

## SOPHUS LIE

por A. de Mira Fernandes

Faz, em Dezembro, cem anos que nasceu Sophus Lie (1). Os seus primeiros estudos sobre a *Representação dos imaginários da geometria plana* foram publicados em Christiania, em 1869 e, nesse mesmo ano, no *Jornal de Crelle*, em Berlim. O tema não era inteiramente novo: dez anos antes, outro norueguês, C. A. Bjerknes, professor de Lie, ocupara-se da *representação geométrica das equações entre duas variáveis reais ou complexas*. De certo, Sophus Lie conhecia este trabalho; mas devem ter sido os escritos de Plücker os principais orientadores do seu espírito. À parte o uso do termo *representação*, não há, na memória de Bjerknes, nada que possa sugerir a análise de Lie; mas o seu espaço, a quatro dimensões, das rectas complexas do plano é bem próximo visinho do espaço plückeriano, também a quatro dimensões, de todas as rectas do espaço ordinário.

Quatro anos antes, em 1865, terminara os seus estudos universitários, *ainda hesitante* (aos 23 anos) *entre a filologia e as matemáticas*, como adverte Darboux, na sua conferência de 1904, no Congresso de S. Luiz, *sobre o desenvolvimento dos métodos geométricos*.

Sophus Lie não foi, portanto, um precoce, como Clairaut, Lagrange, Galois, Abel e tantos outros. Mas com que firmeza de consciência a sua verdadeira vocação lhe foi revelada pela leitura da obra de Plücker! E com que mestria êle soube construir e dominar, persistente e confiante, um dos mais belos monumentos da ciência moderna! Desde 1870 (di-lo, ainda, Darboux) Sophus Lie estava de posse das idéias directrizes de toda a sua carreira científica. O depoimento é insuspeito.

Tendo conseguido obter uma bolsa de estudo, Lie esteve em Berlim nos últimos meses de 1869, e aí conheceu Klein (um pouco mais novo) de quem foi amigo íntimo. Nos princípios de 1870 estavam ambos em Paris, onde viveram juntos, onde publicaram trabalhos comuns e onde privaram com Darboux e Jordan. A separação deu-se no princípio do outono, quando a guerra franco-prussiana obrigou Klein a regressar à Alemanha, saindo Sophus Lie para a Itália.

Foi um curso de Sylow, por êles seguido, que lhes revelou a grande importância da teoria das substituições;

estudavam-na, em comum, à data dessas suas primeiras relações com Darboux, no grande tratado de Jordan. Nos seus espíritos nascera a convicção de que o conceito de grupo ia ser chamado a desempenhar um papel fundamental em muitos ramos das ciências matemáticas. E todos nós sabemos como as obras de um e de outro vieram demonstrar a justiça dessa convicção. Numa Nota, publicada nos *Comptes Rendus*, em outubro de 1870, e apresentada por Chasles, estabelecia Sophus Lie uma interessante transformação que faz corresponder a cada recta uma esfera, e que lhe permitia, conhecidas as linhas assintóticas duma superfície, determinar as linhas de curvatura doutra superfície, e reciprocamente. E assim determinava êle as assintóticas da superfície de Kummer.

Dessa Nota diz Darboux:

*Le nom de Lie demeura attaché à ces relations si cachées qui rattachent l'une à l'autre la ligne droite et la sphère, ces deux éléments essentiels et fondamentaux de la recherche géométrique.*

Em dezembro desse mesmo ano de 70 aparecia, sobre o mesmo tema das assintóticas da superfície de Kummer, uma Nota de Lie, em colaboração com Klein, publicada nos *Monatsberichte* da Academia de Berlim. Já então Sophus Lie estava em Christiania e Klein em Düsseldorf. E no verão seguinte (1871) publicavam os *Mathematische Annalen* outra Nota comum *sobre as curvas planas que a si mesmas se sobrepõem por um sistema fechado de transformações lineares permutáveis*. Estava Klein em Göttingen. Da penúltima Nota mencionada dizia Klein, mais tarde, que ela marcava o ponto culminante da sua colaboração.

Da convivência de ambos, pessoal e epistolar, há larga documentação, devida, sobretudo, a Klein que sobreviveu um quarto de século a Sophus Lie. Aqui e além, uma sentida homenagem à memória do Mestre Plücker:

*Es ist eigentlich merkwürdig, wie wenig Menschen sich eine wirklich kühne geometrische Denk-*

(1) Marius Sophus Lie nasceu em 17 de Dezembro de 1842. É a data por êle mencionada no seu *curriculum* de 1867, apresentado à Universidade de Christiania. Alguns autores dizem, erradamente, 12 de Dezembro.

