



ÓSCAR FELGUEIRAS  
Universidade  
do Porto  
olfelgue@fc.up.pt

## O PROBLEMA DE MONTY HALL

Um concurso televisivo iniciado nos anos 60 inspirou um problema que ficou conhecido pelo nome do seu apresentador, Monty Hall. Mais do que a profundidade da questão matemática em si, este problema é revelador da dificuldade que o ser humano tem em ajuizar de forma correta uma situação envolvendo probabilidades.

Foi nos anos 90 que o problema de Monty Hall ganhou notoriedade ao aparecer na *Parade*, a revista de maior circulação nos EUA, com mais de 35 milhões de exemplares semanais. Numa coluna de perguntas e respostas, Marilyn vos Savant, famosa por ter surgido no Guinness Book, em 1985, como detentora do título de pessoa com o maior QI obtido num teste de inteligência, escrevia sobre vários assuntos. Um título algo controverso e que perdurou até 1989, altura em que deixou de ser atribuído, devido à sua elevada subjetividade. No entanto, Marilyn vos Savant soube aproveitar a publicidade gerada e graças a isso foi convidada pela *Parade*. Em 1990, houve um leitor que lhe propôs o seguinte problema:

Suponha que num concurso televisivo é dada ao concorrente a escolha de uma de três portas. Atrás de uma porta está um carro, atrás das outras, cabras. O concorrente escolhe uma porta, digamos a número 1, e o apresentador, que sabe o que está por detrás das portas, abre uma outra porta, digamos a número 3, que tem uma cabra. Ele pergunta ao concorrente se prefere escolher a porta número 2. Será que o concorrente tem alguma vantagem em alterar a sua escolha de portas?

Marilyn vos Savant respondeu a esta questão de forma bastante concisa dizendo que, de facto, valia a pena alterar a escolha de portas. A porta 1 tem uma probabilidade de  $1/3$  de ter o carro ao passo que a porta 2 tem uma

probabilidade de  $2/3$ . Como forma de visualizar melhor a situação, acrescentou que se existisse um milhão de portas, o concorrente escolhesse a porta 1 e o apresentador abrisse todas as outras portas menos a porta número 777777, então provavelmente a escolha seria fácil. De facto, a probabilidade de a porta 1 ser a correta seria de  $1/1000000$  ao passo que a da porta 777777 seria de  $999999/1000000$ .

No entanto, após a publicação da sua resposta ao problema, Marilyn vos Savant recebeu milhares de cartas de leitores, a grande maioria dos quais (cerca de 90%) a discordarem do seu raciocínio. Muitas destas cartas eram provenientes de doutorados de várias áreas, nomeadamente matemáticos. A reação mais comum dos leitores que lhe escreveram era acharem que a probabilidade de ganhar o carro era de  $1/2$  em ambas as portas. Certamente que se alguém entrasse no concurso apenas no momento de decidir a troca de portas sem conhecer o processo que levou à eliminação de uma das portas, então haveria igual probabilidade de ambas as portas esconderem o carro. Contudo, a informação adicional sobre a forma como foi eliminada a porta pelo apresentador é essencial, dado que não é feita aleatoriamente. Uma forma simples de analisar a questão é verificar o que acontece quando o concorrente escolhe a porta 1, nos três casos possíveis para a localização do carro, de acordo com a seguinte tabela:

Porta 1	Porta 2	Porta 3	Mudar de porta	Manter a porta
Carro	Cabra	Cabra	Cabra	Carro
Cabra	Carro	Cabra	Carro	Cabra
Cabra	Cabra	Carro	Carro	Cabra

Daqui decorre que o concorrente, ao mudar de porta, só perderá caso a porta escolhida inicialmente seja aquela onde está o carro, isto é, apenas numa das três possibilidades. A página de Marilyn vos Savant<sup>1</sup> contém mais detalhes sobre a polémica, nomeadamente alguns exemplos de cartas por ela recebidas. Existem várias páginas na Internet onde se encontram simulações do problema em questão, tais como nas abaixo indicadas<sup>2,3</sup>.

Não deixa de ser curioso que o problema de Monty Hall tenha sido originalmente colocado por Steve Selvin em 1975<sup>4</sup>, acompanhado por uma solução correta. Já na altura ele recebeu várias reações negativas à sua solução, pelo que voltou a abordar o assunto no número seguinte<sup>5</sup>, apresentando uma resolução envolvendo probabilidades condicionadas. Eventualmente devido ao carácter científico da revista onde foi publicado, este problema não obteve logo uma atenção comparável à dada a Marilyn vos Savant. Ainda assim, o próprio Monty Hall escreveu a Steve Selvin, em resposta a uma carta deste, esclarecendo que as regras do seu concurso não eram bem as do problema. Além disso, concordava que se o concorrente pudesse mudar, então a probabilidade de a porta escolhida conter o prémio seria a mesma que no início. A carta de Monty Hall pode ser encontrada na página oficial do concurso por ele apresentado, *Let's Make A Deal*<sup>6</sup>, o qual continua hoje em dia a ser exibido, apesar de iniciado em 1963 e com algumas interrupções ao longo do tempo.

Buscando a origem do que é essencial no problema de Monty Hall, é justo referir que, em 1959, Martin Gardner<sup>7</sup> publicou um problema que lhe é equivalente, tendo também recebido uma enchente de cartas de leitores a favor e contra a sua resposta. O problema era o seguinte:

Três condenados, A, B e C, estão presos em celas separadas e um deles, escolhido de forma aleatória, vai ser amnistiado. O guarda da cadeia sabe qual o prisioneiro que vai ser amnistiado mas não pode revelá-lo. O prisioneiro A, sabendo disto, pede ao guarda que lhe diga qual será um dos outros a não ser amnistiado. No caso de os outros dois serem condenados, o guarda deve atirar uma moeda ao ar de modo a escolher o nome de um deles. Para manter o procedimento em sigilo, o guarda só dirá

o nome do prisioneiro não amnistiado no dia seguinte. O guarda vai para casa, pensa no assunto e, como lhe parece que não estará a alterar as hipóteses de absolvição de A, decide revelar que B não foi amnistiado. O prisioneiro A fica todo contente por achar que a sua probabilidade de sair da cadeia aumentou de  $1/3$  para  $1/2$ . Além disso, A consegue comunicar com C, o qual também fica convencido de que a sua probabilidade de sair da cadeia aumentou de  $1/3$  para  $1/2$ . Será que os prisioneiros estão corretos?

Martin Gardner mostrou que os prisioneiros estão enganados e que a probabilidade de A ser amnistiado é de  $1/3$  ao passo que a de C é de  $2/3$ . Talvez esta resposta agora não surpreenda o leitor.

O problema de Monty Hall já foi tema do programa televisivo *Isto é Matemática*, apresentado por Rogério Martins<sup>8</sup>, no qual é exposta a situação de uma forma bem-humorada. É um problema que, apesar de aparentemente simples, engana muita gente. O conceituado matemático Paul Erdős, por exemplo, teve conhecimento dele em 1995 e, apesar de lhe ter sido mostrada a prova de que havia vantagem em mudar, teve grande relutância em ficar convencido. A sua primeira reação foi: “Não, isso é impossível, não devia fazer nenhuma diferença (escolher uma porta ou outra)”<sup>9</sup>.

<sup>1</sup> <http://marilynvosavant.com/game-show-problem/>

<sup>2</sup> <http://www.shodor.org/interactivate/activities/SimpleMontyHall/>

<sup>3</sup> <http://math.ucsd.edu/~crypto/Monty/monty.html>

<sup>4</sup> Selvin, S., “A problem in probability (letter to the editor)”, *Am. Statist.* 29 67, 1975, disponível em [www.jstor.org/stable/2683689](http://www.jstor.org/stable/2683689)

<sup>5</sup> Selvin, S., “On the Monty Hall problem (letter to the editor)”, *Am. Statist.* 29 134, 1975

<sup>6</sup> <http://www.letsmakeadeal.com/problem.htm>

<sup>7</sup> Gardner, M., “Mathematical Games: Problems involving questions of probability and ambiguity”, *Scientific American*, 201 (4), 174–182, 1959

<sup>8</sup> <http://www.youtube.com/watch?v=K0zrUomGGHY&t=409s>

<sup>9</sup> Vazsonyi, A., “Which Door Has the Cadillac?”, *Decision Line*, December/January 1999 17-19.