Jorge Nuno Silva
Universidade
de Lisboa
jnsilva@cal.berkeley.edu

HERANÇA

Muitos dos problemas que Leonardo Pisano, Fibonacci, nos ofereceu no *Liber Abaci*, de 1202, mantêm um encanto especial. O mais famoso de todos é, claro, o dos coelhos, que deu origem à célebre sucessão, mas hoje trazemos aqui um outro que, em 1519, o nosso Gaspar Nicolas, no *Tratado da Pratica Darismetyca*, também abordou e ao qual acrescentou algo.

O problema em questão (ver a edição de Sigler, *Fibonacci's Liber Abaci*, Springer 2002, p. 399) pode ser enunciado assim:

> Um pai divide a sua herança entre os filhos da seguinte maneira. O primeiro recebe um euro e um sétimo do restante; o segundo tem direito a dois euros e um sétimo do restante, e assim sucessivamente. Acontece que todos recebem quantias iguais. Quantos são os filhos, quanto toca a cada um e de quanto era a herança?

Fibonacci propõe também o problema semelhante em que primeiro se acha o sétimo e depois se somam as quantias (um euros, dois euros, etc.).

Gaspar Nicolas propõe estas duas questões e ainda as que se obtêm substituindo sétimos por nonos. E nós perguntamos ao leitor o que sucede se, em vez de sétimos ou nonos, tivermos, com toda a generalidade dos valores naturais de n, a fração $1/n$:

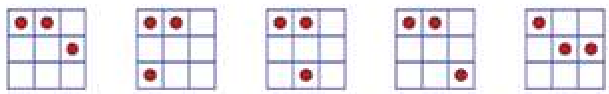
> Um pai divide a sua herança entre os filhos da seguinte maneira. O primeiro recebe um euro e $1/n$ do restante; o segundo tem direito a dois euros e $1/n$ do restante, e assim sucessivamente. Acontece que todos recebem quantias iguais. Quantos são os filhos, quanto toca a cada um e de quanto era a herança?

> E se o primeiro receber $1/n$ da herança mais um euro, o segundo receber $1/n$ do restante mais dois euros, e assim sucessivamente?

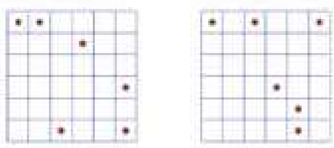
Sobre a questão do número anterior:

Dado um tabuleiro 3×3, pretende-se colocar (3) peões em três casas distintas de forma a que as respetivas distâncias sejam todas diferentes. Assumimos que os peões se identificam com os centros das células do tabuleiro e que as distâncias são as euclidianas, medidas em linha reta.

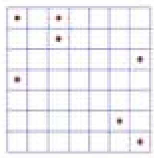
A menos de simetrias, este problema tem cinco soluções, aqui ilustradas.



Para $n = 4$ há 16 soluções e 28 para o caso $n = 5$. Para $n = 6$ somente duas soluções, a menos de simetrias:



Há uma só solução para $n = 7$:



Para valores superiores de n não há qualquer solução! [Ver o livro de Martin Gardner *The Colossal Book of Short Puzzles and Problems*, W.W. Norton & Company 2006, pp. 119-