

BOLETIM BIBLIOGRÁFICO

Nesta secção, além de extractos de críticas aparecidas em revistas estrangeiras, serão publicadas críticas de livros e outras publicações de Matemática de que os Autores ou Editores enviarem dois exemplares à Redacção.

Em 1889, o eminente matemático alemão, DAVID HILBERT publicou a primeira edição de «Grundlagen der Geometrie» que teve enorme repercussão em todo o mundo científico e foi logo traduzida em todas as línguas dos países civilizados, mas não fora ainda traduzida em português, o que não era honroso para a nossa cultura.

A Senhora Dr.^a D. MARIA PILAR RIBEIRO, em colaboração com o Dr. JOSÉ PAULO, traduzindo para português aquela obra de HILBERT e o Instituto para Alta Cultura editando a tradução, prestaram um relevante serviço ao nosso país e merecem, por isso, justos louvores. A estes louvores, devo associar o nome Dr. HUGO RIBEIRO, actualmente professor da Universidade de Nebraska, na América que, em 1947, dirigiu as sessões de seminário, às quaes eu tive a honra de assistir, onde foi estudado um capítulo de «Grundlagen der Geometrie» e que serviu de base à tradução, como o afirmam, de resto, os próprios tradutores.

A tradução está feita com muita clareza e o volume apresenta-se bem impresso.

Foi pena que não tivessem sido traduzidos os apêndices de «Grundlagen der Geometrie». É certo que na última página de «Fundamentos da Geometria» estão indicadas as revistas donde foram extraídos. Mas eu suponho que essas revistas não existem em Portugal, além de que, sendo os artigos escritos em alemão, são pouco acessíveis à leitura dos estudiosos portugueses.

Pela minha parte, lamento a economia que resultou de ter sido suprimida a tradução desses apêndices.

O Instituto para Alta Cultura completaria o serviço que prestou, se promovesse a tradução desses artigos e os publicasse em separata.

Quanto à tradução de «Grundlagen der Geometrie», atrevo-me a fazer um ligeiro reparo, sem mesmo saber, dada a minha total ignorância da língua alemã, se esse reparo terá consistência e mesmo, neste caso, é um reparo de somenos importância que em nada afecta as virtudes da tradução, à qual presto a minha homenagem.

Ao primeiro grupo de axiomas, estabelecidos por HILBERT, de 1-8, foi dado em «Fundamentos de Geometria» o nome de axiomas de incidência.

Em «Puntos críticos de la Matemática contemporánea», à página 102, F. VERA, a respeito deste grupo de axiomas, diz: «Los axiomas siguientes completan el primer grupo llamado de pertenencia: verknüpfung». L. GODEAUX, em «Les Geometries», à página 112, chama, ao mesmo grupo de axiomas, «axiomes d'association».

Não teria sido preferível, em vez de termo incidência, escolher um termo mais afim com os termos em espanhol ou em francês?

Este reparo, mesmo que tenha consistência, é de somenos importância, repito. O que interessa são as ideias e não as designações; como disse EÇA DE QUEIROZ, «As palavras são apenas o esqueleto das ideias».

A crítica aos conceitos fundamentais da matemática e aos seus métodos vinha de longe e também a geometria não estava a coberto dessa crítica.

As numerosas tentativas, realizadas durante séculos, para demonstrar o postulado das paralelas; a negação desse postulado sucessivamente por LOBATCHEWSKY e por RIEMANN que desse modo criaram duas geometrias, diferentes entre si e diferentes da de EUCLIDES; as críticas de VERONESE, PASCH e outros ao de postulados da Geometria de Euclides; a axiomatização da aritmética por FREGÉ e por PEANO; levaram HILBERT a proceder à axiomatização da geometria, isto é, transformá-la numa teoria dedutiva.

Estabelecidos os grupos de axiomas para fundamento da geometria como teoria dedutiva, HILBERT, demonstrou que esses axiomas eram independentes. O método seguido por HILBERT, embora trabalhoso, foi simples. Consistiu em constituir grupos de axiomas independentes uns dos outros e extrair, de cada sistema, as conclusões necessárias, embora seja, por vezes, impossível determinar todas as consequências. E, para cada axioma, em cada grupo, considerar válidos todos os restantes com excepção daquele de que se quer demonstrar a independência, construindo, deste modo, uma geometria parcial.

Por este processo demonstrou HILBERT que o postulado das paralelas era um postulado independente dos vários sistemas de axiomas que estabeleceu.

Em quanto que LOBATCHEWSKY e RIEMANN negaram o postulado das paralelas, HILBERT foi mais longe e mostrou a independência desse postulado. Quer dizer: não é possível demonstrar o postulado das paralelas,

baseando-se nos sistemas de axiomas que fundamentam a geometria Euclidiana.

Para demonstrar que o sistema de axiomas que foi adoptado era coerente, isto é, não conduzia a nenhuma contradição, estabeleceu HILBERT uma correspondência biunívoca entre os axiomas geométricos e a sua representação analítica.

Se houvesse entre os axiomas geométricos admitidos, qualquer contradição, ela seria denunciada por contradições entre as proposições analíticas que lhes correspondiam.

E, por isso, a axiomatização da aritmética realizada por FREGE e por PEANO, que estabeleceram teorias analíticas do número real, independentemente de qualquer representação geométrica, garantiam a não contradição das proposições analíticas utilizadas. Isto é, HILBERT aceita a não contradição do sistema de postulados que adoptou para fundamentar a geometria Euclidiana, tomando por base a não contradição da teoria dos números reais, estabelecida anteriormente por FREGE e PEANO.

BROUWER, o ilustre criador da lógica trivalente que é designada pelo seu nome, (lógica Brouweriana) não se mostra muito convencido do rigor deste processo de demonstração quando afirma:

«... a false theory which is not stopped by a contradiction is none the less false, just as a criminal policy unchecked by a reprimanding court is none the less criminal.»

Em 1931, o matemático e logístico GÖDEL demonstrou que a não contradição de uma teoria não é demonstrável dentro da própria teoria, o que veio abrir uma forte crise nas teorias formalistas da matemática, dar razão às dúvidas postas por BROUWER e ao neo-intuicionismo.

Como não podia deixar de ser os casos de congruência de triângulos foram demonstrados por HILBERT sem recorrer ao chamado método de sobreposição.

Com efeito, o método de sobreposição, pelas numerosas críticas que sofrera anteriormente, não era considerado um método demonstrativo com validade.

Actualmente, e depois da crítica verdadeiramente destrutiva que lhe fez RUSSELL, nenhum tratadista da geometria, com autoridade, o usa; foi postergado da geometria, mesmo elementar.

No relatório com o título «The teaching of geometry in schools» da Mathematical Association, de Inglaterra (1.ª edição, em 1923), onde são dados conselhos aos professores para o ensino da geometria, dividido em vários estádios, conforme a idade dos alunos, há este conselho:

«The method of superposition not be used at any stage.»

Também o professor americano J. SWENSON em «Graphic methods of teaching congruence in geometry», acerca do método de sobreposição, afirma:

«The mathematician does not consider the method of proof by superposition very satisfactory. The psychologist says we should introduce no unnecessary habits in connection with the processes of learning. The use of superposition is surely one of these unnecessary habits because it is a barely introduced before it is discarded.»

Infelizmente, em Portugal o método de sobreposição resiste *vitoriosamente* a todas as críticas que lhe têm sido feitas e aparece *triumfante* nos nossos compêndios de geometria para o ensino secundário.

Por esta e outras razões «Fundamentos da Geometria» destinam-se a prestar um serviço inestimável à cultura nacional e a sua leitura atenta deverá influir poderosamente, para uma melhor compreensão da geometria e dos métodos da matemática, a que corresponderá uma melhoria no ensino desta disciplina.

Antes de terminar esta breve notícia transcreverei as primeiras linhas do texto de «Fundamentos da Geometria».

«Definição. Imaginemos três sistemas de objectos: aos objectos do primeiro sistema chamemos pontos e representemo-los por A, B e C, \dots ; aos objectos do segundo sistema chamemos rectas e representemo-los por a, b, c, \dots ; aos objectos do terceiro sistema chamemos planos e representemo-los por $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ »

Os ilustres tradutores de «Grundlagen der Geometrie» não receram chamar *objectos* a entidades geométricas, como eu também já tivera ocasião de fazer, tendo sido criticada, por esse motivo, por duas *autoridades* nestes assuntos. Veja-se o meu artigo «Os poliedros não são objectos?» (Labor N.º 116).

Maria Teodora Alves