



O COMPASSO GEOMÉTRICO, ASTRONÓMICO, NÁUTICO (1595): RACIOCINAR COM AS MÃOS NA “AULA DA ESFERA” COM FRANCISCO DA COSTA

Apresentar conceitos de matemática vários e difíceis em pouco tempo a um grupo de alunos com pouca preparação teórica, este era o propósito de Francisco da Costa. Na “Aula da Esfera” daquele ano de 1595 já tinha dado a matéria da astronomia e da geografia toda, e precisava de reanimar a atenção dos seus estudantes. Introduziu então na sua aula um instrumento novo, da sua própria invenção, em forma de compasso. Desta maneira mobiliza a intuição mecânica e ótica dos seus alunos para compreender tanto conceitos básicos de geometria como vários outros assuntos importantes de astronomia e de náutica. Apresenta-se no que segue uma amostra deste curso inspirador.

A cultura matemática dos jesuítas tem sido cada vez mais estudada nas últimas décadas. A organização das suas aulas e a importância atribuída à matemática em toda a Europa no currículo dos colégios da Companhia fundada por Inácio de Loyola ficou evidente nos estudos de investigadores como Ugo Baldini e Antonella Romano. Entre nós, o aprofundamento do conhecimento sobre o que se fazia nas ciências matemáticas na Sociedade de Jesus deve-se aos estudos pioneiros de João Pereira Gomes e Luís Albuquerque e, mais recentemente, sobretudo ao mérito de Henrique Leitão e dos seus colaboradores.¹ Quanto mais se analisa o *corpus* dos tratados e notas que originaram das imediações da “Aula da Esfera” associada ao Colégio Jesuíta de Santo Antão, em Lisboa, mais surpresas se desvendam, e desfazem-se os preconceitos que se mantiveram acerca do conservadorismo doutrinal dos padres da Ordem.

O texto intitulado “Compasso geométrico, astronómico e náutico” (1595) do padre Francisco da Costa pertence a este *corpus* importante. A obra deve o seu interesse não somente à circunstância, porventura apenas anedótica, que ele atesta as observações do padre da declinação máxima do Sol com precisão até fracções de minuto de arco. Muito mais significativo é o facto de nos informar sobre os conhecimentos e as leituras matemáticas de um dos primeiros lentes da Aula da Esfera: Francisco da Costa (nasce em Pinhel 1567 e morre em Lisboa de tuberculose em 1604).² Trata-se também do único testemunho e rasto de um compasso de configuração original, instrumento inventado pelo padre (“ordenado” como ele diz e bem) que emerge de um contexto particular. A “Aula da Esfera” por estar aberta e lida em língua vernácula produz um encontro de várias tradições de conhecimento: da cultura matemática prática de construtores de instrumentos, e da

cultura erudita dos professores de formação universitária e eventualmente de ainda outros meios e formações.

Assim, no discurso conciso sobre o compasso, o professor ainda confrontou os seus ouvintes com a vasta produção matemática contemporânea, referindo, de passagem, os livros de Gema Frísio, Cristóforo Clávio, António Magini, Guidobaldo del Monte e o trabalho de Tycho Brahe. Aprende-se que o próprio Padre Francisco determinou, usando um grande quadrante dividido de dez em dez minutos de arco, o valor exato da obliquidade da eclíptica em 1595, chegando a $23^{\circ} 21' 30''$. Ele não se priva de avisar que esse valor variava continuamente e que, por isso, as tábuas de declinação solar tinham de ser reformadas também. Servir-se de um instrumento matemático engenhoso, a saber, do compasso geométrico-astronómico-náutico como forma de apresentar variadas matérias matemáticas era inovador. Aprecia-se então como o professor encarava a sua tarefa, que também era nova: a “Aula da Esfera” tinha iniciado a sua atividade pouco antes (por volta de 1590). Destacava-se por ter ensino em português (em vez do latim, que se usava nas aulas dos jesuítas) a um público composto não apenas por futuros jesuítas mas também, ao que parece, por aprendizes cartógrafos, fazedores de relógios e astrolábios, e talvez pilotos.

Francisco da Costa usa da arte retórica, que era uma das bases da formação dos jesuítas, para cativar os seus ouvintes, e diz na sua introdução que a sua exposição vai ser “fácil” e “breve”:

“Desejando ajudar com nosso trabalho aos curiosos das matemáticas, ordenámos um instrumento no qual com muita facilidade e pouca fábrica, brevemente recompilámos [...] o uso e operações dos mais instrumentos que até ao presente se têm inventado e chegado à nossa notícia. E por tal ser em forma de compasso lhe chamamos compasso geométrico, astronómico e náutico.”

(fol. 97r)

Este pequeno tratado sobre um compasso polivalente original encontra-se inserido num códice hoje conservado na Biblioteca da Ajuda (sigla BA 46-VIII-18), nos fólhos 105v-138r (ou fol. 96v - 129r se seguirmos a foliação em lápis acrescentada posteriormente). Uma pequena nota indica que o compasso foi apresentado aos alunos no seguimento do curso sobre astronomia e geografia no ano de 1595. Estamos perante um documento de autoria e data confirmada, caso que nem sempre se dá com os manuscritos da “Aula da Esfera”. Esta situação favorável permite situar

perfeitamente o compasso e os conceitos e procedimentos referidos no tratado. No entanto não sabemos quem é que conduziu a pluma e registou este curso para a posteridade. Pelas muitas curiosidades na forma fonética de grafar as palavras, fica evidente que quem escreve não lia o latim. As figuras, para as quais foram guardados espaços em muitas das páginas, não foram executadas. Isto coloca logo um problema sério: há poucos indícios sobre a aparência concreta do compasso de Francisco da Costa. Na espera de encontrarmos mais documentos, cumpre-nos tentar reconstituir a forma do instrumento a partir da descrição textual.

CONSTRUÇÃO DE UMA DAS MUITAS ESCALAS DO COMPASSO

A lição de Francisco da Costa começa por uma primeira parte (livro I) que descreve a forma do instrumento e indica a construção das várias escalas que estão inscritas nas suas duas pernas achatadas e equipadas com pínulas. No total, o compasso tem nove escalas, incluindo um relógio solar e outro estelar. Nas quatro outras partes, o texto explica como o compasso serve em questões de geometria (oito proposições), de medições de distâncias (15 proposições), assuntos de astronomia (19 proposições) e por fim também operações de navegação (sete proposições, mas o fim da cópia é abrupta e esta última parte deve ter incluído mais matéria). Dar-se-á aqui a conhecer apenas um excerto do tratado. O documento ainda aguarda um estudo mais completo.

Primeiro, eis as indicações sobre a construção da escala do cosseno na perna direita do compasso. Não é bem assim que Francisco da Costa chama a esta escala, pois o cosseno como nome surgiu só depois, nos anos 1620. Anteriormente, na matemática árabe e medieval usava-se o “seno reto” e o “seno verso”.³ O professor jesuíta evita neste primeiro desenvolvimento todos os tecnicismos e não pronuncia sequer o termo “seno”. Ele refere-se a esta escala como “o quadrante ou astrolábio reduzido ao compasso”.

¹ Cito apenas quatro como exemplo: Bernardo Mota, Bruno Almeida, Nuno Castel-Branco e Luís Ribeiro.

² Em rigor, Francisco da Costa lecionava vários anos na sua função de “lente substituto” de João Delgado. Algumas indicações biográficas e mais bibliografia encontram-se no catálogo de exposição *Sphaera mundi* (Biblioteca Nacional de Portugal: 2008), p. 113.

³ O seno verso, ou “sinus versus” em latim, corresponde à seta do duplo do arco. É igual a $(1 - \text{cosseno})$.

“Proposição 3a. Como se reduzirá o quadrante e astrolábio náutico ao compasso. Lançadas na perna direita as linhas paralelas⁴ pela ordem que fica dada, descrevam-se 2 quadrantes sobre um mesmo lado segundo o comprimento da perna do compasso, do lugar das pínulas até ao centro (como na presente figura se mostra). Dividido um deles em seus 90 graus com toda a exacção possível, passem-se os tais graus ao segundo quadrante e pondo a régua em graus igualmente afastados <dos> pontos *A* e *B*. Notem-se todos os tais graus com linhas subtis no lado *BD*, o qual será o padrão donde se passarão à perna direita do [f. 98v] compasso, começando do lugar da pínula que responde ao ponto *A*. E acabando no centro do compasso onde ficará o nº 90, e assim ficará reduzido o quadrante e o astrolábio náutico ao compasso.” (fol. 98r-98v)

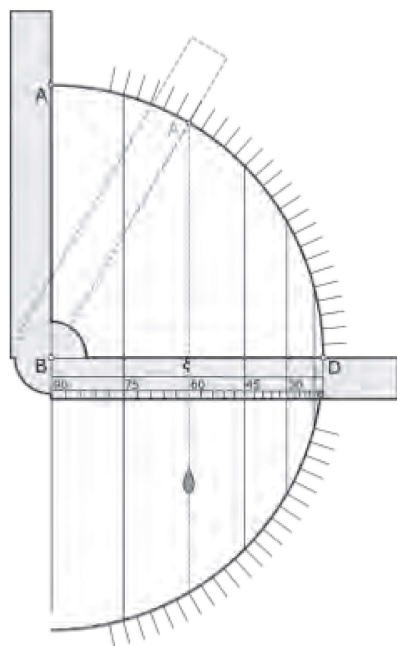


Figura 1. Reconstrução da figura referida na proposição I.3. Os dois quadrantes foram aqui divididos de três em três graus e não, como a proposição indica, em todos os graus. Para exemplificar o processo descrito, foram traçadas linhas equidistantes de *AB* passando por 15°, 30°, 45° ... graus. A representação do compasso, e a perna esquerda *AB* inclinada com o contorno tracejado certamente não faziam parte da figura prevista para esta proposição. A semirreta em tracejado perpendicular, partindo de *A* representa aqui o fio de prumo que corta a escala *BD* no ponto ξ . Adicionámos estes elementos para uma melhor compreensão. Não são representadas as pínulas, referidas no texto, que estavam situadas nos pontos *A* e *D*.

Não é fácil reconstruir a figura a que o texto faz referência, ainda que o princípio da operação seja claro. Recorremos também ao facto de que, para medir ângulos de altura (sobre o horizonte), o compasso era equipado por um fio de prumo (tracejado na figura reconstruída) caindo da extremidade *A* da perna esquerda. Supõe-se ainda que a perna direita *BD* estivesse numa posição horizontal. Assim, o fio de prumo corta a escala horizontal, indicando o ângulo com que a perna esquerda *BA* está levantada. Deduz-se desta configuração que as divisões desiguais numeradas pelo valor do ângulo (90°, 75°, 60°, 45° ...) estão na distância do cosseno do ângulo indicado, e pode conjecturar-se que a figura prevista teria sido semelhante à figura 1.

Se medirmos as distâncias da ponta *D* para uma divisão da escala, esta corresponde ao “seno verso” do ângulo. Francisco da Costa não explicita esta noção de seno verso. Para já, vai apenas usar a escala, na proposição II.3: ele propõe a medição da altura de um astro sobre o horizonte, exercício básico e conhecido de todos. Todos na assistência tinham noção da importância de medir a altura do Sol ou da estrela polar, quer na astronomia quer na prática da navegação.

UMA DAS MUITAS FUNÇÕES DO COMPASSO: FAZER UMA TÁBUA DE SENOS

Logo a seguir Francisco da Costa insere um parágrafo notável que constitui, na esteira de Pedro Nunes e do seu comentário à Esfera (1537), uma das primeiras menções do termo “seno” num escrito em português.

“Proposição 4a. Como por este instrumento se farão tábuas de senos. Coisa mui necessária a astrónomo é o conhecimento dos senos pelo muito uso que deles há na Arte que professam, para o qual se têm feito muitas tábuas com muita exacção e certeza, mas não sem prolixidade com números inconvenientes, em que convém que há-de [ser] mui destro quem semelhante empresa tomar, indo pelo modo ordinário. Porém, se este trabalho quiser escusar, sem muito conhecimento de aritmética, fazer semelhantes tábuas, ou sem elas a qualquer hora conhecer qualquer seno, alcançá-lo-á por meio de nosso instrumento, pois sua composição (como consta da proposição 3ª do 1º livro da sua fábrica) é semelhante à do quadrante que o Padre Clávio no princípio do tratado dos senos aponta, aonde por brevidade nos remetemos; pois,

ao presente não pretendemos mais que tocar de caminho as coisas pressupondo o conhecimento que delas temos dado em nosso curso, principalmente sendo nesta parte as operações as da proposição precedente.” fol. [101r-v]

Esta proposição não passa de uma alusão ao conceito de seno. Ao lermos o trecho, surge a impressão de que o professor se deu conta de que os seus ouvintes nunca tinham ouvido falar desse termo. É com efeito, o copista do texto escreveu da seguinte forma: “Como p[or] este instrum[en]to se farão taboas de signos. Cousa he muy nesseçaria ao Astronimo o c[on]hecimen[en]to dos sinos pello m[ui]to vzo que delles â em a Arte que professão.”

Na transcrição que está acima modernizou-se a grafia. Mesmo admitindo a ausência de uma ortografia portuguesa estabelecida, fica patente a hesitação de quem es-

creve: o Padre fala em “signos”, ou em “sinos”?

Este, já encaminhado para explicar como se produz uma tábua de senos, parece perceber que está a falar de assuntos demasiado alheios, e de repente muda o rumo ao discurso. Basta-lhe finalmente fazer uma referência ao tratado que precede as tábuas de senos editadas por Clávio.⁵ O grande matemático do *Collegio Romano* apresenta aí o método “intuitivo” de encontrar os valores dos senos retos e versos por via de um grande quadrante (ideal) (figura 2).

Em vez dos 10 milhões de Clávio, consoante a descrição do compasso geométrico, astronómico, náutico, a perna *BD* apresenta uma escala dividida em 60 partes iguais, paralela à que se construiu a partir dos ângulos. Francisco da Costa conteve-se então de dizer que as partes numeradas nessa escala correspondem ao seno do complemento do ângulo indicado (o cosseno), para um “raio” do seno de 60.⁶ Relativamente àquela outra quantidade do chamado “seno verso” corrente na época podia também ter dito o seguinte: o complemento das partes para 60 corresponde ao seno verso do ângulo. Ou recorrendo a equações modernas:

$$B\xi = \text{sen}(90^\circ - \angle ABD) [= \text{cos}(\angle ABD)]$$

$$\xi D = \text{sen verso}(\angle ABD)$$

Sem dúvida, por razões pedagógicas, o matemático não quis confundir os seus ouvintes com estas relações que o teriam levado a uma longa digressão. Mas não se privou de chamar a atenção para a grande importância dos senos em astronomia, e não deixou de mencionar algumas publicações recentes, tal como fez ao longo do seu curso. Nota-se que mencionou exclusivamente autores “modernos”.

A “AULA DA ESFERA” VISTA DE DUAS PERSPETIVAS

Num único documento, neste raro texto sobre o compasso, pode encontrar-se o testemunho duplo de um curso na “Aula da Esfera”. Podemos de facto considerá-lo de duas maneiras e ficamos informados de duas perspeti-

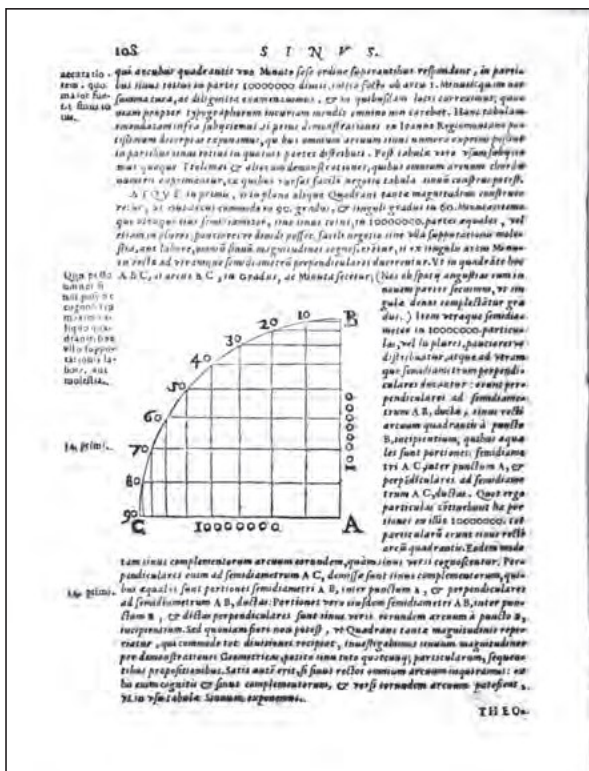


Figura 2. Página a que Francisco da Costa se refere e que se encontra no tratado *Sinus vel semisses rectorum* de Clávio (p. 108), publicado nove anos antes de o padre dar a sua aula. Os lados deste quadrante são subdivididos em 10 000 000 partes iguais, número que corresponde ao “raio” do seno das tábuas de Clávio. As linhas verticais que interseam *CA* revelam os valores do seno verso, as linhas horizontais os valores do seno do complemento (cosseno) onde intersectam *AB*. A figura funciona de forma análoga ao compasso de Francisco da Costa.

⁴ São as linhas que encerram a graduação da escala.

⁵ Cristóforo Clavius, “Sinus vel semisses rectorum in circulo subtensarum”, in *Theodosii Tripolitae Sphaericorum libri tres* ... (Roma: 1586), p. 98-187.

⁶ O raio do seno (ou “sinus totus”) era tradicionalmente um múltiplo de 60. A partir do século XV surgem tábuas de seno decimais.

vas diferentes sobre esta mesma realidade histórica. A primeira perspetiva é a correspondente ao professor de matemática que concebeu o instrumento e que se mostra bem inspirado a escolher a manipulação “hands-on” de um instrumento para dar as suas explicações. A outra perspetiva corresponde a quem consignou o curto tratado neste códice e escreve com letra clara, angulosa, cheia de abreviaturas.

Francisco da Costa imagina o seu compasso geométrico, astronómico, náutico num momento em que fabricantes de instrumentos começam a produzir compassos polivalentes pela Europa fora. Alcançaram fama os do alemão Christoph Schissler (1555), outros são menos conhecidos como o de Antonio Bianchini de Veneza (1564) ou de Humphrey Cole em Londres (1575). Datam destes anos também os primeiros escritos de matemáticos práticos a apreçoar instrumentos complexos em forma de compasso: do compasso “polímetro” de Muzio Oddi (1583), ao dos irmãos Mordente (1584), do “cosmimètre” de Jacques Chauvet (1585), ao “archimetro” de Ostilio Ricci (1590), ao “sector” descrito por Thomas Hood (1598), e finalmente ao bem conhecido compasso militar de Galileu (1606). É provável que o professor português conhecesse um ou outro destes desenvolvimentos (ele refere um compasso proporcional em Clávio, outro compasso descrito por Guidobaldo del Monte). O compasso do professor da “Aula da Esfera” difere de todos. O que singulariza o instrumento é a seleção das funções que o professor imagina serem de particular interesse para os seus alunos. Ele inclui, portanto, não apenas noções de geometria (triângulos, ângulos, medição de comprimentos e alturas), mas também questões de astronomia e várias proposições relativas à náutica.

O mesmo documento dá-nos conta também do que corresponde ao ponto de vista do aluno que escreve. Não sabemos ao certo quem é que copiou o texto, e se foi um indivíduo que assistiu à “Aula da Esfera”. Mas deduz-se que o texto foi ditado, dada a peculiar grafia das palavras e a confusão frequente entre certos homónimos. Depreende-se também da grafia dos termos mais técnicos e teóricos que o escriba não tinha conhecimento das palavras nem dos conceitos que foi levado a escrever (“sircollo” para círculo, “emteruallo” para intervalo, “semtro” para centro, largura “obsidua” para amplitude “occidua”).

Os alunos eram sem dúvida empenhados e interessados, mas com uma preparação desigual no que diz respeito aos assuntos da matemática. Nota-se que Francisco da Costa capta a benevolência dos ouvintes quando refere o

“enfadamento dos números e da aritmética”. De certeza encontra simpatia quando insiste na importância de instrumentos bem feitos (será que alguns na audiência eram fabricantes ou aprendizes?). Eles entenderiam quando o lente lamenta que muitas vezes não são suficientemente bem feitos. Ao mesmo tempo Francisco da Costa não duvida de que todos estavam habituados a entender prontamente desenhos e configurações complexas, e por isso, apresenta em cadência rápida assuntos variadíssimos, da construção de um arco circular passando por três pontos, dos princípios de ótica para saber se dois navios em movimento se aproximam ou se afastam um do outro, da influência dos diâmetros variáveis do Sol e da Lua nos eclipses, ao comprimento do grau em léguas dependente da latitude, até a uma tábua das marés. Isto permite ter uma ideia dos assuntos que Francisco da Costa considerou serem adequados aos ouvintes da “Aula da Esfera”. Escolha que é reveladora tanto dos conhecimentos do professor como das expectativas dos alunos.

Quero deixar aqui o meu agradecimento aos primeiros leitores deste texto, Bruno Almeida e Pedro Freitas, por terem introduzido as necessárias correções. Todos os restantes erros são da minha responsabilidade.

Samuel Gessner é historiador das ciências com especial interesse pela diversidade das culturas matemáticas da Europa medieval e renascentista. Tem analisado a dinâmica e influência mútua destas culturas que se pode observar em particular no papel dos instrumentos matemáticos e astronómicos. Usa com preferência artefactos da cultura material como fonte primária em conjunto com documentos textuais. Actualmente é investigador auxiliar no CIUHCT (Centro Interuniversitário de História das Ciências e da Tecnologia, FCUL, Universidade de Lisboa ULisboa) e editor de book reviews no journal internacional HoST. Anteriormente (2019-2020) integra o projecto ALFA sobre astronomia Afonsina (Observatoire de Paris) como investigador post-doc. Co-organizou o Oberwolfach workshop “Mathematical Instruments Between Material Artifacts and Ideal Machines” em Dezembro 2017. Proximamente co-organiza a conferência “Equating the Heavens” em Kassel e Dresden, em Agosto 2021, que reunirá alguns grandes especialistas de história da astronomia matemática.

Coordenação do espaço HISTÓRIAS DA MATEMÁTICA:
Pedro Freitas, Universidade de Lisboa, pjfreitas@fc.ul.pt