussão. Funcionais contínuas, discussão e exemplos. Conexão. Exemplos. Invariância topológica desta noção.

Axiomas de separação. Espaços acessíveis, de Hausdorff e normais. Discussão. Exemplos mostrando o fortalecimento efectivo e sucessivo destas condições de separação. Propriedades dos espaços normais utilizáveis no problema da metrização: Problema da existência de funções reais contínuas, discussão detalhada e resolução.

Axiomas de numerabilidade. 1.º axioma de numerabilidade, A_1 , exemplos. Relação com os

espaços métricos e a noção de convergência. Exemplo dum espaço de Hausdorff que não verifica o 1.º axioma de numerabilidade A_1 . 2.º axioma de numerabilidade, A_2 , e suas conseqüências (A_1 , Teorema de Borel, separabilidade). Equivalência de A_2 e da separabilidade nos espaços métricos. Exemplo dum espaço verificando A_1 e não A_2 . Análise do espaço de Hilbert e de espaços de funções quanto à numerabilidade e separabilidade. Exemplo dum espaço de funções ortogonais isométrico ao espaço de Hilbert. Exemplo dum espaço normal verificando A_1 separável e não verificando A_2 .

Homeomorfismos de espaços topológicos a sub-conjuntos do espaço de Hilbert e um teorema de metrização. Qualquer espaço topológico normal e verificando A_2 é homeomorfo a um sub-conjunto do espaço de Hilbert.

(Continua no próximo número.)

ANTOLOGIA

LA MATHÉMATIQUE — AVANT-PROPOS

por Paul Montel

(de Encyclopédie Française — Tome I — L'outillage mental)

Tôda a nossa vida moderna está como que impregnada de matemática. Os actos cotidianos e as construções do homem trazem a sua marca e não só as nossas alegrias artísticas e a nossa vida moral lhe sofrem a influência. Os próprios animais se lhe submetem, e o seu instinto, desenvolvido pelo lento trabalho da hereditariedade, conduzi-os à descoberta de leis matemáticas que só o homem soube formular e que parecem existir nêles como que ligados obscuramente à forma da sua consciencia.

A matemática aparece a cada instante na vida corrente para as necessidades comuns à maior parte dos homens, mas muitas vezes cada um dêles tem além disso uma ferramenta a empregar uma máquina a utilizar, um aparelho a pôr em marcha, sem falar dos especialistas, constructores, arquitectos, engenheiros, marinheiros, etc., para os quais o uso profissional da matemática tem um carácter permanente; é uma direcção a definir, um diâmetro a medir, uma velocidade a avaliar, uma casa a construir de que é preciso estabelecer o plano, um corte, um alçado. A matemática intervém mesmo para apaziguar a dor humana: o médico emprega-a nas dosagens, o bacteriologista na contagem dos micróbios, e o cirurgião na forma das suas intervenções e na disposição dos pensos.

Tôdas estas operações aritméticas ou geométricas que o homem efectua como que brincando, necessitaram séculos para que a humanidade conseguisse precisá-las, isolá-las, estabelecer as suas técnicas. Pode-se medir o caminho percorrido observando a maneira de contar dos povos chamados primitivos: êles recorrem a uma mímica que

utiliza os dedos das mãos e dos pés ou então aplicam sucessivamente os objectos a contar sobre as diferentes partes do corpo: reconhece-se neste último processo o esbôço da noção de correspondência tão fértil nas matemáticas actuais.

Os primitivos não vão muito longe na sua maneira de contar; de resto, os grandes números só aparecem lentamente; a palavra milhão é do século xv, bilião do século xvi, e isto numa Europa Ocidental já avançada.

A ideia, tão simples para nós, que, depois de qualquer número inteiro existe outro, esta ideia a que se reduz em última análise a noção de infinito matemático, é relativamente recente. Escapou à Grécia antiga e o génio de Arquimedes não a exprimiu claramente. Tinha, no entanto, feito na sua *Da Areia* um esforço enorme para mostrar que se pode dar nome a um número muito grande ainda que êle ultrapasse o dos grãos de areia que enchessem a terra, ou mesmo o Universo.

Vinte séculos passaram depois da afirmação de Arquimedes; a humanidade, familiarizou-se com os grandes números e com os seus inversos, os números muito pequenos. O estudo do Universo e o do átomo introduziram expressões numéricas que já deixaram de nos espantar, se bem que o nosso espírito não possa evocar uma imagem das grandezas que êles representam. Semelhantes nisto aos primitivos que dizem «muito» para além de um certo número, não sabemos traduzir doutra maneira a ideia de que uma nebulosa, por exemplo, está a uma distância de nós que corresponde a várias centenas de milhões de anos de luz.

Um outro caminho pelo qual a matemática se introduz na vida dos indivíduos e dos povos é o