

decimais exactas (I. S. T.—Cálculo Infinitesimal—1.º exame de frequência, 1927-28).

A função integranda pode escrever-se

$$\frac{1}{\sqrt{4-x^2}} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^{-1/2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot 2} \cdot \frac{x^2}{4} - \frac{1/2(1/2-1)}{2 \cdot 2!} \cdot \frac{x^4}{4^2} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1/2(1/2-1) \dots (1/2-n+1)}{2 \cdot n!} \cdot \frac{x^{2n}}{4^n} + \dots$$

sendo a última igualdade válida no intervalo $(-\sqrt{2}, +\sqrt{2})$ no qual a série é uniformemente convergente e que contém o intervalo $(0, 1)$ de integração. Logo,

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}} = \left[\frac{x}{2} + \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 4} \cdot \frac{x^3}{5} - \frac{1/2(1/2-1)}{2 \cdot 2! \cdot 4^2} \cdot \frac{x^5}{9} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1/2(1/2-1) \dots (1/2-n+1)}{2 \cdot n! \cdot 4^n} \cdot \frac{x^{2n+1}}{4n+1} + \dots \right]_0^1$$

Resta calcular a soma da série numérica de termos positivos $\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{1/2(1/2-1)}{2 \cdot 2! \cdot 4^2 \cdot 9} + \dots +$

$+ (-1)^n \frac{1/2(1/2-1) \dots (1/2-n+1)}{2 \cdot n! \cdot 4^n (4n+1)} + \dots$ com a aproximação requerida.

8) Mostrar que a série de termo geral $u_n = \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$ para $x=0,1$ é convergente e calcular a sua soma com 6 decimais exactos (I. S. T.—Matemáticas Gerais—2.º exame de frequência, 1939-40. V. *Gazeta de Matemática* N.º 6, p. 11).

9) Sendo $\operatorname{tgh} x = 0,75$, calcular x com 4 casas decimais (I. S. T.—Matemáticas Gerais—1.º exame de frequência—1938-39).

4. Bibliografia.

Émile Gau—*Calculs Numériques et Graphiques*, A. Colin—Paris 1932, p. 87-103.

Ugo Cassina—*Calcolo Numerico*, Zanichelli—Bologna 1928.

Giuseppe Belardinelli—*Esercizi di Algebra Complementare*, Zanichelli—Bologna 1923, p. 37-65, 101-122.

CLUBES DE MATEMÁTICA

por ANTÓNIO MONTEIRO

Os Clubes de Matemática desempenham um papel muito importante no ensino da matemática nos Estados Unidos. Os Clubes de Matemática têm por objectivo promover e desenvolver o gosto pelo estudo da matemática, entre os estudantes das escolas secundárias e superiores, pondo em evidência, em reuniões especialmente destinadas a esse fim, a beleza desta ciência e a utilidade da sua aprendizagem para a vida moderna. Além disso, os Clubes de Matemática constituem um poderoso auxiliar do ensino e da formação cultural e moral dos seus componentes.

Um dos primeiros Clubes de Matemática dos Estados Unidos foi fundado em 1903 na *Shattuck School*, uma escola particular de rapazes em Fairbault, Minesota. Do princípio do século até hoje, os Clubes de Matemática têm-se espalhado por tôdas as escolas dos Estados Unidos, e a importância d'este movimento é unanimemente reconhecida pelos professores americanos. Basta dizer que a revista da Associação dos Professores de Matemática dos Estados Unidos *The American Mathematical Monthly* publica uma secção especialmente dedicada aos Clubes de Matemática dirigida pelo grande matemático E. H. C. Hildebrandt do *New Jersey State Teachers College*.

A actividade d'esses clubes despertou, por certo, o gosto pelo estudo das matemáticas a muitos dos

cientistas que forjaram em anos de trabalho continuado, a glória da escola matemática americana.

À luz desta experiência estamos no direito de pensar que a criação de Clubes de Matemática na maioria das nossas escolas secundárias e superiores, é susceptível de determinar uma corrente vital de interesse pela matemática, entre os jovens estudantes, que contribuirá de uma maneira eficaz para o ressurgimento das matemáticas portuguesas.

É claro que a criação d'esses Clubes dependerá em grande parte do interesse e espírito de iniciativa de professores e estudantes.

Nas escolas em que houver um grupo, muito embora pequeno, de pessoas capazes de fundar um Clube de Matemática, estou certo que elas arrastarão atrás de si a grande maioria dos estudantes interessados pela matemática, na medida em que a actividade do Clube corresponder às aspirações culturais actualmente existentes entre essas camadas.

Tôdas as informações que tenho do nosso meio, mostram que existe uma verdadeira ânsia de cultura entre os estudantes das nossas escolas superiores.

Nas escolas superiores dos Estados Unidos os estudantes respondem a essas inquietações culturais no campo das ciências matemáticas, fun-

dando os seus Clubes de Matemática e realizando nêles palestras em que são tratados os assuntos que mais lhes interessa conhecer. É profundamente natural que assim seja; a história das matemáticas, o estudo das relações entre a matemática e as outras ciências (a técnica, a biologia, a psicologia, a medicina, etc.) e as artes, a crítica dos princípios fundamentais da matemática, as biografias de matemáticos ilustres, as curiosidades matemáticas (que as há altamente recreativas e instrutivas!) não fazem parte dos programas de ensino! Mas a actividade dos Clubes de Matemática não fica por aqui como veremos.

Este artigo tem precisamente por objectivo dar uma idéa geral sobre a organização dos Clubes dos Estados Unidos, e indicar ao mesmo tempo algum material de trabalho necessário à actividade dum Clube.

Regulamento do Clube — Em regra os Clubes Americanos têm hoje um estatuto ou um regulamento. A história dos Clubes Americanos mostra, que só em 1916 appareceu o primeiro regulamento, o do *Mathematics Club of the University of Oklahoma*, que vamos reproduzir porque pode servir de guia para algum clube que se venha a fundar em Portugal.

Préambulo — Os abaixo assinados reconhecendo as vantagens que podem resultar de uma associação que ofereça a oportunidade para a apresentação e discussão de assuntos com interesse matemático, organizam-se num Clube de Matemática e resolvem reger-se pelos seguintes estatutos:

Artigo I — Nome. Esta associação terá o nome «*The Mathematics Club of the University of Oklahoma*».

Art. II — Sócios. § 1 — Só podem ser sócios deste Clube os estudantes e professores da Universidade de Oklahoma que se interessam por assuntos de matemática. § 2 — As propostas para sócio devem ser apresentadas por escrito e submetidas à aprovação de qualquer reunião do Clube. § 3 — A votação faz-se por escrutínio secreto e a aprovação por maioria.

Artigo III — Direcção. § 1 — A direcção é constituída por um Presidente, um Vice-Presidente e um Secretário-Tesoureiro, eleitos entre os sócios estudantes de matemática. § 2 — A direcção é eleita por escrutínio secreto na primeira reunião regular de cada semestre. § 3 — Cada membro da direcção exerce as suas funções até que o seu sucessor esteja eleito. O Presidente pode conceder dispensa de serviço a um membro da direcção até à primeira reunião regular do Clube. § 4 — A direcção junta-

mente com um sócio do Clube pertencente ao pessoal docente, designado pelos sócios nas mesmas condições, formam a Comissão de Programas para as reuniões.

Artigo IV — Reuniões. § 1 — As reuniões do Clube realizam-se às segundas e quartas quintas-feiras de cada mês.

Artigo V — Vários. § 1 — Este Clube pode fazer regulamentos para as suas reuniões, cobrar quotas aos sócios, e realizar outros actos compatíveis com estes estatutos. § 2 — Um terço dos sócios do Clube é necessário para esse efeito. § 3 — As alterações a estes estatutos devem ser apresentadas por escrito, ser afixadas durante duas semanas e aprovadas por dois terços dos sócios do Clube. § 4 — Em todos os casos não previstos nestes estatutos o Clube adoptará as «*Roberts' Rules of Order*».

Em 1929 fundou-se uma federação dos Clubes de Matemática Universitários chamada «*Pi Mu Epsilon Fraternity*» e em 1931 a «*Kappa Mu Epsilon Fraternity*».

Nomes dos Clubes — Muitos Clubes têm o nome «*The Mathematical Club of...*» mas apparecem clubes com outros nomes: «*The Euclidean Circle*», «*The Naperian Club*», «*The Irrational Club*», «*The Magic Square*», «*The Mystic Hexagram*», «*The Cartesian Oval*», «*The Pascal Triangle*», «*Pythagorean Club*», ou então «*Kappa Mu Epsilon*» (University of Mexico), «*Pi Mu Epsilon...*», «*Sigma Pi Mu...*», «*Delta Pi Sigma*» (University of Arizona), ou então «*Student's Mathematical Round Table*» (University of Mexico). etc.

Não faltam as notas de bom humor na vida interna do clube: o Presidente, o Vice-Presidente, o Secretário e o Tesoureiro, são por vezes designados pelos seguintes nomes «*Surdo, Absurdo, Racional e Irracional*»; «*Diferencial, Integral, Constante e Variável*» ou então por nomes de matemáticos célebres.

As reuniões dos Clubes — Nas reuniões dos Clubes são tratados assuntos da mais variada natureza, mas nota-se nos programas de trabalho uma tendência para tratar de assuntos relacionados com o trabalho escolar, aproveitando todas as oportunidades para despertar a curiosidade dos estudantes por assuntos que não fazem parte do ensino. Os estudantes são assim levados a completar a sua preparação matemática por sua própria iniciativa — e parece-me que aqui reside uma das grandes vantagens da actividade dos clubes. O estudante encontra na vida do clube mil oportunidades para demonstrar o seu interesse pelo estudo da matemática, fazendo conferências, pro-

pondo problemas, discutindo as idéias apresentadas, participando nos concursos, etc.

O estudante apreciado sob o ponto de vista intelectual será aquêlê que demonstrar uma superioridade efectiva na resolução dos problemas postos a concurso, na realização de palestras, etc., e não aquêlê tipo de estudante, tão vulgar ainda nas nossas escolas, que passa a vida a falar de coisas que não entende, de coisas que não estudou ou mal conhece (porque é de bom tom e dá fama falar um pouco sôbre tudo) e que é incapaz de fazer o mais pequeno esforço para modificar o ambiente em que vive e não repara na contradição que existe entre as idéias que professa e a vida que faz.

Se pensamos que só a juventude é capaz de modificar o ambiente matemático existente em Portugal, também pensamos que ela só conseguirá êsse objectivo adoptando uma attitude constructiva.

Que belo exemplo nos dá a juventude americana, quando toma iniciativas no sentido de alargar e completar a sua cultura e que magnifico exemplo o dos professores americanos que auxiliam com a sua experiência a actividade dos clubes e que vêem nos estudantes, companheiros de trabalho e amigos, obreiros conscientes e dedicados pela causa da cultura matemática!

O ressurgimento dos estudos matemáticos em Portugal só é possível na medida em que a imensa energia intelectual da juventude fôr completamente mobilizada. É certo que nos faltam muitas condições preliminares para atingir um tal objectivo, mas também é verdade que muita coisa se pode ir fazendo dêsde já. Preparar o futuro ainda é a melhor forma de vivermos as horas que passam e é a juventude que tem maiores responsabilidades nessa tarefa, porque é ela que tem o futuro nas suas próprias mãos porque é nela que residem as grandes reservas de energia intelectual duma nação. Quando Maurice Fréchet nos dizia recentemente que *«só o professor que faz investigação científica demonstra a sua superioridade intelectual em relação à média dos seus alunos»*, implicitamente reconhecia a superioridade intelectual dos estudantes mais qualificados em relação à média dos seus professores.

Num país como a França, em que no campo das ciências matemáticas os trabalhos decisivos na carreira de um investigador são realizados entre os 20 e 25 anos, um professor como Maurice Fréchet, que fundou a Análise Geral por essa idade, não pode pensar de outra maneira.

Da attitude da juventude estudiosa, principal-

mente nas escolas superiores, depende em grande parte a possibilidade de se criarem Clubes de Matemática. No ensino secundário parece-me que é da parte dos professores que deve partir a iniciativa.

Em qualquer hipótese é preciso não esquecer que os estudantes é que devem ter o papel mais activo dentro do clube. O professor deve desempenhar o papel de um orientador, com um largo espirito de compreensão perante o espirito de iniciativa da juventude.

Nas revistas que abaixo indicamos encontram-se muitos relatórios de actividade dos clubes de matemática americanos. Vamos dar um exemplo, tirado do relatório do *Mathematics Club of Hunter College* do ano 1936-37. A actividade do clube começou com uma série de palestras sôbre corpos finitos e as geometrias associadas mais elementares. Primeiro falou-se só de corpos finitos com um número primo de elementos. Depois poz-se um problema a prémio que exigia a construção das tábuas de multiplicação e adição de dois corpos finitos cada um dos quais tinha como número de elementos a potência de um número primo. Como ainda não se tinha falado nestes corpos e como os membros do clube desconheciam a sua existência, o problema era um problema difícil. A seguir foram estudados êsses corpos e finalmente esclareceram-se tôdas as curiosas relações que tinham sido postas em evidência.

O que é certo é que o estudante que fêz estes colóquios, e todos aquêles que o ouviram, ficaram conhecendo a existência de geometrias projectivas com um número finito de pontos assunto que é por certo desconhecido da maioria dos nossos licenciados e estudantes de matemática das escolas superiores. Mas quantos outros assuntos se poderiam ainda citar que foram tratados por estudantes nos clubes americanos e que seriam susceptíveis de interessar largas camadas de estudiosos portugueses: «o trabalho de um estatístico na indústria textil», «A matemática na engenharia mecânica», «A contribuição chinesa na matemática», «As geometrias não Euclideanas», «O problema das quatro côres», etc., etc.

Mas os clubes americanos têm outras formas de actividade destinadas a despertar o entusiasmo pelo estudo da matemática. Entre elas figuram as actividades destinadas a estabelecer uma emulação no trabalho entre os estudantes de matemática. Para isso estabelecem tôda uma série de prémios e de concursos. Prémios anuais concedidos aos sócios que apresentarem os melhores trabalhos nas sessões do clube realizadas em cada ano

lectivo. Concursos entre estudantes com o mesmo grau de preparação (o Clube de Matemática do Brooklyn College por exemplo faz um concurso em cada semestre sobre integração entre os alunos da cadeira de cálculo). Concursos inter-clubes para a disputa de taças e medalhas em que cada clube envia as suas equipes constituídas por 3, 4 ou 5 estudantes conforme os casos. Concursos de modelos de matemática (um dos modelos que apareceu num concurso foi o dum hipercubo num espaço a 4 dimensões visto em perspectiva num espaço a 3 dimensões) etc., etc.

Os clubes realizam no fim do ano uma festa (representação de uma peça com carácter matemático, píc-nic ou jantar) em que se faz um balanço da actividade realizada durante o ano, em que se fazem promessas de actividade para o ano seguinte e em que os professores distribuem os prémios aos estudantes que se distinguiram e cantam com os seus alunos a canção do clube!

Isto é possível com aquêles professores que quando se encontram diante de uma classe liceal que bocêja perante as suas lições sobre a simetria das figuras, levam os alunos para o campo ou para os jardins para observarem nas árvores e nas flôres exemplos de simetria que os levam a visitar monumentos para observarem novos exemplos de simetria e que voltam à aula com uma classe galvanizada e que pensam com razão em face dos resultados obtidos que o tempo gasto nos passeios não foi tempo perdido, porque uma classe não é um vasadouro para despejar um programa!

Se o nosso ensino de matemática precisa de uma grande remodelação há uma coisa que é certo, precisamos de um ensino liceal menos catedrático e de um ensino universitário menos elementar.

A criação de clubes de matemática é susceptível de corrigir estas duas deficiências. Os estudantes e professores interessados têm o futuro nas suas próprias mãos.

Revistas

Nas revistas que vamos indicar encontra-se muito material para a actividade dos clubes, e em particular muitos artigos que podem servir de modelo para colóquios a realizar nas reuniões dos clubes.

1) *The American Mathematical Monthly*. Jornal oficial da *Mathematical Association of America*. Dedicado especialmente ao ensino da matemática nos «Colleges» americanos. Contém muitos relatórios da actividade dos clubes. Fundado em 1894; em 1941 publicava-se o volume 49 desta revista. Cada volume contém actualmente cerca de 700 páginas. A assinatura custa 6 ou 7 dolares. Na

Biblioteca Geral da Fac. de Ciências do Porto existem os seguintes volumes: 17 (1910) a 19 (1912) incompletos; 20 (1913) a 22 (1915) completos; 23 (1916) incompleto. Conseguimos consultar esta revista em Lisboa, graças à amabilidade do Professor Pedro José da Cunha que nos facilitou a consulta dos exemplares que possui.

II) *The Mathematics Teacher*. (Official Journal of the National Council of Teachers of Mathematics) Editorial Office: 525, W. 120 th. Street, New York City. Assinatura: 2 dolares por ano. Dedicado ao ensino das matemáticas nas escolas elementares e secundárias. Só tenho conhecimento da existência em Portugal de um volume desta revista o volume 34 (1941), obtido por troca com a *Portugaliae Mathematica* e depositado no Gabinete de Matemática da F. C. L.

III) *Scripta Mathematica*. «A Quarterly Journal devoted to the Philosophy, History and Expository Treatment of Mathematics». Editado por: Yeshiva College. Amsterdam Ave. and 186 th. Street, New York, N. Y. Assinatura: 3 dolares por ano. Contém muitas curiosidades e problemas. Esta revista existe a partir do volume 5 (1938) no Gabinete de Matemática da F. C. L. (Serviço de trocas da Port. Math.).

IV) *National Mathematics Magazine*. (Os volumes 1-8 foram publicados com o título *Mathematics News Letter*). Editado por: Louisiana State University, Louisiana. U. S. A. Assinatura 2 dolares por ano. Publica trabalhos de aspecto cultural e humanista, de história das matemáticas, métodos de ensino das matemáticas, trabalhos de síntese etc. A partir do vol. 13 (1938-39) existe no Gabinete de Matemática da F. C. L. (Serviço de trocas da Por. Math.).

V) *School Science and Mathematics*. (A Journal for all Sciences and Mathematics Teachers). Editado em 450, Ahnaip St., Menasha, Wis. U. S. A. Assinatura 3 dolares por ano. Revista de carácter didático e pedagógico. O volume 35 (1935) existe no Gabinete de Matemática da F. C. L.

VI) *Sphinx*. (Revue Mensuelle des Questions Récréatives). Administração: 75 Rue Philippe — Baucq. Bruxelles. Belgica. Assinatura 10 belgas por ano. Revista única no género fundada e editada por M. Kraitchik.

Livros para Clubes de Matemática

(Esta lista continua nos números seguintes da Gazeta)

1) *A. Bruneau — Initiation et curiosités mathématiques*. Ed. Fernand Nathan, Paris, 1939.

2) *E. Fourrey. — Curiosités Géométriques*. Ed.: Lib. Vuibert, Paris, 1938.

3) *E. Fourrey — Recréations Arithmétiques*. Ed.: Lib. Vuibert, Paris.

4) *M. Kraitchik — La mathématique des jeux*. Ed. G. Villars, Paris, 1930, 576 pag.

5) *E. Lucas — Récréations Mathématiques*. Paris, 1^{re} édition 1882.

6) *W. W. Rouse Ball — Récréations et Problèmes mathématiques*. 3^{me} édition traduite par J. Fritz-Pratrick. Paris 1898.

7) *L. Hogben — Mathematics for the Million*. Ed.: George Allen, London; Norton, N. Y. 1936 674 pag., 2 dolares. Existe uma tradução francesa intitulada: *Les mathématiques pour tous*.

8) *E. T. Bell — The development of Mathematics*. Ed.: MacGraw — Hill Book Co, New York, 1940. 583 pag. 4 dolares 50.

9) *E. T. Bell — The Queen of the Sciences*. Ed.: Williams and Wilkins, Baltimore, 1931. 183 pag. 1 dolar.

10) *A. Dresden — An invitation to Mathematics*. Ed.: Henry Holt and Company. New York, 453 pag. 2,80 dolares. Um bom livro para programas sobre os conceitos fundamentais da matemática.

11) *J. W. N. Sullivan. — Aspects of Science*. Ed.: Knoff, New York, 1926. Tem um capítulo sobre a matemática e a arte e outro sobre a matemática e a música.

12) *J. Bowden — Special Topics in Theoretical Arithmetic*. Ed: Garden City, New York, 1936, 217 pag. 2,50 dolares.

13) *S. I. Jones — a) Mathematical Clubs and Recreations. b) Mathematical Wrinkles* (A hand book for Teachers and Privat Learners). c) *Mathematical Nuts for Lovers of Mathematics*. Ed.: New York. Três bons livros para clubes, o primeiro dos quais consultámos para a redacção deste artigo.

14) *A. Alliston — Mathematical Snack Bar. A collection of Notes and Results*. Ed.: Cambridge, U. S. A. 155 pag. Contém muitos resultados novos de geometria e teoria dos números.

15) *B. Russel — Introduction à la Philosophie Mathématique*.

16) *R. C. Archibald — Outline of the History of Mathematics*. 1932, U. S. A. 30 centimos.

Para informações mais completas veja-se: a) *A suggested list of mathematical books for junior college libraries*. Am. Math. Monthly, vol. 32, 1925, pag. 462-468. b) *Mathematics curriculum bibliography* por Ana Stafford. School Science and Mathematics, vol. 37, pag. 414-415.

Nota — Pedimos aos leitores da *Gazeta*, que escrevam para a Redacção desta revista dando indicações sobre livros susceptíveis de interessar a actividade dos Clubes de Matemática. Poder-se-á assim organizar rapidamente, com a colaboração de todos, uma bibliografia que prestará preciosos serviços a tôdas as pessoas que se possam interessar pelos Clubes de Matemática.

M O V I M E N T O M A T E M Á T I C O

PROFESSORES ESTRANGEIROS EM LISBOA

por HUGO RIBEIRO (C. E. M. L.)

António Monteiro dizia-nos há pouco nesta mesma secção que estamos assistindo a uma verdadeira efervescência no nosso país no campo das ciências matemáticas. Um aspecto (e também uma consequência) dessa efervescência é o contacto que neste ano se tem oferecido aos nossos estudiosos com qualificados matemáticos estrangeiros—Maurice Fréchet, Guido Beck, Luigi Fantappiè e Luigi Sobrero. É ao Instituto para a Alta Cultura que devemos a iniciativa da visita do primeiro, e ao Instituto de Cultura Italiana em Portugal a do terceiro. De Fréchet e de Guido Beck já aqui nos ocupámos. Limitamo-nos agora a referir as conferências dos professores Fantappiè e Sobrero.

Luigi Fantappiè tem-se ocupado do estudo das funcionais analíticas que êle próprio introduziu. O conceito de funcional analítica é o de uma correspondência (como para as funções) em que o domínio do argumento é não já numérico mas constituído por um certo tipo de funções de variável complexa. A definição desse domínio foi escolhida de modo a fazer das funcionais analíticas um instrumento utilizável na Análise, sobretudo na integração de certos tipos importantes de equações às derivadas parciais. O professor Fantappiè realizou duas conferências sobre este assunto, referiu a applicabilidade da sua teoria na mecânica quântica e toda uma série de temas de trabalho.