



JOSÉ CARLOS SANTOS  
Universidade  
do Porto  
jcsantos@fc.up.pt

## QUANDO OS AMADORES SUPERAM OS PROFISSIONAIS

Tal como em muitas outras atividades, há casos em que matemáticos amadores se revelaram mais competentes a resolver problemas do que os profissionais.

As histórias, reais ou ficcionais, sobre situações nas quais um amador consegue superar os profissionais de uma área costumam ser bastante populares. Na matemática, no entanto, não é assim. É curioso constatar que, apesar de um elevado número de histórias, muitas delas falsas, que são frequentemente repetidas sobre matemática e matemáticos, histórias do tipo acima descrito são raras. E, no entanto, elas existem. Vão ser aqui vistos três casos desses. Mais concretamente, serão descritas três situações nas quais matemáticos amadores conseguiram resolver problemas que resistiram ao esforço de alguns dos maiores matemáticos profissionais de sempre.

Convém esclarecer que só serão abordados episódios de uma fase da História da Matemática na qual a generalidade da matemática criada tem origem em pessoas cuja principal fonte de rendimentos, bem como a principal atividade, consiste numa ocupação ligada à matemática. Sendo assim, não serão mencionados nomes como Fermat ou Descartes, que, se bem que possam ser descritos como “amadores”, são anteriores a essa época. Veja-se [2], por exemplo, para saber mais sobre amadores nesse sentido mais vasto.

### JEAN-ROBERT ARGAND

Sabe-se muito pouco sobre a vida de Jean-Robert Argand (1768–1822). Nasceu em Genebra (um estado independente, aquando do seu nascimento) e passou a sua vida adulta em Paris, sendo aí contabilista. O seu texto mais famoso é

o *Ensaio sobre uma maneira de representar as quantidades imaginárias nas construções geométricas*, de 1806.<sup>1</sup> É aí que surge pela primeira vez a agora usual maneira de identificar o conjunto dos números complexos como um plano (que, por isso mesmo, por vezes se designa por *plano de Argand*).

Isto já é por si um feito notável. E, embora não se possa dizer que Argand tenha ficado famoso por causa disto, este trabalho começou aos poucos a ser citado por outros matemáticos. No entanto, não é pelo plano que leva o seu nome que Argand está aqui a ser mencionado. Em primeiro lugar porque (embora o próprio Argand não o soubesse) a ideia não era nova. Com efeito, já fora proposta por outro amador, um agrimensor norueguês chamado Caspar Wessel,<sup>2</sup> num texto publicado em 1799. No entanto, o trabalho de Wessel ficou desconhecido durante quase um século. Mas o principal motivo pelo qual não é por este trabalho que se está aqui a mencionar Argand é porque, como ficou claro no início deste texto, aquilo que se vai aqui abordar são resoluções de problemas em aberto. E o problema em aberto em questão é nem mais nem menos do que o *Teorema Fundamental da Álgebra*: qualquer polinómio de uma variável, não constante e com coeficientes complexos tem alguma raiz complexa.

<sup>1</sup> <http://www.bibnum.education.fr/mathematiques/geometrie/essai-sur-une-maniere-de-representer-des-quantites-imaginaires-dans-les-cons>

<sup>2</sup> Caspar Wessel: <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Wessel.html>

Já desde meados que século XVIII que se tentava demonstrar este teorema. A primeira tentativa, que surgiu em 1746, é da autoria de D'Alembert. Seguiram-se outras, por parte de, entre outros, Euler, Lagrange e Laplace. Em 1799, Gauss, na sua tese de doutoramento, criticou as demonstrações anteriores e propôs uma nova demonstração. Mas, embora por vezes ainda seja afirmado que a demonstração de Gauss é a primeira demonstração correta daquele teorema,<sup>3</sup> o que é um facto é que aquela demonstração, mesmo sendo profundamente original, estava incompleta. E a primeira pessoa a fornecer uma demonstração correta daquele teorema foi Argand, num texto de 1814, *Reflexões sobre a nova teoria dos imaginários, seguidas de uma aplicação à demonstração de um teorema de Análise*.<sup>4</sup> É, talvez, a demonstração mais usada daquele teorema em textos de Análise; veja-se [7], por exemplo.

### LÉON AUBRY

Em 1636 (veja-se [8, § II.V]), Fermat escreveu a Mersenne, perguntando-lhe se era verdade que se um número natural se pode escrever como soma dos quadrados de dois números racionais, então também se pode escrever como soma dos quadrados de dois números naturais, tendo também formulado a pergunta análoga que se obtém substituindo “dois” por “três”. Nem Mersenne nem Fermat conseguiram resolver estes problemas. Estes estão ligados à publicação, em 1621, da primeira edição em latim da *Aritmética* de Diofanto, um texto escrito no século III da nossa era, no qual o autor parece supor que o problema mencionado por Fermat (no caso de dois quadrados) tem resposta afirmativa.

Passado mais de um século, Euler fez a pergunta análoga relativamente à soma de quatro quadrados.<sup>5</sup> Mais precisamente, Euler escreveu que “geralmente, parte-se do princípio de que nenhum inteiro se pode exprimir como soma de quatro quadrados de números racionais a menos que também se possa exprimir como soma de quatro quadrados de números inteiros [...] mas até hoje ninguém conseguiu demonstrar que assim é.” A resposta às três perguntas só viria a ser obtida em 1912, não por um matemático, mas sim por um agricultor, viticultor e apicultor francês chamado Léon Aubry (1882–1947) (veja-se [1]... caso consiga encontrar algures este artigo; também pode consultar [8, Apêndice II]). Diga-se que Léon Aubry foi um autor prolífico, tendo publicado vários artigos de matemática e até um livro. Quanto aos estudos formais, fez somente o Ensino Básico (essencialmente até ao equivalente ao nosso 6.º ano de escolarida-

de), tendo aprendido matemática unicamente através da leitura de livros.<sup>6</sup>

### JACK M. ELKIN

Em 1997, um jornal britânico publicou uma notícia que começava por “Um professor de Oxford resolveu um enigma matemático clássico, que deixou desconcertados os gregos há mais de 1 800 anos”.<sup>7</sup> O problema em questão é o problema de Alhazen: dados dois pontos  $A$  e  $B$  de um bilhar circular, como determinar, usando somente régua e compasso, o(s) ponto(s) da sua borda para onde se deve lançar uma bola situada em  $A$  de maneira a fazer tabela nesse ponto e depois ir até  $B$ ; veja-se a figura 1, na qual se vê uma situação na qual o problema tem duas soluções. Este problema foi enunciado por Cláudio Ptolomeu no século II, mas também foi estudado por Alhazen (séc. XI), no seu tratado de Ótica.

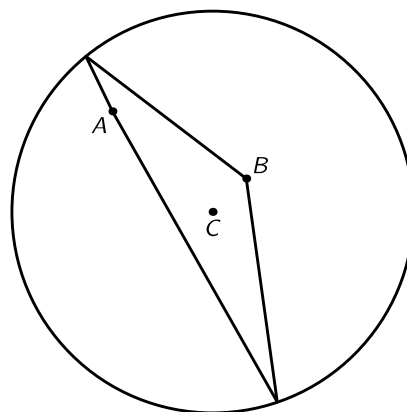


Figura 1. Problema de Alhazen

O “professor de Oxford” mencionado no artigo é Peter M. Neumann e a sua solução é negativa, ou seja, ele provou que o problema não tem solução em geral (embora tenha em certos casos particulares, tal como, por exemplo, quando os pontos  $A$  e  $B$  e o centro  $C$  da circunferência forem colineares). As primeiras demonstrações de que certos problemas clássicos de Geometria (nomeadamente, os problemas da trissecção do ângulo e da duplicação do cubo) não podem ser resolvidos usando somente régua e compasso foram obtidas por Pierre Wantzel em 1837.<sup>8</sup> No entanto, aplicar o método de Wantzel ao problema de Alhazen envolve algumas dificuldades.

Mas quando o texto de Neumann surgiu, em 1998, constatou-se rapidamente que se tratava somente de uma redescoberta. Com efeito, a demonstração da impossibilidade de resolver o problema de Alhazen usando

somente régua e compasso já fora feita nove anos antes pelo matemático alemão Harald Riede [6]. Mas, de facto, a primeira pessoa a resolver o problema foi Jack M. Elkin (1913–1995) [4], em 1965. Acontece que Elkin, mesmo não sendo estritamente um amador como Argand ou Aubry, ainda assim pode ser classificado como tal, pois, apesar de ser professor de Matemática na Universidade de Long Island, só exercia este emprego a tempo parcial, uma vez que trabalhava como contabilista numa firma de consultadoria, a Martin E. Segal, sendo este último emprego quase certamente a sua principal fonte de rendimentos (quando se reformou, em 1979, era vice-presidente e chefe da secção de contabilidade da empresa) [3].

## CONCLUSÃO

Em matemática, tal como noutras áreas, acontece por vezes os amadores superarem os profissionais. Resta saber quantos outros problemas resolvidos por amadores se encontram enterrados em revistas que já ninguém lê.

## REFERÊNCIAS

- [1] L. Aubry, *Solution de quelques questions d'analyse indéterminée*, Sphinx-Œdipe, 7<sup>e</sup> année (1912), pp. 81–84
- [2] J. L. Coolidge, *The Mathematics of Great Amateurs* (2<sup>a</sup> edição), 1990, Oxford University Press
- [3] *Obituary: Jack M. Elkin*, Transactions of Society of Actuaries, 1995, Vol. 47, pp. 956–957
- [4] Jack M. Elkin, *A deceptively easy problem*, The Mathematics Teacher, Vol. 58, No. 3, pp. 194–199
- [5] Peter M. Neumann, “Reflections on reflection in a spherical mirror,” *American Mathematical Monthly* 105 (6) (1998), pp. 523–528
- [6] H. Riede, *Reflexion am Kugelspiegel. Oder: das Problem des Alhazen*, Praxis der Mathematik, 31 (2) (1989), pp. 65–70
- [7] M. Spivak, *Calculus* (3<sup>a</sup> edição), Publish or Perish, 1994
- [8] A. Weil, *Number Theory: An Approach Through History*, 2001, Birkhäuser

<sup>3</sup>The Fundamental Theorem of Algebra: <https://www.mathpages.com/home/kmath056/kmath056.htm>

<sup>4</sup>[http://www.numdam.org/article/AMPA\\_1814-1815\\_\\_5\\_\\_197\\_0.pdf](http://www.numdam.org/article/AMPA_1814-1815__5__197_0.pdf)

<sup>5</sup><http://eulerarchive.maa.org/docs/originals/E242.pdf>

<sup>6</sup>No que se refere às informações relativas a Léon Aubry, o autor agradece à professora Jenny Boucard, da Universidade de Nantes, bem como a Camille Aubry, bisneta de Léon Aubry, a ajuda prestada.

<sup>7</sup>Don solves the last puzzle left by ancient Greeks: [http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Obits/2/Al-Haytham\\_Telegraph.html](http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Obits/2/Al-Haytham_Telegraph.html)

<sup>8</sup>Pierre Laurent Wantzel: <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Wantzel.html>



# Exposições (ma)temáticas da SPM.

Disponíveis para exibição nas escolas,  
bibliotecas ou instituições similares\*.

Mais informações em  
[www.spm.pt/exposicoes](http://www.spm.pt/exposicoes)

\*A requisição das exposições tem custos de manutenção.