



CONHECIMENTOS DE MATEMÁTICA DOS ESTUDANTES À ENTRADA DO ENSINO SUPERIOR

HELENA MONTEIRO^a, MARIA JOÃO AFONSO^b, MARÍLIA PIRES^c

ESTA – INSTITUTO POLITÉCNICO DE TOMAR^a, FP – UNIVERSIDADE DE LISBOA^b, FCT – UNIVERSIDADE DO ALGARVE^c

helena.monteiro@ipt.pt^a, mjafonso@psicologia.ulisboa.pt^b, mpires@ualg.pt^c

O diagnóstico eficaz das lacunas e das dificuldades dos estudantes é indispensável ao estabelecimento de uma base sólida para recomendar e delinear soluções que visem a melhoria efetiva das práticas de ensino, nomeadamente nas unidades curriculares de matemática do ensino superior. Para o concretizar, é necessário desenvolver estudos com fundamentação científica, que requerem a utilização de testes standardizados de conhecimentos.

RESUMO

Neste artigo caracteriza-se o PMAT, um teste standardizado de conhecimentos de matemática, descreve-se o processo da sua construção e apresenta-se alguns resultados obtidos com a sua versão mais recente, quer da análise do teste como instrumento de medida quer das respostas dadas aos itens que o compõem.

I. INTRODUÇÃO

As dificuldades sentidas pelos estudantes no primeiro ano do ensino superior são de natureza diversa. Algumas prendem-se com a aprendizagem das matérias das unidades curriculares de matemática. Alunos do 1.º ano de engenharia, em 2011, numa entrevista acerca da Álgebra Linear e do Cálculo que tinham frequentado no 1.º semestre, apontaram como causas das dificuldades que experimentaram nestas unidades curriculares a rapidez com que foi dada a muita matéria teórica, o grande aumento do nível de exigência do secundário para o superior e, entre outras, a falta de bases que traziam do secundário. Os estudantes que indicaram este motivo tiveram uma clas-

sificação de, pelo menos, 12 valores no exame nacional de Matemática A. Terão, de facto, conhecimentos e competências suficientes para aprender a matemática que lhes é proposta no ensino superior? Se não, é o superior que exige demasiado ou é o secundário que não prepara bem os alunos para prosseguirem estudos em cursos de engenharia?

2. CARACTERIZAÇÃO E CONSTRUÇÃO DO PMAT

No âmbito do desenvolvimento de um projeto para avaliar o desempenho em matemática na transição para o ensino superior científico e tecnológico em Portugal, a Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM) reuniu uma equipa de docentes e investigadores das áreas de matemática e de psicologia. Entre outros objetivos, a SPM pretendia criar e desenvolver empiricamente um teste que avaliasse, nos estudantes do 1.º ano do ensino superior, os conhecimentos de matemática necessários para o sucesso nas unidades curriculares de matemática dos cursos de ciências e tecnologia. Desejava, também, poder comparar os resultados de aplicações sucessivas do teste, nomeadamente as pontuações totais e as respostas certas, erradas ou omissas dadas a cada item, com o objetivo de avaliar o progresso educativo. Para o efeito, professores de matemática dos ensinos secundário e superior, orientados por um especialista em psicometria, desenvolveram um teste de modo sistemático, de acordo com procedimentos científicos, e estudaram as suas propriedades metrológicas em amostras da população alvo – construíram um teste standardizado, designado por PMAT.

O processo de construção dos itens do PMAT foi condicionado pelas características que a equipa, com base na revisão de literatura psicométrica e na sua experiência docente, decidiu conferir ao teste:

RELATIVAMENTE AOS ITENS

Formato: Escolha múltipla, com três alternativas de resposta – uma certa e duas erradas (os distratores);

Pontuação: 1 ponto por uma resposta certa; 0 pontos por uma resposta errada ou omissa;

Áreas de conteúdo: Análise, Álgebra, Geometria, Probabilidades e Estatística e Lógica e Teoria de Conjuntos, representadas por 35%, 30%, 15%, 15% e 5% dos itens, respetivamente;

Níveis de complexidade (inspirados na clássica Taxonomia de Bloom, 1956): Baixo (conhecimento, compreensão), Médio (aplicação, análise) e Elevado (síntese, avaliação), satisfeitos por, respetivamente, 35%, 50% e 15% dos itens.

RELATIVAMENTE À APLICAÇÃO

Destinatários: Estudantes do 1.º ano/1.ª inscrição no ensino superior de ciências e tecnologia;

Forma: Papel-e-lápis, aplicação coletiva, sem calculadora e sem formulário; folha de respostas destinada a leitura ótica;

Data: Primeira semana de aulas;

Duração: 2 horas;

Dados identificativos recolhidos (na folha de respostas): n.º de BI ou de CC, género, data de nascimento e tipo de exame nacional de matemática que realizou.

A última versão do PMAT, o PMAT-03, tem 32 itens. Estes foram construídos de acordo com as diretrizes propostas por Haladyna, Downing e Rodriguez (2002) e organizados no caderno de teste da seguinte forma: dispostos por ordem crescente de nível de complexidade, em cada nível agrupam-se por área de conteúdo e, dentro de cada área, apresentam-se por ordem crescente de dificuldade (aferida na penúltima versão).

O PMAT-03 foi aplicado no quarto ensaio experimental do PMAT e é o produto de um processo de análise de resultados, revisão e melhoria progressiva dos testes utilizados nos ensaios experimentais anteriores, precedidos por um estudo piloto, efetuado no 12.º ano com o PMAT-12. Ao todo, o PMAT contou com a colaboração de 7910 estudantes de 13 instituições de ensino: 269 alunos do 12.º ano de oito escolas secundárias no estudo piloto, em maio de 2009; 1549 estudantes de um instituto politécnico e duas universidades no primeiro ensaio experimental, em setembro de 2009; 2031 estudantes no segundo, 2088 no terceiro e 1951 no quarto ensaios, que decorreram em setembro de 2010, de 2011 e de 2012, respetivamente, na primeira semana de aulas de três universidades. O PMAT-01, utilizado no segundo ensaio experimental, voltou a ser aplicado no início do segundo semestre, do mesmo ano letivo, a 71 estudantes que já o tinham resolvido em setembro. O estudo comparativo do teste e do reteste após treino de competências permitiu analisar o efeito, nos conhecimentos de matemática dos participantes, da formação que lhes foi proporcionada pelas unidades curriculares do primeiro semestre, ou seja, o efeito das variáveis treino de competências e aprendizagem de conteúdos, novos ou já abordados no secundário. Este estudo também constituiu uma fonte de validação do PMAT.

Na análise do PMAT-03, que se designará por PMAT, tal como nos testes anteriores, apenas foram consideradas as respostas dos estudantes de cursos superiores de ciências e tecnologia que se candidataram com o exame

nacional de Matemática A. Neste caso, de 1879 indivíduos. Os resultados do teste foram estudados com base na Teoria Clássica dos Testes (TCT) e na Teoria da Resposta ao Item (TRI) – Modelo de Rasch. As técnicas de análise da TCT foram aplicadas com o programa SPSS, versão 20 (IBM Corp., 2011) e as da TRI, com o programa Winsteps (Linacre, 2012).

3. RESULTADOS DO PMAT

A amostra observada é constituída por 1236 alunos de cursos de engenharia da universidade A, por 127 estudantes de economia ou gestão da universidade B e por 516 alunos de cursos de engenharia e ciências exatas da universidade C¹. A nota de candidatura dos alunos das universidades A e B foi de 12 ou mais valores (na escala de 0 a 20) com, pelo menos, 10 valores no exame nacional de Matemática A. Os participantes da universidade C podem ter sido admitidos com 9,5 no exame e na nota de candidatura. Nesta, a média do ensino secundário teve um peso de 50%, tal como na universidade A, enquanto na B foi de 60%.

Dos 1879 participantes, 67% são do género masculino e 85% completaram os 18 anos de idade no ano de aplicação do PMAT (3% fizeram os 17 anos, 10% os 19 e 2% mais de 19 anos).

Na Tabela 1 encontram-se resultados do total das respostas dadas pelos participantes a 31 itens do PMAT (um item do caderno de teste entregue a alguns estudantes tinha uma gralha, pelo que foi excluído da análise da amostra total).

Tabela 1. Respostas certas, erradas e omissas.

Respostas ao PMAT (31 itens; 1879 participantes)				
Respostas	Min.-Max.	Mediana	Média	D. Pad.
Certas (Pontuações)	2-31	17	16,72	5,06
Erradas	0-29	14	13,71	4,95
Omissas	0-22	0	0,57	1,95

A qualidade de um teste depende das características métricas dos itens que o compõem, em particular, dos índices de dificuldade e de discriminação. O primeiro refere-se à proporção de respostas certas dadas ao item, o segundo à correlação entre a pontuação no item e no teste. Os índices de dificuldade dos itens do PMAT variam entre 0,24 e 0,79, com média igual a 0,54, daí considerar-se que o teste é equilibrado quanto ao nível de dificuldade. Um quarto dos itens tem discriminação inferior ao valor aceitável (0,20), mas a heterogeneidade das áreas de conteúdo

pode ser parte da explicação de não haver fortes indicadores da diferença de sucesso, nesses itens, entre os alunos com as melhores e as piores pontuações no teste.

Os estudantes foram agrupados por gênero e por universidade para ser possível efetuar um estudo comparativo de subamostras. A análise da variável *gênero* revelou alguma superioridade das pontuações obtidas pelos estudantes do gênero masculino, confirmada por testes de hipóteses. Embora a diferença não seja significativa, o número de respostas omissas dos rapazes é superior ao das raparigas (talvez elas tenham tido mais tendência, do que os rapazes, para arriscar a dar uma resposta errada). No que respeita à variável *universidade*, verificaram-se diferenças, estatisticamente significativas, entre o número de respostas certas dadas pelos participantes das três instituições, sendo maior na universidade A e menor na C, o que é coerente com o nível das notas de candidatura a estas universidades.

Tabela 2. Respostas certas por subamostras.

Respostas Certas (31 itens; 1879 participantes)					
Subamostras		Min.-Max.	Mediana	Média	D. Pad.
Gênero	M	2-31	17	17,15	5,20
	F	5-30	15	15,82	4,63
Univers.	A	5-31	18	18,1	4,84
	B	8-29	16	16,1	4,44
	C	2-28	13	13,6	4,27

A análise das características métricas dos itens, baseada nos padrões de resposta dos estudantes, permitiu identificar os itens com nível de dificuldade significativamente diferente em cada uma das subamostras. Ao todo, identificaram-se sete itens relativos à universidade e dois itens relativos ao gênero. Estes últimos mostram que as raparigas tiveram mais facilidade do que os rapazes em derivar uma função num ponto (o que pode atribuir-se a uma maior capacidade de memorização e de utilização de procedimentos automatizados), enquanto para eles foi mais fácil responder ao item que solicita o estudo de uma função irracional que envolve a exponencial (um possível indicador de que o raciocínio dedutivo dos rapazes está mais desenvolvido). Esta análise ocorreu depois de se confirmar o ajustamento dos dados do PMAT ao modelo de Rasch, um modelo que permite prever a probabilidade de sucesso de um indivíduo ao responder a um item, em função do seu nível de competência e da dificuldade do

item. A ideia primordial da TRI é a utilização de um modelo desta natureza (Wu & Adams, 2007), o qual permite estimar o nível do conhecimento dos estudantes a partir das características dos itens, não da comparação dos seus resultados no teste com os dos outros indivíduos, como acontece na TCT (Pasquali & Primi, 2003). Outra grande diferença entre estas teorias é que, ao contrário da TCT, a TRI admite colocar itens e indivíduos na mesma escala (Urbina, 2004). Relativamente a 1211 participantes no PMAT que responderam aos 32 itens do teste, obteve-se a seguinte representação conjunta na escala *logit*.

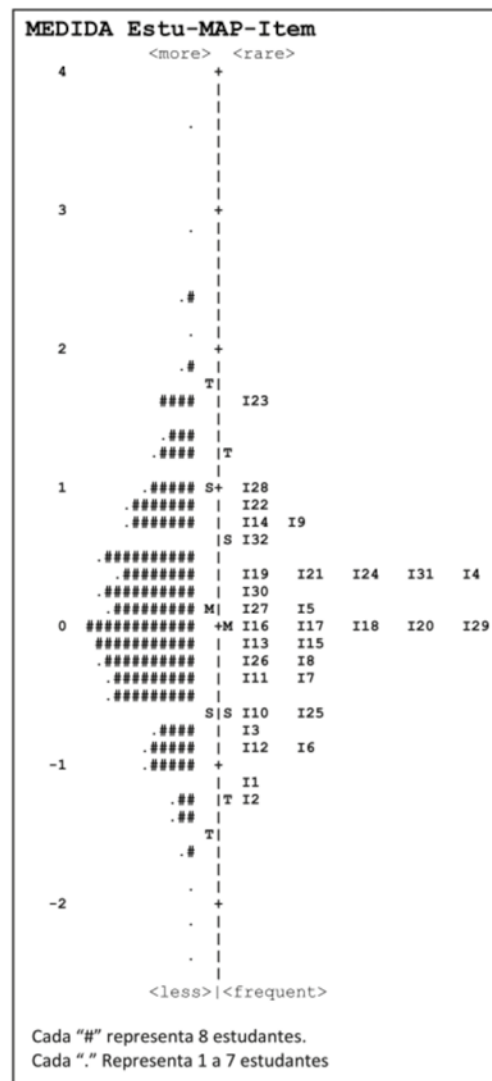


Gráfico 1: Medição conjunta de estudantes e itens.

¹ Por não se dispor de autorização prévia por parte das universidades envolvidas neste estudo, estas não são identificadas.

Nesta representação, os valores absolutos das medidas dos itens (nível de dificuldade) e das medidas dos estudantes (nível de competência) são distâncias em relação à origem, medidas sobre a reta real, sendo esta o ponto que corresponde ao item com nível de dificuldade médio e ao indivíduo que tem uma probabilidade de acertar igual a 0,5. No Gráfico 1 observa-se, por exemplo, que o item mais fácil é o I2 e o mais difícil é o I23; há mais estudantes a errar do que a acertar o item I4; um estudante com 1 *logit* de competência tem tanta probabilidade de sucesso como de insucesso no item I28 e é pouco provável que identifique a resposta certa do item I23.

O modelo de Rasch também estima que, em qualquer item do PMAT, o número de respostas certas dadas ao acaso não é relevante.

O estudo metrológico do PMAT sugeriu um suficiente a elevado grau de confiança nas inferências feitas a partir dos seus resultados, através de indicadores relativos à adequação do teste aos objetivos da avaliação e à precisão das medidas que proporciona.

No que respeita à análise das respostas dadas aos itens, destacam-se os seguintes resultados:

No item com mais respostas certas (I2, nível de complexidade baixo), 79% dos participantes identificaram a alternativa de resposta que tem uma expressão equivalente à soma algébrica de um número irracional com uma fração irracional, dada no enunciado. A escolha de um dos seus distratores por 14% dos alunos sugere que eles sabiam reduzir frações ao mesmo denominador e adicionar os numeradores, mas utilizaram propriedades operatórias das equações em expressões algébricas.

O item I4, também de álgebra e nível de complexidade baixo, registou um nível de dificuldade acima da média. As alternativas de resposta erradas denunciam que 36% dos estudantes sabiam que $\cos x$ é uma função positiva em $[0, \pi/2[$, mas “esqueceram-se” de que um número superior a 1 não pertence ao seu contradomínio.

O PMAT tem cinco itens cuja resposta certa não foi a mais escolhida. São os itens mais difíceis, acertados por menos de 39% dos estudantes. O mais difícil tem um distrator que foi selecionado por 59% dos indivíduos. Daí que se coloque a hipótese de que 1109 participantes no PMAT não tinham noção do valor numérico da exponencial natural de um número negativo.

4. CONCLUSÃO

Com base nos resultados obtidos², considera-se que o PMAT é um teste estandardizado, adequado para medir

o nível e o tipo de conhecimentos de matemática dos estudantes à entrada do ensino superior de ciências e tecnologia. Sendo um instrumento de avaliação objetiva, o PMAT pode ser utilizado para estimar o efeito da aplicação de medidas educativas.

O desempenho dos participantes, que se refletiu no acerto de 53,9% dos itens do teste, em média, variou as áreas de conteúdo – o melhor desempenho registou-se nos itens de probabilidades e estatística, seguindo-se, por ordem decrescente, as áreas de geometria, álgebra, análise e lógica, sendo a última representada por um único item.

As respostas (certas e erradas) aos itens com nível de dificuldade acima da média apontam défices de aprendizagem dos estudantes em temas como: técnicas de contagem (I28); geometria analítica (I27); operações algébricas com logaritmos (I5) e com números complexos (I18); limites de funções (I21); função exponencial (I23); cálculo diferencial (I24, I31); lógica (I14). Além de conhecimentos, os itens citados requerem espírito crítico e flexibilidade do pensamento mais desenvolvidos do que o manifestado pelos participantes, assim como uma maior capacidade de recuperar informação memorizada, de interpretar conceitos e propriedades, de aplicar conhecimentos em domínios diversos e de planear estratégias de resolução de problemas. Esta identificação de lacunas de aprendizagem dos alunos mostra que o PMAT é um tipo de teste fundamental para adaptar as primeiras aulas de matemática do ensino superior às reais dificuldades dos estudantes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bloom, B.S. (Ed.) (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of education goals. Handbook I, cognitive domain*. New York; Toronto: Longmans, Green.
- Haladyna, T., Downing, S., & Rodriguez, M. (2002). A Review of Multiple-Choice Item-Writing Guidelines for Classroom Assessment. *Applied Measurement in Education*, 15(3), pp. 309-334.
- IBM Corp. (2011). *IBM SPSS Statistics for Windows (Version 20.0) [Computer Software]*. Armonk, NY: IBM Corp.
- Linacre, J. M. (2012). *Winsteps® (Version 3.74.0) [Computer Software]*. Beaverton, Oregon: Winsteps. com.
- Pasquali, L., & Primi, R. (2003). Fundamentos da Teoria da Resposta ao Item – TRI. *Avaliação Psicológica*, pp. 99-110.

Urbina, S. (2004). *Essentials of Psychological Testing*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

Wu, M., & Adams, R. (2007). *Applying the Rasch model to psycho-social measurement: A practical approach*. Educational Measurement Solutions, Melbourne.

SOBRE AS AUTORAS

Helena Monteiro é Professora Coordenadora da Unidade Departamental de Matemática e Física do Instituto Politécnico de Tomar. É licenciada em Matemática (ramo Educacional) pela Universidade de Coimbra, mestre em Matemática (área de Álgebra) pela Universidade de Lisboa e doutoranda em Matemática na Universidade do Algarve.

Maria João Afonso é Professora Auxiliar na Faculdade de Psicologia da Universidade de Lisboa, onde exerce docência e investigação nas áreas de Psicometria, Avaliação Psicológica e Métodos Quantitativos de investigação. É doutorada em Psicologia Diferencial, na área da Psicologia da Inteligência, pela Universidade de Lisboa, tendo obtido os graus de Mestre e de Licenciada na área de Psicologia Vocacional e Orientação da Carreira.

Marília Pires é Professora Associada no Departamento de Matemática da Universidade do Algarve. Doutorada em Investigação Operacional pela Universidade do Algarve e licenciada em Matemática Aplicada pela Universidade do Porto. Ultimamente tem-se dedicado a problemas ligados ao ensino e ao insucesso escolar.

² No âmbito do projeto da SPM mencionado, foi apresentada uma tese de doutoramento com o título "Conhecimentos de Matemática dos Estudantes à Entrada do Ensino Superior de Ciências e Tecnologias: contributo para a definição de um perfil de exigências", ainda não defendida, na qual poderão ser encontrados resultados mais pormenorizados do que os que aqui se referem.

Sociedade Portuguesa de Matemática

ENCONTRO NACIONAL

2016

INSCRIÇÕES ABERTAS

Escola Superior de Tecnologia do Barreiro
Instituto Politécnico de Setúbal,
11, 12 e 13 de julho