

A Visita da Velha Senhora

Os problemas são as pérolas da matemática. É natural que os amantes da matemática, profissionais e não só, apreciem um bom problema. As publicações especialmente dedicadas a esta área têm tradições e sempre tiveram os seus públicos fiéis. Hoje damos conta de uma delas, *The Mathematical Visitor*, cujos assinantes recebiam assim a visita regular de uma velha senhora: a matemática...

Para estimular a aprendizagem matemática, Artmas Martin fundou em 1877, nos Estados Unidos da América, uma publicação periódica dedicada exclusivamente a problemas, *The Mathematical Visitor*. Neste jornal, que se publicou até 1896, colaboraram, para além de muitos amadores, matemáticos de renome como B. Pierce e J. J. Sylvester.

Esta tradição que os americanos assim importaram da Europa revelou-se um óptimo veículo para partilha de ideias, se bem que também tenham sido publicados muitos problemas rotineiros, cujas soluções eram solicitadas por pessoas que, muitas vezes, delas de facto necessitavam.

Apesar de não existirem então calculadoras nem computadores, foram propostos e resolvidos nas páginas desta revista problemas como o de determinar uma aproximação de $\sqrt[3]{2}$ com 100 casas decimais, ou determinar uma solução, em inteiros, de $x^2 - 9781y^2 = 1$ (o menor valor positivo de x tem 156 dígitos)!

A editora Mathpro Press publicou em boa hora todos os problemas e todas as soluções, com as ilustrações originais (*Problems and Solutions from The Mathematical Visitor*, MathPro Press 1996). É deste belo livro que retiramos os exemplos que se seguem.

O primeiro problema do primeiro número do *Visitor* é aqui proposto aos leitores:

Dois comboios, um que mede a metros e o outro que mede b metros circulam em linhas paralelas. Quando viajam em sentidos contrários demoram m segundos a cruzar-se, mas quando o mais rápido ultrapassa o mais lento fá-lo em n segundos. Quais são as velocidades dos comboios?



Outro, mais arrebicado, é o problema 230, que pede as primeiras 100 casas decimais de $\sqrt[3]{2}$. O solucionista diz que usou uma regra conhecida para gerar uma aproximação iterativa. A partir de uma fracção próxima do valor procurado, a/b , obtém uma aproximação melhor dada por

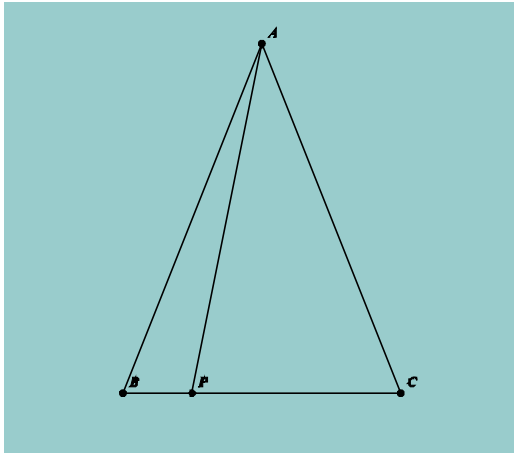
$$\frac{a(a^3 + 4b^3)}{2b(a^3 + b^3)}$$

Recreio

[A Visita da Velha Senhora]

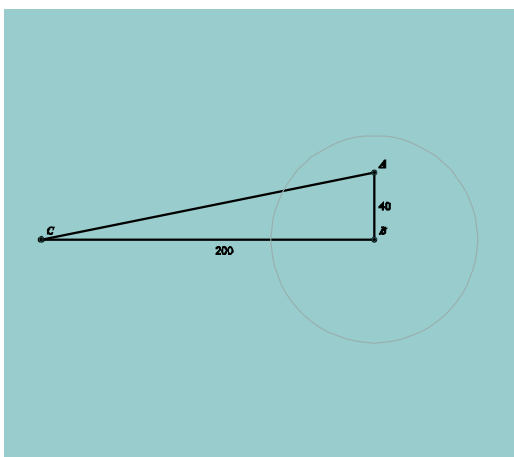
Partindo do valor inicial $5/4$ a primeira iteração já dá 5 casas decimais correctas, a segunda mais de 50, à terceira tem o problema resolvido (à mão!).

Terminamos com dois problemas de geometria. O 91, que pede para mostrar que, na notação da figura, se P é um ponto qualquer na base de um triângulo isósceles, então $AP^2 + BP \times PC$ é constante.

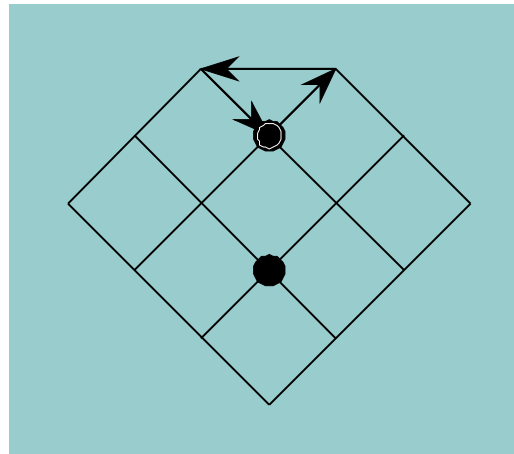


Finalmente, o problema 109:

Temos um campo com a forma de um triângulo rectângulo cujos catetos medem 200 e 40 metros. Um cavalo está preso por uma corda ao vértice B. Qual o comprimento desta corda para que o cavalo possa pastar em metade do campo?



Sobre as questões do número anterior: na perseguição, se o polícia se aproximar ingenuamente do ladrão este poderá fugir repetidamente. Contudo, se o polícia fizer a triangulação indicada, e só depois se lançar atrás do ladrão, vai apanhá-lo pela certa!



Jogando primeiro a equipa pode ganhar como ilustrado na figura (lances ímpares). Os pontos negros não podem evitar três em linha brancos no próximo movimento. **M**

