



FLORA FERREIRA
Centro de
Matemática da
Universidade do
Minho
fferreira@math.
uminho.pt

WOLFRAM ERLHAGEN
Centro de
Matemática da
Universidade do
Minho
wolfram.erlhagen@
math.uminho.pt

MODELO MATEMÁTICO QUE DOTA OS ROBÔS COM A CAPACIDADE DE APRENDER SEQUÊNCIAS TEMPORAIS

Robôs, capazes de aprender sequências sobre o que fazer e quando, possibilitam uma interação e colaboração humano-robô mais flexíveis e naturais. Neste artigo, apresenta-se, de forma resumida, um modelo matemático baseado em campos dinâmicos neuronais, que implementa mecanismos de processamento neurologicamente plausíveis, auxiliando na aquisição eficiente e na reprodução flexível de sequências com restrições de tempo. Apresentam-se algumas experiências de robótica em que o modelo foi implementado, tais como a aprendizagem de uma sequência musical e a aprendizagem de sequências num contexto de colaboração humano-robô numa tarefa de montagem de um objeto.

1. INTRODUÇÃO E MOTIVAÇÃO

Muitas das nossas atividades diárias são sequenciais, em que os eventos devem ser realizados numa determinada ordem e num determinado tempo. A capacidade de adquirir sensibilidade sobre regularidades ordinais e temporais é fundamental para uma interação humano-humano ou humano-robô, que seja fluente e eficiente. Neste artigo, apresentamos um modelo matemático baseado em campos dinâmicos neuronais que permite a aquisição e a reprodução de uma sequência de eventos com restrições de tempo. Os campos dinâmicos neuronais (*dynamic neural fields*) foram introduzidos na década de 1970 por Wilson e Cowan [7] e Amari [1], como um modelo matemático da formação de padrões de atividade no tecido neuronal. Os modelos baseados em campos dinâmicos neuronais são cada vez mais usados, uma vez que descrevem a atividade de populações de neurónios, tal como ela é observada no cérebro e, simultaneamente, permitem um tratamento matemático rigoroso da atividade neuronal [2].

A atividade neuronal é descrita pela seguinte equação

integro-diferencial não linear proposta por Amari [1]:

$$\tau \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = -u(x, t) + \int_{\Omega} w(|x - y|) f(u(y, t)) dy + h + S(x, t). \quad (1.1)$$

Esta equação descreve a atividade neuronal numa única camada de neurónios interconetados (campo neuronal) ao longo de um domínio finito Ω unidimensional. A função $u(x, t)$ representa a atividade no momento $t \in \mathbb{R}_0^+$ do neurónio representado pela posição $x \in \mathbb{R}$. A função $S(x, t)$ representa um estímulo externo, variável no tempo, como, por exemplo, uma informação visual. A constante $h < 0$ determina o nível de repouso para o qual a atividade neuronal converge, na ausência de estimulação externa. A constante $\tau > 0$ define a escala de tempo da dinâmica de campo. A função $f(u)$ representa a taxa de disparo ou probabilidade de disparo em função de u . No modelo de Amari, assim como no modelo que será apresentado neste artigo, a função $f(u)$ é considerada como sendo a função de Heaviside (também denominada função degrau unitária

rio), e assim um neurónio pode estar ativo ou inativo. Esta função representa uma simplificação do disparo neuronal real que normalmente mostra um aumento gradual da taxa de disparo com o aumento de u . A função $w(|x - y|)$ define a força de conectividade entre quaisquer dois neurónios no campo que se supõe depender da distância euclidiana.

A ideia central dos modelos baseados em campos dinâmicos neuronais é que as informações relevantes para uma tarefa são expressas por saliências supralimiaras de populações neuronais, onde cada saliência representa uma ação ou subtarefa específica. A entrada de estímulos externos, como, por exemplo, uma informação visual, causa a ativação das populações correspondentes, que poderão permanecer ativas mesmo depois de o estímulo externo ficar inativo, devido a interações excitatórias e inibitórias recorrentes nas populações. Dependendo das funções de conectividade que controlam as interações entre os neurónios, diferentes padrões de ativação podem ser formados no campo neuronal em resposta aos estímulos externos. Amari [1] estudou a existência e estabilidade de uma região localmente excitada (um pico) para a função de conectividade do tipo inibição lateral:

$$w_{lat}(x) = w_{exc}e^{-\frac{x^2}{2\sigma_{exc}^2}} - w_{inh}, \quad (1.2)$$

onde w_{exc} e σ_{exc} definem, respetivamente, a amplitude e o desvio padrão (em relação a $x = 0$), e w_{inh} define a inibição, que se considera constante, para neurónios distantes.

Pensando na aprendizagem de seqüências, em que os estímulos externos pontuais, são apresentados de forma sequencial, a função (1.2) é adequada quando se pretende que exista, no máximo, um pico em cada momento. Pelo contrário, caso se pretenda que sejam geradas múltiplas regiões localmente excitadas (multipicos) em resposta a estímulos sequenciais, a seguinte função de conectividade será a mais apropriada [4]:

$$w_{osc}(x) = Ae^{-b|x|} (b \sen |\alpha x| + \cos(\alpha x)), \quad (1.3)$$

onde $b > 0$ determina a taxa segundo a qual as oscilações de w decaem com a distância, e $A > 0$ e $0 < \alpha \leq 1$ controlam a amplitude e a distância entre os zeros de w_{osc} respetivamente.

Consideremos, por exemplo, dois estímulos externos representados por

$$S_i(x) = 14e^{-\frac{(x-c_i)^2}{18}} - 0.5$$

para $i \in \{1, 2\}$, com $c_1 = 45$ e $c_2 = 60$. Consideremos que $S(x, t) = S_1(x)$ para $t \in [0, t_1]$, $S(x, t) = S_2(x)$ para $t \in]t_2, t_3]$ e $S(x) = 0$ para $t \in]t_1, t_2] \cup]t_3, t_4]$. Na figura 1,

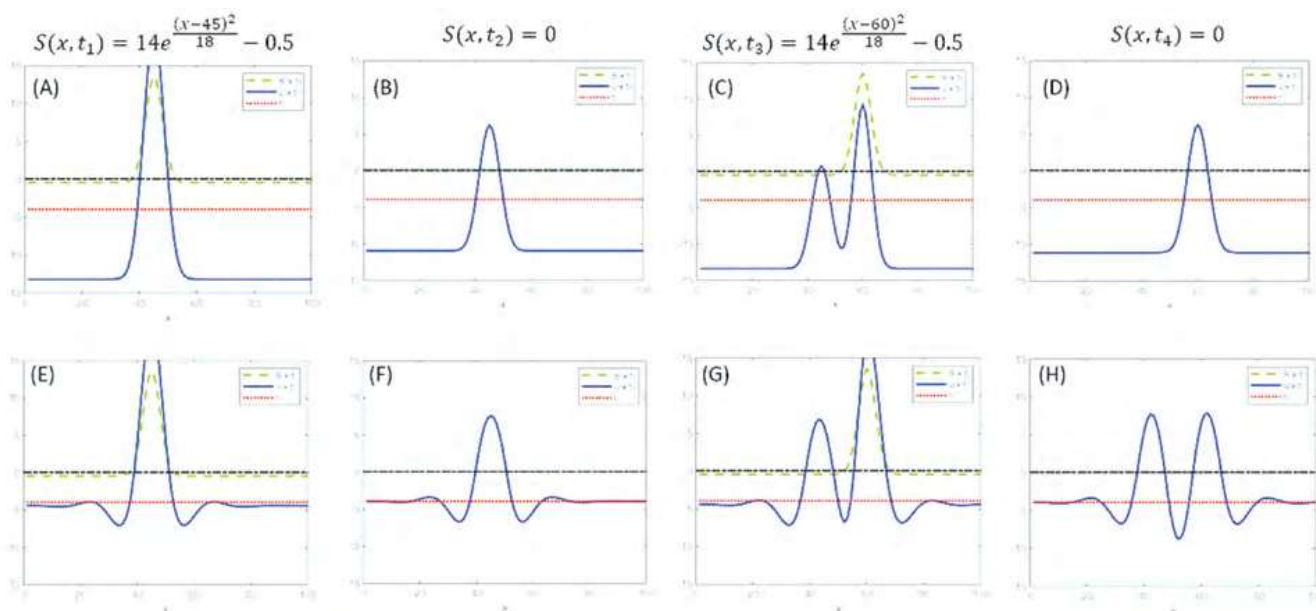


Figura 1. Atividade u (linha a cheio azul) com $h = -4$, em resposta a dois estímulos externos $S(x)$ (linha tracejada a verde) apresentados de forma sequencial, para a função de conectividade w definida por (1.2), com $w_{exc} = 3$, $\sigma_{exc} = 3$ e $w_{inh} = 1$ nos diagramas (A)-(D), e definida por (1.3), com $A = 3$, $b = 0.15$ e $\alpha = 0.3$ nos diagramas (E)-(H).

podemos ver os padrões de ativação gerados num campo neuronal unidimensional em resposta a estes dois estímulos, sendo a função de conectividade w dada por (1.2) nos diagramas (A)-(D), com $w_{exc} = 3$, $\sigma_{exc} = 3$ e $w_{inh} = 1$, e dada por (1.3) nos diagramas (E)-(H), com $A = 3$, $b = 0.15$ e $\alpha = 0.3$. Para ambas as funções de conectividade, foi gerado um pico estável em resposta ao primeiro estímulo, tanto na presença do estímulo (figura 1 (A) e (E)), como depois de o estímulo ficar inativo (figura 1 (B) e (F)). Podemos observar que os padrões gerados em resposta aos dois estímulos externos são diferentes. Para a função w dada por (1.2), o pico existente no momento $t = t_2$ foi inibido na presença do segundo estímulo externo (figura 1 (C)) e um novo pico foi gerado em correspondência do segundo estímulo (figura 1 (D)). Para a função w dada por (1.3), um segundo pico foi gerado sem que o pico já existente fosse removido (figura 1 (G) e (H)).

Os estudos analíticos e numéricos sobre as condições necessárias e suficientes para a existência e a estabilidade de diferentes tipos de padrões em campos dinâmicos neuronais, nomeadamente a existência e a estabilidade de um pico usando a função de conectividade (1.2) [1] e a existência e a estabilidade de múltiplos picos em termos da função de conectividade (1.3) [4] permitem perceber melhor como se pode obter os padrões desejados. Tendo como base os estudos analíticos e numéricos sobre a existência e a estabilidade, incluindo [1, 4], foi elaborado um novo modelo de aprendizagem de sequências de eventos que é brevemente apresentado na próxima secção. O modelo foi testado em diferentes experimentos de robótica em tempo real, incluindo a aprendizagem de uma sequência musical e a aprendizagem de uma sequência de montagem de um objeto. Primeiro, o robô adquire conhecimento sobre os aspetos ordinais e temporais de tarefas sequenciais por observação de demonstrações executadas por um humano e, posteriormente, reproduz as informações retidas na memória. Na Secção 3 são apresentadas algumas aplicações robóticas em que o modelo foi implementado.

2. MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático desenvolvido para memorizar e recuperar a ordem e o tempo relativo de um conjunto de eventos consiste num sistema acoplado de cinco campos dinâmicos neuronais ilustrados na figura 2. Cada campo neuronal tem uma funcionalidade específica, sendo a sua dinâmica descrita através de uma equação do tipo (1.1).

Para melhor se entender o modelo, é útil pensar num exemplo concreto de robótica. Consideremos a experiên-

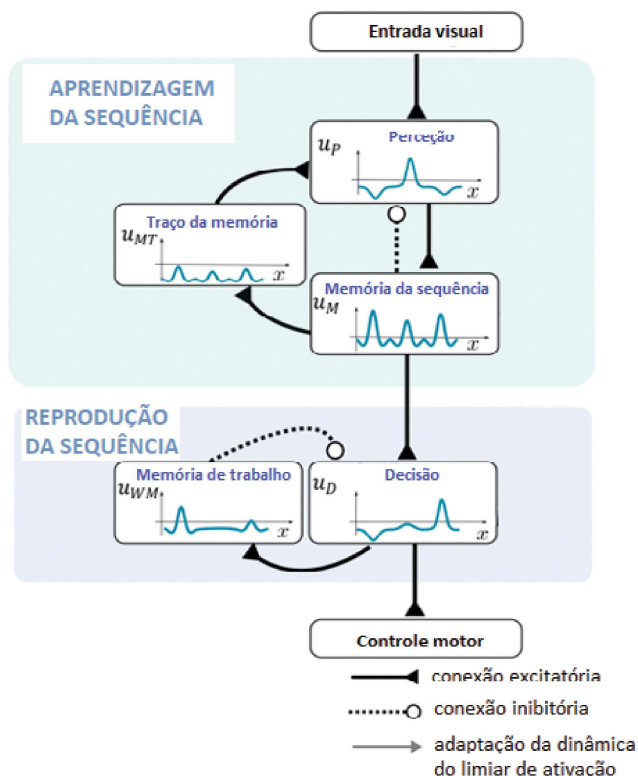


Figura 2. Esquema geral do modelo matemático baseado em campos dinâmicos neuronais, que implementa a aprendizagem e reprodução de sequências.

cia em que o robô aprende a tocar uma música num teclado em que cada tecla está representada por uma cor. O estímulo visual é uma cor e cada cor está associada a um intervalo de valores de x . Em resposta ao estímulo visual localizado, $S(x)$, um pico estável no campo de percepção u_p é gerado. Através das conexões excitatórias, um pico no local correspondente do campo de memória de sequência u_M é criado e o campo de traço da memória u_{MT} recebe o padrão de ativação de u_M como estímulo excitatório durante as sucessivas demonstrações da sequência. A conexão inibitória de u_M para u_p garante que, se uma cor for usada como estímulo mais do que uma vez, as representações locais (picos) dessa cor sejam representadas em locais diferentes, dentro do intervalo de valores de x que correspondem a essa cor. Dito de outro modo, permite a representação de eventos repetidos.

No final do processo de aprendizagem da sequência, a memória da ordem e do tempo relativo entre os eventos está representada no campo u_M como uma configuração multi-picos, em que a força de ativação é decrescente de

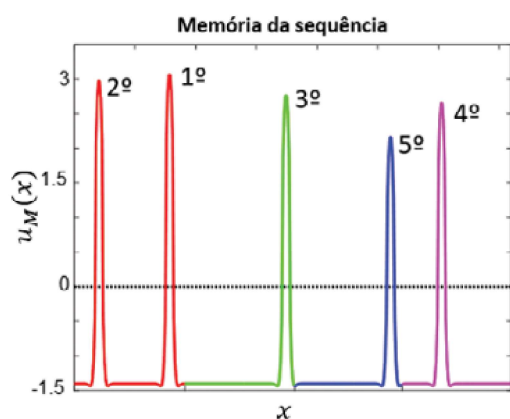


Figura 3. Padrão de ativação estável correspondente à memória de uma sequência onde a ordem das cores está representada na amplitude dos picos (vermelho-vermelho-verde-rosa-azul).

pico para pico em função do tempo decorrido desde o início da sequência. Veja-se o exemplo, ilustrado na figura 3.

Para se obter em u_M uma configuração multipicos com amplitudes diferentes, representando a ordem e o tempo relativo dos eventos, considerou-se que o nível de repouso h , em vez de uma constante, é uma função dependente do tempo e do valor de x , digamos $h_M(x, t)$, descrita pela seguinte equação diferencial parcial:

$$\frac{\partial h_M(x, t)}{\partial t} = \beta_M f(u_M(x, t)) + [1 - f(u_M(x, t))][-h_M(x, t) + h_{M_0}], \quad (2.1)$$

onde $f(u)$ é a função Heaviside, $h_{M_0} < 0$ define o nível de repouso para o qual h_M converge sem ativação acima do nível 0 na posição x ($f(u(x, t)) = 0$), e $\beta_M > 0$ define a taxa de ativação nas posições x onde a atividade está acima de 0 ($f(u(x, t)) = 1$).

No campo da decisão u_D , o valor do nível de repouso h_D depende também do tempo, sendo descrito por:

$$\frac{dh_D(t)}{dt} = \beta_D, \quad h_D(t_0) = h_{D_0} < 0, \quad (2.2)$$

onde β_D controla a taxa de crescimento de h_D . O campo da decisão u_D recebe como entrada abaixo do nível 0 o padrão obtido no campo u_M . Durante a execução da sequência, o nível de repouso $h_D(t)$ no campo u_D aproxima cada um dos picos representados em u_M do nível 0 desencadeando a sua ativação de forma sequencial. As conexões inibitórias excitatórias entre populações associadas no campo de decisão u_D e o campo de memória de trabalho u_{WM}

garantem que o pico que representa a última decisão seja primeiro armazenado no campo u_{WM} e posteriormente suprimido. Tomando diferentes valores de β_D , é possível executar a sequência com diferentes velocidades de execução, mas preservando o tempo relativo entre os eventos. Por exemplo, se aumentarmos o valor de β_D no exemplo do piano, é possível reproduzir a sequência musical mais rapidamente, mas preservando o ritmo.

Para mais detalhes, consulte a referência [6]. Uma extensão do modelo base aqui apresentado, em que, além da ordem e do tempo entre os eventos, a duração total da sequência e a duração de cada evento são codificados, é estudada na referência [6].

3. APLICAÇÕES REAIS

Para ilustrar o funcionamento do modelo aqui brevemente apresentado em experiências robóticas em tempo real, usamos dois robôs: o robô humanoide ARoS, construído no Laboratório de Robótica Móvel e Antropomórfica da Universidade do Minho, e o robô Sawyer, projetado pela empresa Rethink Robotics. O "corpo" do ARoS consiste numa estrutura metálica de suporte, na qual dois braços robóticos com três dedos e um sistema de câmara estéreo com uma unidade pan-tilt estão conectados. Sawyer possui um braço robótico de sete graus de liberdade com alcance de 1,26 metros, e a sua "cabeça" é um display LCD que fica no topo. Sawyer exhibe diferentes movimentos dos olhos de uma forma familiar, o que contribui para o seu design amigável. O Sawyer é equipado com duas câmaras, uma localizada na cabeça e outra no braço.

3.1. O robô ARoS aprende a tocar uma sequência musical

Nesta experiência, o ARoS aprende uma curta sequência musical, a partir da observação de algumas demonstrações executadas por um humano e, posteriormente, reproduz, num teclado, a sequência aprendida, usando as suas duas mãos de três dedos (ver figura 4). Usamos, para as demonstrações, um display com as notas codificadas por cores. Sempre que o professor humano toca numa tecla, além do som produzido é também ativado um quadrado colorido que corresponde à nota tocada na tela do computador (por exemplo, sempre que a nota D é tocada, o quadrado com cor verde é ativado no display como representado na figura 4). Como exemplo de uma sequência musical facilmente reconhecível, selecionamos a primeira parte da melodia de Parabéns a você (C-C-D-C-F-E-C-C-D-C-G-F). Na maioria das experiências, o robô foi capaz



Figura 4. Configuração experimental: o robô AROS a aprender a tocar uma melodia num teclado.

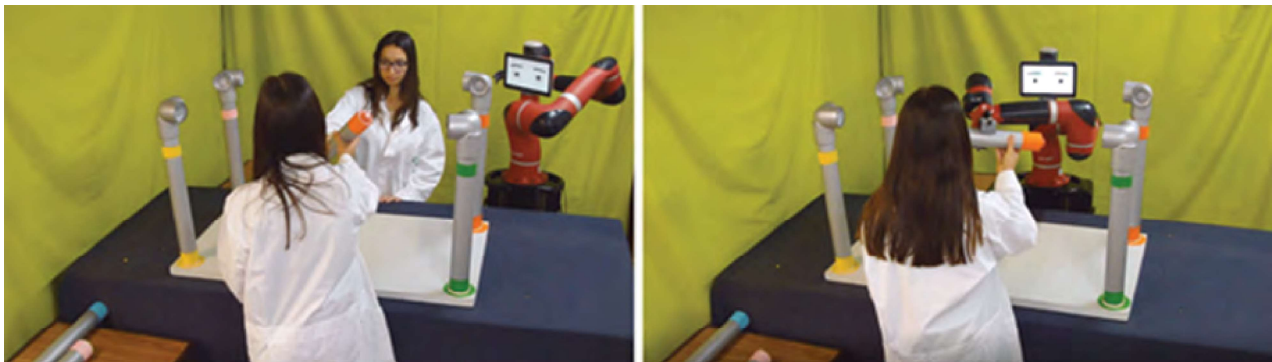


Figura 5. Na figura à esquerda, durante a aprendizagem, o robô Sawyer observa o tutor humano a entregar uma série de tubos numa ordem específica ao parceiro humano. Na figura à direita, durante a reprodução da sequência, o robô Sawyer entrega o tubo correto no momento certo ao parceiro humano.

de reproduzir a melodia após quatro demonstrações, apenas. Para mais detalhes, consultar a referência [5].

3.2. Montar uma estrutura com o robô Sawyer

Nesta experiência, o robô Sawyer aprende uma sequência de objetos que deve passar ao parceiro humano num determinado momento, na montagem de uma estrutura (ver figura 5). A estrutura é composta por oito tubos, em que quatro deles se encontram no espaço de trabalho do robô no início da tarefa. Primeiro, um tutor humano demonstra a sequência de entrega dos tubos, enquanto o Sawyer observa e memoriza. O estímulo externo é representado pela cor do tubo, e é codificado pelo robô no momento da en-

trega (os dois humanos tocam simultaneamente no tubo). Após a demonstração, o robô reproduz a sequência de transferência de quatro objetos. De notar que, nesta tarefa, a aprendizagem do tempo entre os momentos de passagem permitiu que o robô e o parceiro humano executassem a tarefa de forma sincronizada.

Além desta experiência, o modelo aqui apresentado mostrou também bons resultados quando a tarefa consistiu na aprendizagem da sequência completa de montagem da estrutura identificando corretamente qual o tubo e quando o inserir, para tutores humanos com preferências diferentes, quer quanto à ordem sequencial quer quanto às escalas de tempo comportamentais na realização da tarefa [3].

4. COMENTÁRIOS FINAIS

Neste artigo, apresentámos de forma resumida um modelo baseado em campos dinâmicos neuronais, que permite dotar um robô com a capacidade de aprender por observação, de forma rápida, as propriedades ordinais e intervalares de sequências. Ter um robô capaz de aprender por observação é considerado altamente atraente, pois permite, em princípio, que um usuário normal ensine novas tarefas a um robô de maneira intuitiva e simples. Por outro lado, um robô colaborativo, com capacidade de cognição temporal, tende a proporcionar uma interação humano-robô mais suave e natural. Acreditamos que modelos matemáticos que se inspiram no mecanismo de processamento neuronal em humanos ou em animais, como o modelo aqui apresentado, oferecem princípios de processamento chave que podem orientar o desenvolvimento de uma nova geração de robôs cognitivos. A possibilidade de analisar e compreender matematicamente o processo de formação de padrões nos campos dinâmicos neuronais é um pré-requisito fundamental para a conceção de arquiteturas de controlo de robôs complexos que funcionam em aplicações no mundo real.

Parte das experiências robóticas aqui apresentadas, assim como outras em que a matemática tem um papel fundamental, podem ser visualizadas em <https://youtu.be/L6CiviUQYbg>.

REFERÊNCIAS

- [1] Amari, S. I., "Dynamics of Pattern Formation in Lateral-Inhibition Type Neural Fields". *Biological cybernetics*, 27(2), 77-87, 1977.
- [2] Coombes, S., beim Graben, P., Potthast, R., Wright, J. (Eds.), *Neural fields: theory and applications*. Springer, 2014
- [3] Cunha, A., Ferreira, F., Erlhagen, W., Sousa, E., Louro, L., Vicente, P., Monteiro, S., Bicho, E., *Towards Endowing Collaborative Robots with Fast Learning for Minimizing Tutors' Demonstrations: What and When to Do?* In Iberian Robotics conference, Springer, Cham, 368-378, 2019.
- [4] Ferreira, F., Erlhagen, W., Bicho, E., *Multi-Bump Solutions in a Neural Field Model with External Inputs*. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 326, 32-51, 2016.
- [5] Ferreira, F., Erlhagen, W., Sousa, E., Louro, L., Bicho, E., "Learning a Musical Sequence by Observation: a Robotics Implementation of a Dynamic Neural Field Model". In *4th*

International Conference on Development and Learning and on Epigenetic Robotics, IEEE, 157-162, 2014.

[6] Ferreira, F., Wojtak, W., Sousa, E., Louro, L., Bicho, E., Erlhagen, W., "Rapid Learning of Complex Sequences with Time Constraints: a Dynamic Neural Field Model". *IEEE Transactions on Cognitive and Developmental Systems*, 853-864, 2020.

[7] Wilson, H. R., Cowan, J. D., *A Mathematical Theory of The Functional Dynamics of Cortical and Thalamic Nervous Tissue*. *Kybernetik*, 13(2),55-80, 1973.

SOBRE OS AUTORES

Flora Ferreira é atualmente professora auxiliar convidada do Departamento de Matemática e membro do Centro de Matemática da Universidade do Minho. Exerce também funções de analista de dados na empresa BERD (Bridge Engineering Research & Design). Os seus interesses de investigação incluem Teoria dos Campos Dinâmicos e análise de dados que são fortemente impulsionados por questões práticas e colaborações multidisciplinares.

Wolfram Erlhagen é formado em Matemática Aplicada pelas Universidades de Bona e Bochum, Alemanha. Atualmente é Professor Associado do Departamento de Matemática e membro do Centro de Matemática da Universidade do Minho. O seu principal interesse de investigação é a Teoria dos Campos Dinâmicos e as suas aplicações em Neurociência e Robótica Cognitiva, que desenvolve em estreita cooperação com colegas das áreas aplicadas.

Secção coordenada pela PT-MATHS-IN, Rede Portuguesa de Matemática para a Indústria e Inovação pt-maths-in@spm.pt