



## LUDUS REGULARIS: UM JOGO DE DADOS NA IGREJA

Ludus Regularis é um jogo de tabuleiro com dados, do século X, que chegou ao nosso conhecimento por meio de fontes literárias. As regras do jogo foram mantidas pelo historiador Balderic, no século XI, num livro editado em 1615 por Colvener, *Chronicon Cameracense et Atebatense*, e reeditado em 1834 por André Le Glay, em Paris, *Chronique d'Arras et de Cambrai*. Estudando as probabilidades envolvidas na dinâmica do jogo Ludus Regularis, é possível avançar que as preocupações do autor se centravam, sobretudo, em apresentar um jogo que seguisse a doutrina católica. Ludus Regularis é um jogo cuidadosamente concebido, com recurso a dados comumente inacessíveis a membros do clero, num contexto de simbolismo religioso cristão profundo.

### JOGAR LUDUS REGULARIS

Ludus Regularis Seu Clericalis, o Jogo do Clero, foi inventado pelo bispo Wibold de Cambrai (França), com o objetivo de proporcionar aos elementos do clero o acesso a um jogo de dados sem a componente vulgar que interditava este tipo de jogo aos elementos da Igreja. Ao praticar o Ludus Regularis, os clérigos deviam trabalhar, ao nível do enriquecimento pessoal, as virtudes que viessem a ganhar em determinada partida do jogo (tabela 1).

Para jogar Ludus Regularis são necessários quatro dados – três cubos e um tetraedro – e um tabuleiro onde estejam registadas as 56 virtudes que Wibold definiu como objetivos do jogo (figura 1). Cada face dos dados cúbicos é marcada com uma ou mais vogais que representam os pontos do dado: uma face com uma vogal, uma face com duas vogais, uma face com três, e assim por diante. No dado tetraédrico, estão marcadas 16 consoantes, repartidas em grupos de quatro pelas faces do tetraedro, usando a ordem alfabética.



Figura 1: Ilustração do jogo Ludus Regularis na variante de tabuleiro circular, pertencente à exposição *Jogos Matemáticos Através dos Tempos*, patente no Museu da Ciência de Lisboa (24 de abril de 2008 a 31 de dezembro de 2022).

Tabela I: As 56 virtudes do jogo Ludus Regularis; à esquerda de cada virtude é possível encontrar a combinação numérica relativa ao lançamento dos três dados cúbicos (considerando cada vogal como um ponto) e à direita registra-se o valor que resulta da soma das três parcelas saídas nos dados.

Pontuação nos dados	Virtus (Latim)	Virtude	Soma dos pontos
I, I, I	Karitas	Caridade	3
I, I, II	Fides	Fé	4
I, I, III	Spes	Esperança	5
I, I, IV	Justitia	Justiça	6
I, I, V	Prudentia	Prudência	7
I, I, VI	Temperantia	Temperança	8
I, II, II	Fortitudo	Fortaleza	5
I, II, III	Pax	Paz	6
I, II, IV	Castitas	Castidade	7
I, II, V	Misericordia	Misericórdia	8
I, II, VI	Obedientia	Obediência	9
I, III, III	Timor	Temor	7
I, III, IV	Providentia	Providência	8
I, III, V	Discretio	Discrição	9
I, III, VI	Perseverantia	Perseverança	10
I, IV, IV	Bonitas	Bondade	9
I, IV, V	Modestia	Modéstia	10
I, IV, VI	Longanimitas	Longanimidade	11
I, V, V	Mansuetudo	Mansidão	11
I, V, VI	Benignitas	Benignidade	12
I, VI, VI	Sapientia	Sabedoria	13
II, II, II	Compunctio	Compunção	6
II, II, III	Gaudium	Alegria	7
II, II, IV	Sobrietas	Sobriedade	8
II, II, V	Delectatio	Deleite	9
II, II, VI	Suavitas	Suavidade	10
II, III, III	Astutia	Astúcia	8
II, III, IV	Simplicitas	Simplicidade	9

Pontuação nos dados	Virtus (Latim)	Virtude	Soma dos pontos
II, III, V	Hospitalitas	Hospitalidade	10
II, III, VI	Parcitas	Parcimónia	11
II, IV, IV	Patientia	Paciência	10
II, IV, V	Zelus	Zelo	11
II, IV, VI	Paupertas	Pobreza	12
II, V, V	Lenitas	Moderação	12
II, V, VI	Virginitas	Virgindade	13
II, VI, VI	Reverentia	Reverência	14
III, III, III	Pietas	Piedade	9
III, III, IV	Indulgentia	Indulgência	10
III, III, V	Oratio	Oração	11
III, III, VI	Amor	Amor	12
III, IV, IV	Judicium	Discernimento	11
III, IV, V	Vigilantia	Vigilância	12
III, IV, VI	Mortificatio	Mortificação	13
III, V, V	Innocentia	Inocência	13
III, V, VI	Contritio	Contrição	14
III, VI, VI	Confessio	Confissão	15
IV, IV, IV	Maturitas	Maturidade	12
IV, IV, V	Sollicitudo	Solicitude	13
IV, IV, VI	Constantia	Constância	14
IV, V, V	Intellectus	Inteligência	14
IV, V, VI	Suspiratio	Anelo	15
IV, VI, VI	Fletus	Lágrimas	16
V, V, V	Hilaritas	Boa disposição	15
V, V, VI	Compassio	Compaixão	16
V, VI, VI	Continentia	Continência	17
VI, VI, VI	Humilitas	Humildade	18

No contexto da prática do jogo, cada jogador lança os quatro dados simultaneamente. A combinação dos pontos obtidos nos dados cúbicos aponta a virtude em jogo. No entanto, para adquirir essa mesma virtude é necessário que:

▶As vogais obtidas nos três dados cúbicos correspondam às da virtude (por exemplo, para adquirir Oratio é preciso que saiam, pelo menos, dois *o*, um *a* e um *i*);

▶Pelo menos, uma das consoantes saídas na face voltada para baixo no dado tetraédrico esteja na palavra referente à virtude em jogo (por exemplo, para Oratio é preciso que saia *r* ou *t*);

▶A virtude em jogo não tenha sido previamente adquirida por outro jogador;

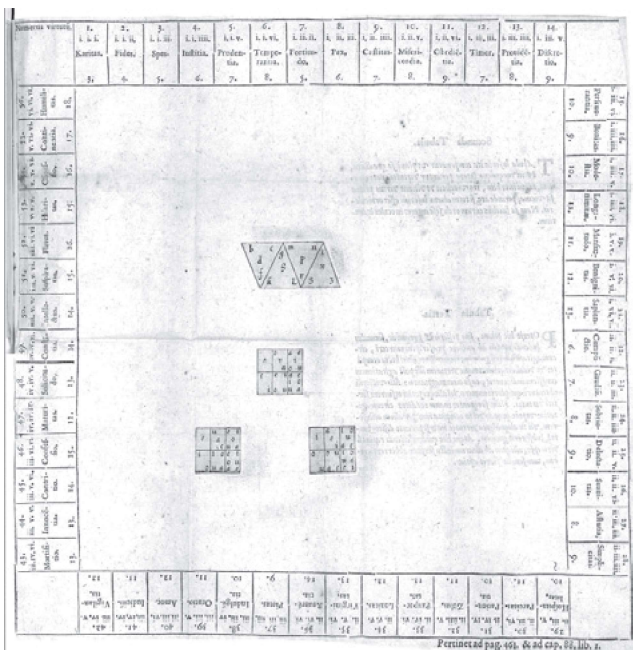


Figura 2: Tabuleiro quadrado do jogo Ludus Regularis, com os esquemas dos dados, incluído como elemento desdobrável da obra *Chronicon Cameracense et Atrebatense*, edição de Georgium Colvenerium, de 1615, entre as páginas 460 e 461. Imagem cedida pela Bibliothèque Nationale de France.

▶ Para a aquisição da virtude Karitas é necessária a introdução de uma exceção: Karitas será obtida quando a combinação pontual do lançamento for I, I, I, ou seja, as faces correspondentes às vogais *a, e, i*; esta situação não permite o aparecimento de dois *a*, pelo que está previsto um segundo lançamento dos dados cúbicos de modo a encontrar a letra *a* em falta.

Wibold destaca as situações em que as somas pontuais de duas virtudes perfaçam 21 – são as chamadas uniões de virtudes. Nestes casos, a contabilização dos pontos segue um procedimento distinto.

O jogo termina quando todas as virtudes tiverem sido atribuídas aos jogadores, ou, em versões alternativas que tornam a duração do jogo mais equilibrada, quando se atingir determinado número de virtudes – Wibold chega a sugerir que se termine o jogo quando um dos jogadores adquirir dez ou 15 virtudes. Nesse momento, para determinar o vencedor é necessário contabilizar os pontos de cada jogador, do seguinte modo:

▶ Perante pares de virtudes que perfaçam uma união,

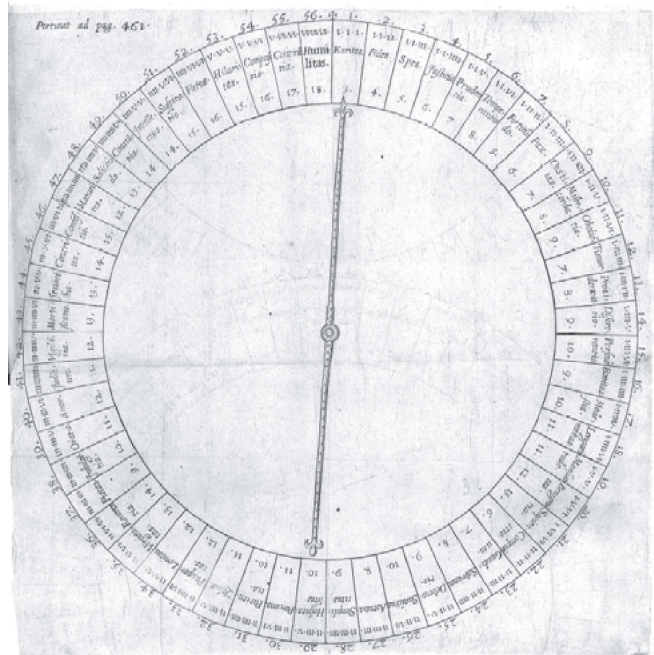


Figura 3: Tabuleiro circular, com ponteiro, do jogo Ludus Regularis, incluído como elemento desdobrável da obra *Chronicon Cameracense et Atrebatense*, edição de Georgium Colvenerium, de 1615, entre as páginas 460 e 461. Imagem cedida pela Bibliothèque Nationale de France.

a pontuação será contabilizada como o dobro do valor da pontuação individual mais alta (por exemplo, Fletus, com pontuação 16, e Fortitudo, com pontuação 5, constituem uma união – assim, quem detiver este par contabiliza  $2 \times 16$  pontos);

▶ A virtude Karitas vale o dobro dos pontos (quando estiver em união com Humilitas cumpre-se a regra da união);

▶ As restantes virtudes são contabilizadas pelo valor que aparece registado na tabela 1 como a sua pontuação.

Como alternativa, existe também a possibilidade de jogar uma versão mais simples e de duração inferior, com um tabuleiro circular (em cujo perímetro se encontram as 56 virtudes em jogo) com uma agulha ou um ponteiro, fixo no centro, que será girado pelos vários jogadores (figura 3). Nesta situação, cada jogador vai adquirindo a virtude que for apontada pela agulha, excetuando os casos em que a virtude já esteja na posse de outro jogador. De notar que,

no parágrafo que antecede a apresentação do esquema deste tabuleiro, na obra de 1615, este é aconselhado ao público feminino, por oposição às versões com dados, mais masculinas!

### **ANÁLISE PROBABILÍSTICA DE LUDUS REGULARIS**

As probabilidades de ocorrência de cada uma das virtudes em jogo variam entre 0,116% e 1,389%. A procura de uma relação entre o valor pontual de cada virtude e a probabilidade da sua ocorrência leva à conclusão de que tal não existe: Wibold não estabeleceu relação entre o valor pontual que atribuiu a cada virtude e a maior ou menor probabilidade envolvida na obtenção dessa mesma virtude. Não obstante, organizou de modo cuidadoso a lista das 56 virtudes. De facto, as virtudes não poderiam ser conectadas aos ternos de pontuação e vogais sem ter em atenção as vogais obtidas com os dados cúbicos e a grafia de cada uma das palavras.

### **SIMBOLISMO**

O recurso a simbolismos da Igreja Católica é transversal a todo o texto sobre Ludus Regularis. A doutrina católica enquadra o significado cristão de cada um dos valores pontuais que é possível obter, justifica a ordenação de parte das virtudes e chega até a ser usada na explicação a respeito da leitura dos resultados nos dados: os cúbicos leem-se na face superior (as vogais), enquanto no dado tetraédrico (o das consoantes) a face resultante de uma jogada é a que se encontra na parte inferior; Wibold comenta que as vogais representam a imagem da alma, que se eleva a Deus, enquanto as consoantes preconizam o corpo que volta ao elemento mais baixo; é indicada a passagem bíblica Eclesiastes 12:7: “Então o pó voltará à terra de onde saiu e o espírito voltará para Deus que o concedeu.”

A respeito das virtudes Karitas e Humilitas, respetivamente a primeira e a última, diz Wibold que a primeira é a mãe de todas as virtudes e a última a guardiã. Sobre Karitas, Wibold justifica a sua escolha fazendo a ponte com uma passagem do Evangelho Segundo S. Mateus: “destes dois mandamentos depende toda a Lei e os Profetas”, a saber: “Amarás ao Senhor, teu Deus, com todo o teu coração, com toda a tua alma e com toda a tua mente” e “Amarás ao teu próximo como a ti mesmo”. De modo semelhante ao Evangelho, onde Jesus Cristo concentra todo o conteúdo da sua Lei nestes dois mandamentos, também Wibold faz brotar da caridade as restantes virtudes.

### **O CARÁCTER PITAGÓRICO E A DIFICULDADE DE LUDUS REGULARIS**

No texto da *Crónica*, afirma-se que o jogo tem um carácter marcadamente pitagórico. De facto, se por um lado é incontornável que Wibold tenha recebido influências da Antiguidade, por outro lado as características pitagóricas apontadas por Colvener e por Le Glay não são visíveis. À exceção da referência ao número seis como perfeito (um conceito pitagórico no âmbito da teoria de números), não se encontram outras menções que possam ser ligadas a Pitágoras. Pelo contrário, a exploração dos restantes simbolismos que Wibold apresenta cai na orla da Bíblia Sagrada ou de filósofos e estudiosos da mesma, como Santo Agostinho ou São Gregório – ambos santificados à luz da Igreja Católica.

Mesmo sobre a referência à perfeição do número seis, a verdade é que tal caracterização pode encontrar-se no contexto da literatura católica; veja-se o que diz o Papa Gregório I na obra *The Books of the Morals*:

“Mas o número seis é perfeito, porque é o primeiro número que é composto pelas suas várias partes, ou seja, o seu sexto, o seu terço, e a sua metade, que são um, dois e três, e estes somados tornam-se seis. (...) Mas porque transcendemos todo este conhecimento, ao avançarmos através da altivez da Sagrada Escritura, encontramos aí a razão pela qual os números seis, sete, dez e mil são perfeitos. Pois o número seis é perfeito na Sagrada Escritura, porque no início do mundo Deus completou, no sexto dia, as obras que começou no primeiro.”

Outra característica que Colvener aponta ao jogo Ludus Regularis é a dificuldade na sua implementação (Le Glay também partilha tal opinião). Esta ideia de dificuldade ou obscuridade não parece ter ligação com a realidade. Na verdade, Wibold explana as regras com cuidado, com pormenores tão detalhados como em que face dos dados se lê o resultado da jogada ou a repetição do estatuto diferenciado da virtude Karitas. Mesmo perante a característica do jogo que podia provocar menor divulgação do mesmo, a sua longa duração, Wibold oferece versões alternativas.

### **NO SÉCULO XX, ALGUMA MATEMÁTICA COM LIGAÇÃO A WIBOLD: A FUNÇÃO W**

Em 1988, os autores Kurt Kreith e Judith Kysh publica-

ram na revista *The Mathematics Teacher*, nos Estados Unidos da América, um artigo que remete para o jogo Ludus Regularis: “The Fourth Way to Sample  $k$  Objects from a Collection of  $n$ ”. Neste artigo, os autores dedicam alguma atenção a técnicas matemáticas de contagem. É justamente em homenagem a Wibold que é usada a notação  ${}^nW_k$  para referir o número de resultados que é possível obter quando se formam subconjuntos de  $k$  elementos a partir de um conjunto com  $n$  objetos, existindo reposição de elementos, mas sem que a ordem de extração tenha relevância.

A partir da análise de Ludus Regularis sabe-se que  ${}^6W_3 = 56$ . O número de resultados possíveis ao extrair  $k$  objetos de um conjunto de  $n$ , com repetição, sem que a ordem seja relevante, é dado por:

$${}^nW_k = {}^{n-1+k}C_k = \frac{(n-1+k)!}{k!(n-1+k-k)!} = \frac{(n-1+k)!}{k!(n-1)!}.$$

## REFERÊNCIAS

[1] Balderic. *Chronicon Cameracense et Atrebatense*. George Colvener, editor. Ioannis Bogardi, 1615.

[2] Boécio Epo. *Boetti Eponis Frisii. Heroicarum et Ecclesiasticarum Quaestionum Libri VI*, Edição por Ioannis Bogardi, 1588.

[3] Kreith, Kurt e Kysh, Judith. “The Fourth Way to Sample  $k$  Objects from a Collection of  $n$ ”. *The Mathematics Teacher*, 81: pp. 146-149, 1988.

[4] Le Glay, André. *Chronique d’Arras et de Cambrai par Balderic*. Paris: Levraut, J.-A. Mercklein, e Téchener, 1834.

## SOBRE A AUTORA

**Carla Cardoso:** Professora no Ensino Secundário desde o ano 2000; doutoranda de História e Filosofia das Ciências na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

**Coordenação do espaço HISTÓRIAS DA MATEMÁTICA:**  
Pedro Freitas, Universidade de Lisboa, [pjfreitas@fc.ul.pt](mailto:pjfreitas@fc.ul.pt)

# No fim das contas ganham todos!

Campeonato da Tabuada.  
Participa!



Provas maio e junho  
na App Multipli



7 Semifinais e 1 Grande Final

$72 = ? \times ?$

$64 = ? \times ?$

$48 = ? \times ?$



Regulamento e Inscrições em [www.campeonato.multipli.pt](http://www.campeonato.multipli.pt)