NOTA

por BENTO CARAÇA

As *interrogações* do Dr. Sebastião e Silva constituem um depoïmento crítico interessante sôbre certas particularidades do novo ensino secundário.

Seria bom que o seu exemplo fôsse seguido por outros professores; a *Gazeta* está aberta a tôdas as opiniões e dará delas conhecimento ao público; a discussão à volta delas poderá vir a constituir elemento de algum valor para uma futura reforma, *absolutamente necessária*, do novo sistema de ensino.

Como comêço de discussão, devemos manifestar a nossa discordância da orientação mostrada pelo Dr. Sebastião e Silva na sua terceira interrogação. ¿Está porventura ao alcance dos alunos do Liceu o processo pelo qual *efectivamente* se construem as tábuas de logaritmos? Ainda que estivesse ¿que vantagem haveria em mostrar como se pode construir um instrumento que encontramos já construido no mercado? ¿Quantos são os alunos do liceu que mais tarde se ocuparão da *construção* de tábuas de logaritmos?

¿Não seria isso apenas perder um tempo que é precioso para ensinar coisas necessárias, como seja o manejo da règua de cálculo, e a que a técnica moderna dará dentro em pouco papel predominante na vida de todos os dias?

Vamos mesmo mais longe — duvidamos de que as tábuas de logaritmos, como instrumento de trabalho, conservem por muito tempo a soberania que tiveram. Em certos ramos de aplicação da Matemática à vida corrente, a tábua de logaritmos está hoje de largo ultrapassada pela máquina de calcular (nos cálculos actuariais, por exemplo).

Cada época cria e usa os seus instrumentos de trabalho conforme o que a técnica lhe permite; a técnica do século XX é muito diferente da do século XVI, quando os logaritmos apareceram como necessários para efectuar certos cálculos.

O ensino do Liceu que é, ou deve ser, *para todos*, deve ser orientado no sèntido de proporcionar *a todos* o manejo do instrumento que a técnica nova permite.

ANTOLOGIA

OS LOGARÍTMOS

por D. J. STRUIK [1] (de «Concerning Mathematics»)

Os logarítmos foram criados no começo do século XVII. Nos séculos anteriores, só tinham sido precisas as operações matemáticas mais elementares para satisfazer as necessidades dum sistema económico simples: cálculo digital, ábaco, adição, subtracção, multiplicação e divisão de números inteiros e fraccionários simples.

Com o progresso do mercantilismo, os novos descobrimentos geográficos, o desenvolvimento da navegação marítima, o alargamento do mercado e o nascimento sub-seqüente dos estados modernos, tornou-se cada vez maior o interêsse pela matemática, astronomia, topografia e ciências náuticas. As operações matemáticas elementares revelavam-se cada vez mais insuficientes. Nos fins do século XVI, o cálculo tornara-se extremamente difícil. Muitos matemáticos notáveis apelavam para tôda a sua habilidade ao efectuarem, à custa de métodos antigos, multiplicações, divisões e extracções de raízes sôbre números grandes. *Kepler*, que teve de abrir caminho através de grandes massas de cálculos, para o seu trabalho sôbre astronomia, perdeu anos da sua vida com infindáveis estopadas numéricas.

Topógrafos, peritos navais e astrónomos, todos necessitavam urgentemente de métodos de cálculo convenientes. Esta falta fazia-se sentir especialmente nos países mais avançados, Inglaterra e Holanda, e também na Alemanha, Áustria e Itália.

Quando, em 1614, *John Napier*, um nobre escocês e inventor mecânico, construíu o primeiro sistema de logarítmos, os peritos calculadores aperceberam-se logo da sua utilidade. *Henri Briggs*, discípulo de *Napier* e professor em Londres e Oxford, inventou o seu sistema a partir dum critério prático, pela introdução dos logarítmos na base 10 e, logo a seguir, os topógrafos holandeses *De Decker* e *Vlacq* publicaram a primeira tábua completa de logarítmos (1626-27), seguida do ma-

[1] Associate professor of Mathematics at the Massachusets Institute of Technology.

nual de Navegação de *De Decker*, no qual êste calcula por logarítmos as soluções dos seus problemas (1631). *Kepler* pertenceu aos primeiros entusiastas e escreveu muitas páginas para promover o emprêgo da invenção de *Napier*.

. . . .

Mostram estes exemplos dum modo elementar a influência da estrutura social no progresso das matemáticas, como elemento do sistema das fôrças produtivas. Êles conduzem ao seguinte juizo: a estrutura económico-social exige um ramo de ciência e, portanto, êle surge.

Devemos vincar, contudo, o facto de que tal relação é simples em demasia para dar conta do progresso, da profundidade e do conteúdo de qualquer ciência.

Mesmo no nosso exemplo dos logarítmos observamos uma estrutura causal mais complicada: a necessidade de operar com números grandes conduz ao orgulho do trabalho humano, para o desenvolvimento duma técnica que descobre prazer no cálculo pelo cálculo, encarando problemas sem interêsse prático para atestar o poder do método.

Sem êste orgulho do trabalho humano, como o possuiam *Van Ceulen, Van Romen, Kepler, Napier, Briggs* ou *Vlacq*, jamais teriamos a prática invenção dos logarítmos.

E, uma vez os logarítmos inventados, êles conduziram a uma teoria dos limites, das exponenciais, dos indivisíveis, que vieram a ser os preliminares essenciais da criação da análise.

Nesta interacção da teoria e da prática, entre a necessidade social de obter resultados e o amor da ciência pela ciência, entre o trabalho no papel e o trabalho nos navios e nos campos, observamos um exemplo da dialéctica da realidade.

CIÊNCIA E PRINCÍPIOS

por ÉMILE BOREL (do Prefácio do «Traité du Calcul des Probabilités et ses Applications»)

Uma exposição de conjunto dum ramo da ciênciência deve preceder e não seguir o estudo filosófico dos princípios dessa ciência. O sábio é como o homem de acção; éste age como se o mundo exterior existisse e aquêle como se os princípios da ciência fôssem legítimos; uma vez as conquistas realizadas há sempre um economista, um historiador ou um mefafísico para justificá-las. Em todo o caso, o sábio está seguro de não ter transgredido, no seu amor pela acção, as leis da moral, mesmo se infrigiu as leis da lógica.

Mas, a crítica *a priori* é estéril tanto quanto a crítica *a posteriori* pode ser fecunda. Quando uma ciência provou a sua vitalidade pelos seus resultados, vale a pena voltar atraz e submeter a um exame escrupuloso os princípios que se admitiram sem discussão. Com efeito, assegurámo-nos então de que êste exame não pode desviar-nos a ponto de fazer-nos renunciar às conseqüências positivas e práticas que permanecem adquiridas em qualquer caso; qualquer que seja a opinião dos físicos ou dos metafísicos sôbre a realidade dos fluídos eléctricos, a electrificação das nossas linhas de caminhos de ferro não será retardada dum dia; anàlogamente, as discussões filosóficas sôbre as probabilidades não poderão actuar sôbre os cálculos dos actuários. Por outro lado, não é possível esquecer o exemplo famoso da geometria não euclideana: as investigações de Bolyai, de Lobatchevsky, de Riemann sôbre os princípios da Geometria, permitiram a Poincaré a descoberta das funções fuchsianas e forneceram a Einstein o suporte matemático indispensável à teoria da relatividade. Anàlogamente, o estudo abstracto dos princípios da aritmética não deixou de influir no desenvolvimento da teoria dos números transfinitos, teoria que facilitou o progresso da teoria dos conjuntos e da teoria das funções. Nestes vários casos o estudo dos princípios duma ciência teve como conseqüência a criação de novas ciências ou, pelo menos, o de novos capítulos nas ciências conexas; êste estudo, portanto, justifica-se aos olhos do próprio sábio, independentemente da contribuïção que possa trazer para a teoria do conhecimento que interessa ao filósofo.

SÔBRE ENSINO

por FEDERIGO ENRIQUES (de «Le Matematiche nella storia e nella cultura»)

A formação de professores de matemáticas à altura dos seus deveres didácticos requere, em geral, que a ciência lhes seja ensinada, não só do ponto de vista estático, mas também no seu devir. E, por isso, que o estudioso aprenda, atravez da história, a reflectir sôbre a génese das ideias e, por outro lado, participe no interêsse pela investigação.

Despertar o interêsse dos futuros professores pela investigação científica e mantê-lo vivo nestes é tanto mais difícil quanto é certo que os problemas de matemáticas superiores parecem, à primeira vista, inteiramente afastados do campo dos elementos, no qual terá lugar a actividade do professor da escola média. Convém, portanto, mostrar a contribuição significativa que as matemáticas superiores dão, em muitos sentidos, à compreensão dos conceitos e à resolução dos problemas elementares.

Traduções de A. SÁ DA COSTA

PONTOS DO EXAME DE ADMISSÃO AO ESTÁGIO DO 8.º GRUPO NO LICEU NORMAL DE LISBOA

Ano lectivo de 1940-1941

Provas escritas: Álgebra e geometria analítica

Ponto n.º 1 — *a)* — Determine m de modo que as raízes do trinómio $(m+3)x^2-(m+1)x-(m+1)$ sejam inferiores a 1.

b) — Determine analìticamente o lugar geométrico dos pontos de onde se vê um segmento de recta sob um ângulo constante em grandeza.

Ponto n.º 4 — *a)* — O trinómio mx^2+px+q toma para $x=1$ e $x=2$ respectivamente os valores 2 e 1. Indique a que condições deve satisfazer o parâmetro m para que sejam reais as raízes do trinómio dado.

b) — Determine analìticamente o lugar geométrico dos pés das perpendiculares baixadas de um ponto fixo O sôbre as rectas que passam por outro ponto fixo A.

Trigonometria e geometria sintética

a) — Determine uma relação entre as distâncias m, n e p dos vértices dum triângulo rectângulo ao centro da circunferência inscrita.

b) — Considere uma superfície esférica de raio r e um ponto S da superfície esférica de raio $(r+h)$ concêntrica com a anterior e uma superfície cónica de vértice S circunscrita à primeira superfície esférica. Determine a expressão da área total da superfície do cone de altura h limitado pela superfície cónica referida e pelo plano tangente à primeira superfície esférica.

História das matemáticas

Ponto n.º 1 — História e importância da descoberta da lei da atracção universal.

Física e Química

Ponto n.º 2 — O pêndulo e suas aplicações.

Prova oral de matemáticas superiores (ponto com 24 horas de antecedência)

Ponto n.º 1 — Eliminação; redução das cónicas de centro.

Ponto n.º 2 — Máximos e mínimos; centros das quádricas.

Ponto n.º 3 — Indeterminações; cálculo de volumes.

Ponto n.º 4 — Derivadas e diferenciais; curvatura, evoluta.

Ponto n.º 5 — Polinómios inteiros; focos e directrizes das cónicas.

Ponto n.º 6 — Sistemas de equações lineares; geratrizes rectilíneas das quádricas.

Ponto n.º 8 — Séries; classificação das quádricas e estudo da sua forma.

Pontos das provas escritas de matemáticas elementares dos exames do ano lectivo de 1941-1942.

Álgebra e geometria analítica

a) — Determine o parâmetro m de modo que as raízes da equação $(m-1)x^2-(4m-6)x+m+1=0$ estejam compreendidos entre 3 e -2.

b) — Determine o lugar geométrico dos centros das cónicas da família cuja equação é:

$$(4x-3y)(y-3)+m(x-3)(2y-3x)=0\,.$$

Trigonometria e geometria sintética

a) — Calcule a hipotenusa de um triângulo rectângulo conhecendo um cateto c e o ângulo α formado pela hipotenusa com a mediana relativa a êsse cateto. Determine as condições de possibilidade do problema.

b) — Considere um tetraedro regular $[ABCD]$ de aresta a; marque sôbre as arestas AC, AD, BC e BD respectivamente os comprimentos $\overline{AM}$, $\overline{AN}$, $\overline{BP}$ e $\overline{BQ}$ tais que $\overline{AM}=\overline{AN}=\overline{BP}=$ $=\overline{BQ}=c$ sendo $0<c<a$.

1) Sabendo que as arestas opostas dum tetraedro são perpendiculares demonstre que o quadrilátero $[MNQP]$ é um rectângulo e calcule os seus lados em função de c e de a.

2) Determine em função de a e de c a área da superfície lateral do tronco de prisma triangular $[AMNBPQ]$.