



FABIO CHALUB
Universidade
Nova de Lisboa
chalub@fct.unl.pt

A ILUSÃO DA LUA TORTA

Um olhar atento ao céu é sempre capaz de nos deslumbrar. A Lua, fonte de incontáveis lendas e mistérios, é também a origem de muitas ilusões de ótica. Falaremos hoje de uma ilusão tão persistente quanto desconhecida – e difícil de explicar.

O segundo astro mais brilhante do céu é a Lua. No entanto, esta não produz luz, apenas reflete a luz do Sol. À medida que gira em torno da Terra, a parte da Lua que é iluminada torna-se mais ou menos visível da Terra. Esta é a origem das fases da Lua.

O raciocínio acima é conhecido da generalidade da população, certo? Um corolário óbvio é que a parte iluminada da Lua aponta, sempre, em direção ao Sol. Mas já olhou para o céu para ter certeza de que isto é verdade?

Uma das ilusões de ótica mais persistentes é a "ilusão da Lua torta" (em inglês, *Moon tilt illusion*, também chamada de *Moon terminator illusion*). O lado brilhante da Lua, pelo menos aparentemente, *não* aponta para o Sol.

Se nunca reparou nisto, espere por um fim de tarde de Lua crescente, com cerca de metade da Lua iluminada, e vá para uma região de vista desobstruída. Algu-

mas horas antes do pôr do Sol, quando Sol e Lua estão presentes no firmamento, olhe para a Lua, verifique a perpendicular da linha que separa a região clara da região escura, e veja se esta irá encontrar o Sol.

Para os amantes das manhãs, o mesmo pode ser feito pouco depois da aurora, num dia de Lua minguante.

Para os apressados, veja a figura 1.

É bastante claro que a linha imaginada no raciocínio acima não se origina no Sol.

Qual será a explicação?

É interessante que não há um consenso bem estabelecido sobre a persistência desta ilusão. No entanto, todas as possíveis explicações, em alguma medida, referem-se ao facto de que tentamos construir uma imagem mental de um mundo tridimensional a partir de imagens bidimensionais.



Figura 1. Foto tirada no verão de 2021, na praia da Torre (Cascais), virada a Sul, cerca de duas horas antes do pôr do Sol, num dia de Lua crescente. Não há manipulação da imagem, exceto pela ampliação da Lua (sem rotação da imagem) e a distorção da imagem dos banhistas. É bastante claro que o lado iluminado não aponta na direção em que o Sol aparenta estar. Modificações pelo autor sobre foto de Alice Chalub, que gentilmente permitiu a publicação.

De facto, aquilo que vemos em cada olho é sempre uma projeção do mundo sobre o fundo dos nossos olhos (retina), e portanto uma imagem bidimensional sobre uma superfície curva. A imagem gerada em cada um dos dois olhos é ligeiramente diferente. Ao olharmos para uma paisagem complexa, os elementos distantes parecerão os mesmos para ambos os olhos, enquanto o que está próximo será ligeiramente diferente. A variação angular da linha de visão de um certo objeto contra um fundo imutável é conhecida como "paralaxe". Pisque os olhos alternadamente e verá que a paralaxe é tão maior quanto mais próximo está o foco de nossa atenção.

Ao tentar interpretar as duas imagens oculares produzindo uma visão de mundo consistente, o que é feito pelo cérebro, temos a percepção das distâncias. Pelo explicado acima, sem recorrer a outros auxílios (como o contexto da imagem) é sempre mais difícil estimar a distância do que está longe do que daquilo que está próximo.

Para distâncias tais como as do Sol ou da Lua, a nossa visão binocular é completamente inútil. Somos incapazes de avaliar, de forma puramente intuitiva, qual destes astros está mais distante.

Um pouco de raciocínio geométrico, no entanto, permite-nos concluir que o Sol está muito mais distante do que a Lua. De facto, o intervalo de tempo entre a Lua nova e a Lua crescente é semelhante ao tempo entre esta e a Lua cheia. Supondo que a sua velocidade orbital é uniforme, concluímos que a luz do Sol chega à Terra e à Lua em raios paralelos, mostrando que a distância Terra-Sol é muito maior do que o diâmetro orbital da Lua. Veja a figura 2.

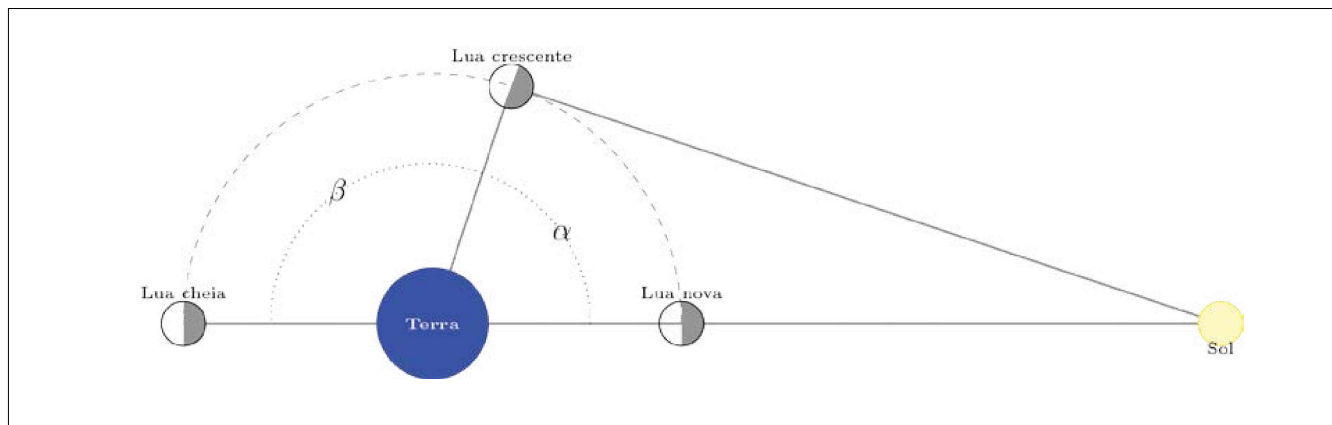
No entanto, outra informação chega ao nosso cérebro com mais força: o facto de que Sol e Lua têm tamanhos aparentes aproximadamente iguais é interpretado como indicativo de que são objetos de mesmo tamanho. Na

ausência de paralaxe, esta é a única informação relevante para indicar a distância de um objeto (veja um camião ao longe, e inferimos a distância pelo seu tamanho, supostamente conhecido – quando este é muito maior ou menor do que os camiões que nos são familiares, podemos ser levados a graves erros de inferência). Por esta falta de informação direta das distâncias dos objetos celestes, durante muitos milénios era considerado que os mesmos se moviam numa "abóboda celestial" (ou no "firmamento").

Assim, ao olhar para o céu pensamos que o Sol está numa certa posição do espaço tridimensional quando, na verdade, ele está muito mais longe – mais precisamente, a uma distância cerca de 400 vezes superior à distância Terra-Lua. Ao colocar mentalmente o Sol no seu devido lugar, o estranho efeito da Lua *torta* desaparece. O lado iluminado aponta para um *Sol verdadeiro* muito atrás do que imaginamos ver (o *sol fantasma* da figura 3).

No entanto, tal como a diferença aparente de tamanho da Lua no horizonte e no zénite, a ilusão persiste. Afinal, linhas retas no espaço sideral não são necessariamente vistas como linhas retas no céu; como dito, vemos apenas uma projeção bidimensional da realidade tridimensional. Veja o interessante vídeo [1] para perceber como as linhas retas são interpretadas com dificuldade na ausência de contexto; aliás, este vídeo inclui explicações sobre o assunto deste artigo.

Figura 2. O facto de que o tempo necessário entre uma lua nova e a lua crescente subsequente e entre esta e a lua cheia são comparáveis indica que os ângulos α e β são muito próximos. Assim, concluímos que o Sol está muito mais distante da Terra do que a Lua.



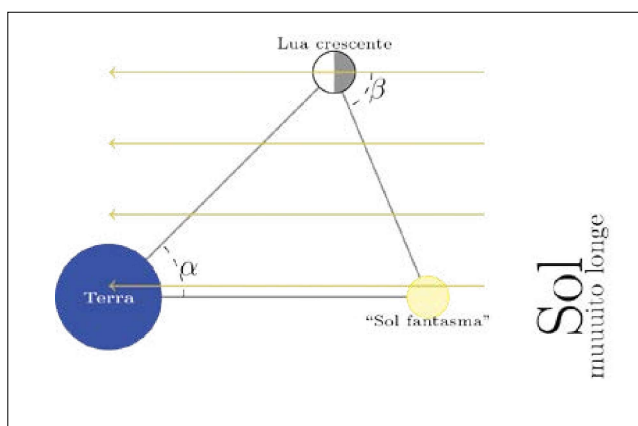


Figura 3. O Sol está muito mais distante da Terra do que a Lua, mas não conseguimos avaliar esta diferença com precisão. De facto, como os seus tamanhos aparentes são semelhantes, é natural imaginar que as suas distâncias são de ordens de grandeza parecidas. Imaginamos o Sol onde ele de facto não está. A diferença entre a direção real de incidência dos raios de Sol sobre a Lua e a direção expectável no desenho acima é $\beta = \frac{\pi - \alpha}{2}$, onde α é a distância angular entre as posições aparentes do Sol e da Lua; este não é o ângulo de inclinação da Lua, em relação à linha reta que a une ao Sol!

A explicação apresentada aqui é baseada em [2], mas o leitor interessado deve consultar também [3, 4, 5].

A Lua é cheia de mistérios!

REFERÊNCIAS

- [1] *The Moon Terminator Illusion*, by V Sauce, <https://youtu.be/Y2gTSjoEExc> (em 1/9/2021).
- [2] M V Berry, *The squint Moon and the witch ball*, New J. Phys. 17 (2015) 060201.
- [3] Georg Glaeser and Karlheinz Schott, *Geometric Considerations About Seemingly Wrong Tilt of Crescent Moon*, KoG (Croatian Soc. Geom. Graph.) 13 (2009), 19-26.
- [4] A. K. Myers-Beaghton, A. L. Myers, *The Moon Tilt Illusion*, KoG (Croatian Soc. Geom. Graph.) 18 (2014), 53-59.
- [5] Schölkopf B. *The Moon Tilt Illusion*. Perception. 1998;27(10):1229-1232. doi:10.1068/p271229

TARDES DE MATEMÁTICA ONLINE

SÁBADOS ÀS 15 HORAS

13 novembro 2021

Matemática e Cinema

Helder Vilarinho (DM-UBI)

12 março 2022

Equações que dançam a coreografia das multidões em movimento

Sílvia Barbeiro (CMUC, DM-FCTUC)

21 maio 2022

A perspectiva linear na pintura

Daniel Pinto (CMUC, DM-FCTUC)

