



CONVERSA COM ALBERTO ELDUQUE

PAULO SARAIVA

FACULDADE DE ECONOMIA DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA, CENTRO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA
psaraiva@fe.uc.pt

Professor catedrático de Álgebra do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Saragoça, Espanha, Alberto Elduque é mundialmente reconhecido no campo das Álgebras Não Associativas. Licenciou-se e doutorou-se em Ciências Matemáticas pela Universidade de Saragoça, em 1982 e 1984, respetivamente. É académico numerário da Real Academia de Ciencias de Zaragoza desde 2006. Foi professor convidado nas universidades de Metz e Pau (França), Wisconsin-Madison (EUA) e Newfoundland (Canadá), tendo colecionado colaborações científicas com mais de três dezenas de matemáticos, de mais de uma dezena de países, entre os quais se destacam os nomes de Georgia Benkart, S. Okubo e Hyo Myung. Trata-se de uma pessoa com visível gosto pela conversa e que afirma sentir-se em Portugal como em casa. Este é um excerto da longa conversa que estabelecemos em torno de vários assuntos do seu interesse.

PAULO SARAIVA Começo por te perguntar em que momento da tua formação nasceu o interesse pela Matemática e, dentro desta, pela Álgebra e pelas Álgebras Não Associativas.

ALBERTO ELDUQUE Em criança sempre gostei de Matemática. Naquela altura, nem sequer supunha que se podia estudar apenas Matemática. Sou o primeiro da minha família que frequentou a universidade. Eu não conhecia o mundo universitário e nem sequer imaginava vir a frequentá-lo. Soube muito tarde que se podia fazer apenas Matemática e, mesmo então, nos últimos anos do Ensino Secundário hesitei entre Física e Matemática. Lembro-me de um episódio que me levou a decidir-me pela Matemática. Uma vez, perguntei à professora de Física por que razão, em alguns raciocínios, às vezes se podiam desprezar certas quantidades e noutros não. E a resposta foi “Porque sim!”. E isso empurrou-me para a Matemática. Entendi que havia mais rigor na Matemática. Talvez tivesse sido diferente se fosse com outro professor ou outra professora, mas isso foi importante. Depois, quando comecei a carreira de Matemática, também não estava consciente dessa divisão em Álgebra, Análise e Geometria, mas comecei a gostar desde o princípio do rigor e da elegância da Álgebra. E depois, o facto de serem Álgebras Não Associativas, isso é já circunstancial: era aquilo em que trabalhava o meu orientador de tese.

PAULO SARAIVA Santos Gonzalez...

ALBERTO ELDUQUE Sim... o qual escolhi porque gostei dele enquanto meu professor, sem saber nada. Em todas as decisões que tomei no meu percurso houve, portanto, uma dose de acaso.

PAULO SARAIVA É curioso que a opção tenha resultado de uma resposta insatisfatória.

ALBERTO ELDUQUE No final, a decisão estava entre a Física e a Matemática. Gosto de ambas e este episódio foi o que me empurrou para a Matemática.

PAULO SARAIVA Pelo facto de teres alcançado um Primeiro Prémio na Olimpíada Matemática Espanhola, conseguiste então uma bolsa para frequência universitária. Para mim, isto é uma novidade. Em Portugal, não é assim. Há prémios, mas depois não há uma consequência a nível universitário. Ainda hoje é assim em Espanha?



Junto à escultura *Creación*, representando os anéis de Borromeo na forma de quadrados (Edifício da Matemática da U. de Saragoça).

ALBERTO ELDUQUE Não, agora é a mesma coisa que em Portugal: há prémios, mas não há bolsas. Mas, naquela época, os três primeiros classificados de cada distrito universitário recebiam uma bolsa para estudar Matemática. Se seguissem outro curso, não havia bolsa. Naquela altura, os distritos universitários eram maiores do que agora. O de Saragoça tinha seis províncias em vez das três atuais, o que sucede porque todas as Autonomias têm universidades. Em cada ano, havia cerca de 30 bolsas em toda a Espanha devido à Olimpíada de Matemática, a única que então existia. Em 1977 decorreu a 14.^a edição e quando começou a haver outras olimpíadas e mais prémios, as bolsas desapareceram. Creio que duraram até aos anos '80.

PAULO SARAIVA Ao licenciares-te, obtiveste o Prémio Nacional de Conclusão de Estudos e, mais adiante, concluíste o doutoramento em escassos dois anos. Como foram estes tempos, esta evolução vertiginosa na tua formação académica? Já tinhas as coisas encaminhadas durante a licenciatura e depois tudo se tornou mais fácil?

ALBERTO ELDUQUE Por várias razões, durante os cinco anos da licenciatura estudei imenso, mas desfrutando. Fui uma pessoa feliz desde o primeiro dia em que entrei

na primeira sala tão grande, que para mim era algo... Uau! Fantástico! E gostava de tudo o que aprendíamos. Não conhecia ninguém, o que me obrigou a fazer novos amigos, um amplo grupo de amigos. Como detalhe curioso, estou casado com a rapariga que se sentava atrás de mim no primeiro ano. A maioria dos meus professores eram estupendos. O tema proposto pelo meu orientador, o estudo das álgebras de Malcev com determinadas propriedades, deu frutos muito rapidamente, pelo que a conclusão da tese em dois anos foi uma questão de sorte. Depois acabei por não me dedicar muito a esse tema, mas levou-me a ter de estudar coisas relacionadas com os octonões e, depois, a minha vida prosseguiu relacionada com os octonões durante uns tempos. Foi um tema no qual desde muito cedo obtivemos resultados, o que me permitiu concluir o doutoramento em pouco tempo. Mas isso não significa nada.

PAULO SARAIVA Bom, mas o facto de teres recebido um Prémio Nacional de Conclusão de Estudos terá tido a sua importância como impulso para o doutoramento e a tua carreira futura.

ALBERTO ELDUQUE Sim, foi importante. Sempre é um reconhecimento. Mas tive a sorte de ter uns compa-

nheiros muito brilhantes. Éramos um grupo muito forte, com uma competição sã, pois continuamos a ser muito amigos. Não sei como é em Portugal, mas em Espanha há um sistema de quotas, de modo que a nota máxima apenas pode ser atingida por 5% dos alunos. Sobretudo nas disciplinas opcionais, em áreas mais puras, nos últimos anos do curso, só havia uma “matrícula de honor” (a nota máxima). Por este motivo, vários companheiros muito brilhantes não conseguiram atingir tal classificação. Apesar disso, continuamos a ser muito amigos. Tive a sorte de ter um grupo no qual aprendíamos muito uns com os outros. Digo sempre aos meus alunos que se aprende mais trabalhando com os companheiros do que com o professor. É importante ter um grupo e o meu era fantástico. Na passada sexta-feira, visitei a Universidade de Pamplona (Navarra) porque um desses companheiros, Esteban Induráin, catedrático de Análise Matemática, dava a lição inaugural de 2021/22 naquela universidade. Ali estivemos quatro dos colegas de licenciatura, porque foi um orgulho para todos que um de nós estivesse dando a lição inaugural, e fê-lo muito bem!

PAULO SARAIVA Entrando um pouco no campo das Álgebras Não Associativas, sem detalhar demasiado, que tipo de problemas se estuda nesta área?

ALBERTO ELDUQUE Bom, trata-se de um campo muito amplo (como todos...). Digamos que a variedade mais notável das Álgebras Não Associativas é a das álgebras de Lie (e a das superálgebras de Lie no mundo “super”, com a supersimetria), e a origem dessa variedade são as álgebras tangentes, as álgebras infinitesimais dos grupos de Lie, e aí está o princípio de tudo. Os grupos de Lie ou os seus análogos sobre corpos arbitrários (grupos algébricos ou esquemas-grupo) medem as simetrias de qualquer tipo que podemos encontrar em determinadas situações na Geometria, na Física. Por vezes o estudo do grupo de Lie é complicado, porque o grupo é um objeto não linear, que além disso é uma variedade diferenciável ou uma variedade algébrica, segundo o contexto em que nos situemos. Para o estudar, podemos passar ao nível infinitesimal no qual temos um espaço vetorial com uma operação e podemos utilizar todas as potencialidades e a simplicidade da Álgebra Linear. Isto faz com que as álgebras de Lie sejam tão importantes, uma vez que permitem estudar as simetrias utilizando outras técnicas. A outra variedade mais importante são as álgebras de Jordan, cuja origem se situa na Mecânica Quântica, numa

tentativa de encontrar modelos para a álgebra dos observáveis distintos ao dos operadores autoadjuntos num espaço de Hilbert. Como resultado dessa tentativa no contexto da Mecânica Quântica, apenas surgiu uma álgebra excepcional – as álgebras de Albert – distinta das que já eram conhecidas, mas que depois demonstrou ser muito importante na hora de coordenar determinadas geometrias e trabalhar com estas. Por outro lado, muitas das coisas que faço têm que ver com os octônions, a primeira álgebra não associativa (surgida a meio do séc. XIX, antes mesmo das álgebras de Lie e até das álgebras de matrizes), a qual é um objeto excepcional, relacionado com uma quantidade enorme de situações excecionais, na Álgebra, na Geometria, na Matemática Discreta.

PAULO SARAIVA Acabaste por responder parcialmente a uma pergunta que ia fazer-te, que é a de saber que aplicações tem a teoria das Álgebras Não Associativas. Referiste aplicações à Física no seio da Mecânica Quântica, e também sei que na Genética são conhecidas algumas aplicações. Embora se saiba que a maioria dos algebristas não estuda estes assuntos com o propósito das aplicações, queres falar algo sobre esta vertente?

ALBERTO ELDUQUE Primeiramente, devo dizer-te que sou um matemático puro e que investi pouco nas aplicações. No entanto, colaborei com alguns físicos (principalmente com S. Okubo), mas essencialmente em coisas muito teóricas. Lembro-me de ter feito um artigo especificando aquilo de que necessitavam uns colegas de Geometria Diferencial para decompor tensores relativamente à ação do grupo unitário. Foram eles que me perguntaram se havia uma teoria por detrás que os ajudasse a decompor tais tensores. Descubri a teoria, mas para eles tal forma de proceder era demasiado abstrata e preferiam utilizar uns métodos mais *ad-hoc*, que lhes permitiam ir resolvendo os problemas em cada caso. Então, nunca chegaram a utilizar uma teoria que eu fiz para eles! Por vezes é complicado.

Em Genética e em questões de Biologia, há uma série de álgebras – álgebras básicas, álgebras de evolução – que estão relacionadas, mas creio que aqui ainda não foram suficientemente bem exploradas as aplicações, porque é difícil. Por vezes, falamos linguagens diferentes.

Dito isto, acredito que nós, os matemáticos, devemos estar abertos a colaborar com outros grupos porque daí até podem resultar boas ideias para as nossas pesquisas. Creio que Ian Stewart terá dito que a Matemática Pura é

útil quase a despeito de si própria. No meu caso, é mesmo assim: não me guio por possíveis aplicações, mas mais por questões que poderíamos qualificar como estéticas. “Isto é muito bonito. Quero saber como funciona!” Mas, se alguém vier com algum problema de aplicações suscetível de merecer o nosso contributo, devemos estar abertos.

PAULO SARAIVA Olhando para a vasta panóplia de famílias de álgebras dentro das Álgebras Não Associativas, estabelecendo uma analogia, fica-se com a ideia de que temos à disposição um conjunto de “praias” e que em cada uma delas é possível construir um “castelo de areia” com determinadas ferramentas e “brincar” de certa maneira. Juntamos outra ferramenta (ou substituímo-la) e de repente já estamos noutra “praia”, porventura ali mesmo ao lado. Vamos ver o que é interessante fazer nesta “nova praia”. A que se deve esta variedade de famílias de álgebras e como saber quais são interessantes, aquelas que vale a pena estudar? Ou para ti esse problema não se coloca?

ALBERTO ELDUQUE Saber a que dedicar-se é muito importante. E, sim, é verdade que se estão a definir muitas coisas e nem todas têm de ser interessantes. No meu trabalho, é importante que as álgebras que se estudam

tenham uma simetria razoável. Primeiro, porque é isso que faz com que seja possível estudá-las e essa simetria é útil depois, porque vai ajudar-nos a relacioná-las com grupos (de Lie, ou algébricos), que podem aparecer em outros pontos e que podem ajudar-nos a relacionar tais álgebras com outras. De facto, as variedades que se estudam nas Álgebras Não Associativas têm em grande parte a sua origem em temas de Física Teórica ou de Geometria e isso faz com que sejam interessantes. Pode acontecer que um algebrista, por algum motivo, se decida a criar uma nova variedade de álgebras. Quando depois “ganham vida” por si mesmas, então já se consegue desenvolver toda uma teoria que por vezes regressa ao campo original e por vezes rumo a outros sítios. Quando se começou com as álgebras de Jordan não se pensou na sua relação com álgebras de Lie excepcionais ou com superálgebras de Lie e, no entanto, o seu desenvolvimento levou à conclusão de que estas álgebras permitiam coordenar certas álgebras ou superálgebras. Deve estar-se atento a todas essas relações que possam surgir.

PAULO SARAIVA Dentre as tuas colaborações internacionais, destaco aquelas com Georgia Benkart, Susumu Okubo e Myung. Queres recordar alguma destas ou outra em especial?



ALBERTO ELDUQUE Todas as que referiste! No meu primeiro congresso internacional, fui com o meu orientador e com Consuelo Martínez aos EUA. Era a primeira vez que cruzávamos o Atlântico. Tivemos a enorme sorte de, nesse congresso, termos conhecido Marshall Osborn, Georgia Benkart, Hyo C. Myung e S. Okubo. Não começámos logo a colaborar (o primeiro a visitar-nos foi Osborn e ensinou-nos muitas coisas sobre álgebras de Lie), mas recordo perfeitamente que, ao entrarmos (atrasados, por problemas com a organização) durante a comunicação de Georgia Benkart, o impacto foi como “amor à primeira vista”! Que bem explica! Que profundidade! Que cuidado com os detalhes, com a atenção ao público, com o que está a entender e o que não. E acabou por se converter num modelo a seguir, para mim, ainda estudante de doutoramento. Colaborei com ela mais tarde, durante um ano sabático. Fui com toda a família a Wisconsin e colaborámos de maneira fantástica. Aprendi muito com ela. Com Myung, comecei a colaborar antes, a partir de 1987, 1988. Myung converteu-se numa espécie de segundo mentor, o qual podia consultar sobre tudo e não apenas sobre problemas de matemática, mas também sobre problemas de organização e de como proceder em muitos casos.

E com Okubo, que é a pessoa com quem mais trabalhei nos primeiros anos, a colaboração foi, por um lado, mais difícil, porque as linguagens que por vezes falávamos eram diferentes, mas também porque Okubo, um físico-matemático, tinha uma formidável visão da Matemática. Era capaz de fazer uns cálculos com tensores... que eu precisava de ver de outra maneira para os compreender. Normalmente, eu era capaz de os traduzir para uma linguagem matematicamente mais elegante (para mim), ainda que isso se tornasse pior para ele. Mas havia vezes em que não. Foi graças a essa capacidade de fazer cálculos com tensores, que tinha índices subindo e baixando, que obtivemos resultados. Acabou por ser uma colaboração de outro tipo, mais epistolar, e com tempo para cada um digerir a maneira de pensar do outro.

Posteriormente, colaborei muito bem com todos os meus orientandos de doutoramento. Ultimamente, M. Kotchetov é um colaborador com o qual me complemento muito bem desde há vários anos.

Bom, cada um destes colaboradores é um mundo, à semelhança dos alunos de doutoramento! Não há dois iguais. Mas foi muito importante que nesse primeiro congresso internacional tivéssemos conhecido as pessoas que referi, com as quais aprendemos muitíssimo. E para

a matemática que depois viemos a desenvolver foram fundamentais esses contactos.

PAULO SARAIVA Já orientaste cerca de dez alunos de doutoramento, entre os quais Helena Albuquerque (Universidade de Coimbra) e Isabel Cunha (Universidade da Beira Interior), em coorientação. Entendes que é hoje em dia mais difícil atrair estudantes de doutoramento para a tua área de investigação, por comparação com áreas aplicadas ou com outras que estão mais na moda?

ALBERTO ELDUQUE Sim, é. Nos últimos anos, este modo de proceder do *publish or perish* – e já não apenas isto, mas *publish in first quartile journals or perish* – está a matar-nos no que à matemática fundamental diz respeito. Trata-se de algo que, quando temos reuniões com políticos, a sua reação quando conversam entre eles deve ser algo do tipo “Mas este de onde é que saiu?” Porque a mentalidade predominante para avaliar tudo é a mentalidade experimental, um mundo em que há equipas muito alargadas, no qual todos colaboram e todos publicam. Claro, um teorema matemático sai da mente de uma pessoa, de repente pode “acender-se uma lâmpada” ou pode resultar de conversas entre dois ou três. Mas não resulta da colaboração de oito ou nove. Pode acontecer, em algumas áreas da Matemática isso poderá ser mais normal, mas na matemática mais fundamental isso é mais difícil. E aí não podemos competir. Por exemplo, o que referiste sobre os prémios, já há muitos anos que nenhum aluno doutorado em áreas da matemática fundamental recebe o prémio extraordinário de doutoramento pela Universidade de Saragoça, porque tudo se baseia no número de artigos publicados até à defesa da tese. Não é o mesmo um químico experimental ou um matemático que trata determinados problemas em grupo e com forte componente computacional, que um problema de Topologia Algébrica, ou de Álgebras Não Associativas, pelo que sim, é um problema.

Hoje em dia, para os nossos alunos é mais difícil obter bolsas; para nós mesmos é mais difícil obter bolsas para as equipas de trabalho. Recebemos recentemente um relatório de uma candidatura a financiamento ao nosso governo regional para o grupo de Álgebra e Geometria da Universidade de Saragoça. Os três avaliadores fizeram finca-pé de que não fazíamos transferência de conhecimento para as empresas, pelo que estamos mais mal avaliados do que muitos grupos cuja qualidade é menor. Assim, iremos receber menos dinheiro porque fazemos



Com Helena Albuquerque e Saïd Benayadi, Coimbra (2019)



Alberto Elduque e Fernando de la Cueva, organizadores do *Taller de Talento Matemático*, recebendo o prêmio Savirón.

matemática fundamental. Por outro lado, dito tudo isto, creio que desfrutamos muito mais do que muitos cientistas experimentais. Isto é vocacional! Aqui, dedicamo-nos a isto porque gostamos e há que explorar este facto.

PAULO SARAIVA Um dos maiores desafios que os professores do ensino universitário têm, sobretudo os que lecionam o primeiro ano, é o chamado salto do Ensino Secundário para o Ensino Superior. Os alunos não estão habituados a um certo rigor, mas antes a receitas, e muitos parecem não estar habituados a pensar. Tendo já refletido sobre isto, queres partilhar algumas ideias conosco?

ALBERTO ELDUQUE Durante muitos anos ensinei Teoria de Galois, mas nos últimos quatro anos tenho lecionado a alunos da licenciatura em Biotecnologia. Tenho-me deparado com alunos, bons alunos, com boas notas de acesso, mas sem uma apreciação clara da Matemática. Nos últimos anos do Ensino Secundário – e isto é um autêntico cancro – os alunos dedicam-se a preparar-se para os exames de acesso à universidade. Então, os alunos aprendem receitas para seguir os estudos e não aprendem a raciocinar, o que para mim é muito grave. Na disciplina que leciono, com três horas semanais durante o semestre, o programa inclui cálculo de uma e várias variáveis, derivação e integração, alguma álgebra linear e equações diferenciais. Há alunos que, na maioria dos casos, seguiram receitas. O meu ponto de vista é que tenho de os ensinar a raciocinar, o que me leva a perguntar-lhes coisas que não se limitem à aplicação de receitas e isso custa-lhes muito (a uns mais do que a outros), o que é um problema. Pelo menos aqui em Espanha a Sociedade de Professores de Matemática de Ensino Secundário está a exercer uma certa pressão para tentar alterar o exame de acesso às universidades, porque se se mudar o tipo de perguntas, imediatamente terá de ser modificada a maneira de pensar. O razoável seria inverter este processo: primeiro alterar a maneira de explicar e depois mudar os exames de acesso. Mas isso seria mais difícil. Mas vamos ver... E, portanto, o salto que se produz do último ano do Ensino Secundário para o primeiro da universidade hoje em dia é enorme.

PAULO SARAIVA E depois há alunos de tal modo formatados que acontece aquela pergunta fatal “E isto sai no exame?” Parece que apenas estão dispostos a aprender um assunto se tiverem a certeza de que sai no exame.

ALBERTO ELDUQUE Eu incentivo-os muito a participar, mas há alguns alunos que apenas perguntam isso “E se me perguntares isso no exame, que devo responder”? É um problema! Mas vamos ver se, gradualmente, conseguimos alterar o exame como primeira medida, e a partir daí alterar o modo de ensino da Matemática. Há pouco tempo, pediram-me que fizesse uma comunicação aos professores do Ensino Secundário, justamente acerca deste assunto da transição para o ensino universitário. O que acontece é que os professores que assistem a estas palestras já estão convencidos da necessidade de fazer uma alteração. O problema são os professores que não se preocupam e não assistem a este tipo de comunicações. Há que ver como chegar a estes.

PAULO SARAIVA És presidente da Associação Taller de Talento Matemático de Aragón, a qual foi reconhecida em 2015 com a atribuição de um prémio nacional de divulgação científica em 2015. Em que consistem estas oficinas?

ALBERTO ELDUQUE Ouve-se dizer “Presidente da Associação” e pode parecer que se trata de uma organização enorme! Somos dois a dirigir esta associação. O meu parceiro Fernando de la Cueva, que foi colega de licenciatura e do serviço militar, é professor do Ensino Secundário. Encontrámo-nos após muitos anos sem nos vermos. Ele era um dos professores do Ensino Secundário que acreditavam que havia que fazer algo para mudar a maneira como a Matemática era lecionada. Para poder fazer algo, havia que legalizar a situação, e para tal teve de se criar uma associação sem fins lucrativos, com estatutos e estrutura diretiva. O que fazemos é algo simples (embora com a pandemia levemos um ano sem fazer atividades, mas esperamos voltar a elas): de duas em duas semanas, juntamos alunos dos 14 aos 18 anos em salas de matemática da universidade e fazemos atividades, cujo tipo depende um pouco dos professores voluntários que conseguimos mobilizar. Há alguns anos, conseguimos a colaboração de um professor de Matemática que fazia atividades de música e matemática. Há atividades de “magia matemática”. Há atividades mais “normais”, por exemplo, de resolução de problemas, outra de problemas das Olimpíadas de Matemática. Permitimos então que rapazes e raparigas que gostem de Matemática possam ter esta atividade extra. A diferença relativamente ao que se está a fazer noutros sítios é que nós não aplicamos uma prova de entrada; não queremos apanhar os que já

“funcionam muito bem”, mas todos os que queiram vir. O que acontece é que, no princípio do curso, temos as salas cheias de gente, número que vai diminuindo até cerca de metade no final.

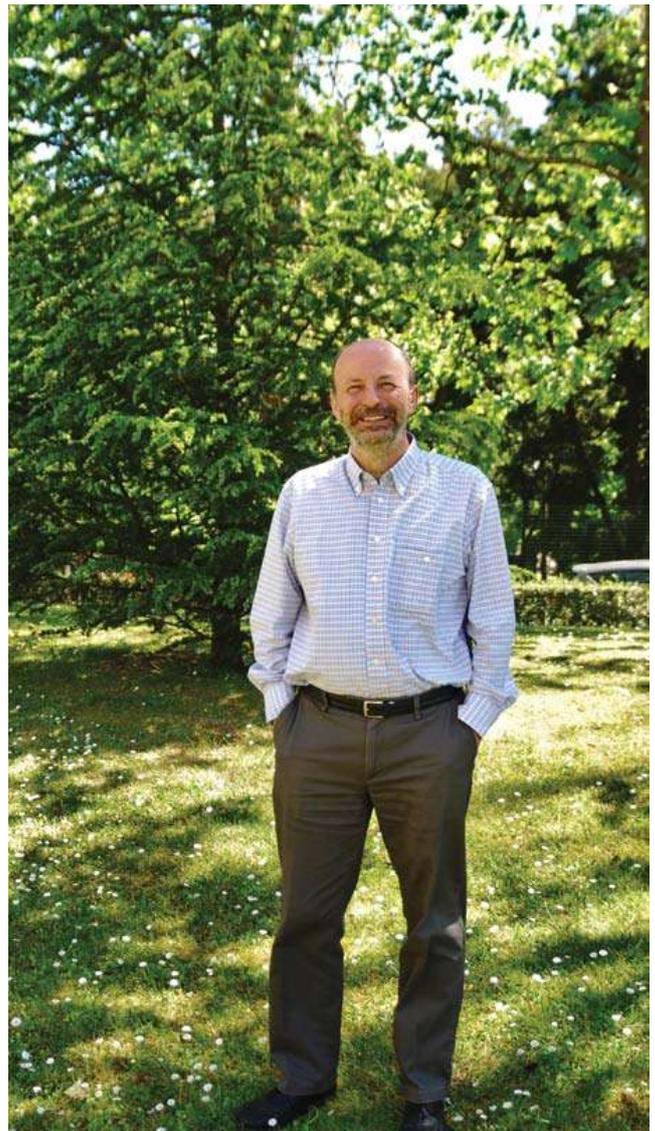
PAULO SARAIVA Pode não ser este o objetivo, mas alguns destes alunos seguem Matemática no Ensino Superior?

ALBERTO ELDUQUE Sim, muitos! E, de facto, estamos muito contentes por termos alunos provenientes de sítios que estão a mais de 100 km de Saragoça. E falando com os seus pais, estes dizem-nos que, para os seus filhos, cada uma destas sextas-feiras é um dia em que se sentem alegres por poderem vir. Há de facto pais que nos referem que os seus filhos estão a descobrir de verdade o gosto pela Matemática.

PAULO SARAIVA A propósito do Taller, referiste há pouco uma das consequências da pandemia nesta atividade. Em termos de ensino e investigação, que avaliação fazes deste período, que na realidade ainda não terminou?

ALBERTO ELDUQUE Com os nossos alunos, temos de lhes transmitir conhecimentos, mas também uma certa paixão por aquilo que fazemos. Agora passámos a transmiti-los de outra maneira e tivemos de aprender a utilizar o Zoom ou ferramentas análogas. Evidentemente, é melhor a atividade presencial, e sobretudo com alunos que estão a começar, pelo que dizíamos antes: aprende-se tanto dos professores como entre alunos. Aqui, na Faculdade de Ciências, no ano letivo passado decidiu-se que os primeiros anos iriam decorrer presencialmente, tendo sido reservadas as salas maiores. Eu lecionei na Aula Magna (sala onde se defendem as teses doutorais), com capacidade para 400 alunos, e os pouco mais de 80 puderam sentar-se com o devido distanciamento de segurança. Mas as práticas computacionais tiveram de ser feitas *online*, cada um em sua casa.

Os encontros científicos passaram a fazer-se *online*. As agências que nos financiam ter-se-ão dado conta de que é muito mais barato financiar um congresso *online*, pelo que será mais difícil no futuro fazer congressos presenciais, apesar de, em matemática, a interação pessoal continuar a ser muito importante. O que disse antes sobre Benkart, Osborn, Myung, Okubo, a possibilidade de os conhecer pessoalmente, se tivesse sido um congresso *online*, provavelmente não teríamos interagido tanto. Por outro lado, graças à pandemia, passámos a ter a grande



vantagem de assistir a muitos seminários no mundo que anteriormente apenas decorriam presencialmente. Agora são híbridos, e podemos assistir a comunicações de professores fantásticos em todo o mundo. Creio que temos de aproveitar as coisas boas que a pandemia trouxe e, tanto quanto possível, tentar voltar ao modo presencial.

PAULO SARAIVA Fui atraído no teu curriculum por dois projetos de inovação educacional intitulados *Recursos para la enseñanza de las matemáticas para alumnos con discapacidad: formación según el modelo de Singapur e Aprendiendo a aprender matemáticas: ¿qué nos enseñan los niños con discapacidad intelectual?* Podes explicar-nos em que consistiram estes projetos?

ALBERTO ELDUQUE Ambos são consequência do Taller de Talento Matemático. Uma das professoras voluntárias, Elena Gil, é mãe de um menino com síndrome de Down. À medida que o seu filho foi crescendo, ela foi-se preocupando com o modo de lhe ensinar Matemática. Assim, foi ela que me levou, a mim e a outras pessoas, a pensar em como fazer as coisas. No fim, a Elena Gil acabou por fazer uma tese doutoral sobre este tema.

PAULO SARAIVA Elena é professora? Investigadora?

ALBERTO ELDUQUE Elena é professora de um centro de Ensino Secundário e também colabora com a universidade, onde é professora dos futuros docentes do Ensino Básico.

Normalmente, ao acedermos à Matemática, a primeira coisa de que temos memória é de termos aprendido a contar e a somar. E isto é difícil para alunos com incapacidades. No entanto, a geometria elementar euclidiana atrai-os bastante, e são capazes de construir mentalmente relações de umas coisas com outras e de entender questões de congruência, de semelhança e tudo isso. Uma das conclusões destes projetos é que, com estes alunos, deveríamos alterar o programa começando por geometria, e não pela aritmética, para apenas chegar a esta pouco a pouco. A questão que se coloca é a de saber se isto é também válido para alunos sem incapacidades, se não deveríamos dar mais destaque à geometria do que o que se está a fazer e, pouco a pouco, ir introduzindo a aritmética. Nas questões de geometria, Elena é capaz de colocar exemplos interessantes e, na verdade, há questões muito bonitas. Estes meninos, ainda que seja apenas pela cor, pelas formas, pela beleza intrínseca, essas simetrias que uns apreciam de uma forma, eles apreciam-nas à sua maneira, ao passo que o número é mais abstrato. E isto faz com que vão adquirindo uma certa segurança e autonomia de modo a manipular certos objetos e ir progredindo. Tudo isto é interessante, mas devo dizer que a minha participação é muito limitada. Apesar disso, a Elena ainda me acha útil no projeto, de modo que, naquilo em que possa dar a minha opinião, continuarei a fazê-lo.

PAULO SARAIVA Obrigado por esta agradável conversa.

ALBERTO ELDUQUE De nada! Devo dizer que, desde que comecei a orientar a Helena Albuquerque e passei a visitar Portugal, me sinto neste país como se estivesse em casa. Adoro Portugal e os portugueses, e tenho muito

gosto em visitar-vos e em colaborar convosco.

PAULO SARAIVA E nós também temos muito gosto em receber-te, seja em Coimbra, na Covilhã ou no Porto. Serás sempre bem-vindo.¹

SOBRE O AUTOR

Paulo Saraiva é professor auxiliar da Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra, onde costuma lecionar Cálculo aos alunos do primeiro ano de Economia. É investigador do Grupo de Álgebra e Combinatória do Centro de Matemática da Universidade de Coimbra. Licenciou-se em Matemática (Ramo de Formação Educacional) em 1992 e concluiu em 1996 o Mestrado em Matemática (Especialização em Ensino), em ambos os casos, pelo Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra. Concluiu o Doutoramento em Economia, na área de Economia Matemática e Modelos Económicos, pela Universidade de Coimbra em 2004.

¹ Em julho de 2020, teria decorrido em Coimbra, no DMUC, o NAART II, *Non-Associative Algebras and Related Topics II*, encontro científico dedicado nesta edição a Alberto Elduque, por ocasião do seu 60º aniversário. Por razões que todos conhecemos, este evento teve de ser adiado, estando previsto para 18-22 de julho de 2022. Uma boa ocasião para revermos Alberto Elduque. Presencialmente!