

Apanhados na Rede

por António Machiavelo

[Departamento de Matemática Pura da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto]

A Astronomia, a Matemática e o Lado Escuro do Universo

A astronomia e a matemática têm uma profícua relação simbiótica há milénios. A colaboração destas duas ciências deu-nos a forma do “Mundo”. Tenta-se agora descobrir a forma do Universo e determinar a natureza da misteriosa “matéria escura” e da ainda mais enigmática “energia escura”...

A matemática cresceu, em grande parte, de mãos dadas com a astronomia. Habitados que estamos às comodidades do mundo actual, esquecemos, ou nem sequer sabemos, que a investigação das regularidades e irregularidades dos movimentos dos astros foi fundamental para ajudar a prever a chegada das estações, o que foi, e ainda é, essencial para a agricultura, e que desempenhou um papel imprescindível na navegação. As civilizações necessitam de mapas e calendários, e estes não podem ser elaborados sem se recorrer a cuidadosas observações astronómicas e ferramentas matemáticas.

A matemática muito deve à astronomia, assim como à geografia, tendo vários resultados em geometria sido motivados por problemas oriundos dessas duas ciências e, muito possivelmente, toda a área da trigonometria nasceu e cresceu de investigações nesses domínios. Reciprocamente, muitas descobertas em astronomia não teriam sido possíveis sem o precioso auxílio de técnicas matemáticas, algumas das quais desenvolvidas com outros propósitos.

É, pois, natural que na introdução ao livro I do seu famoso tratado *As Revoluções das Orbes Celestes*¹, Nicolau Copérnico (1473–1543) escreva que a astronomia era para muitos dos autores clássicos “a consumação da matemática”. Dois exemplos disto que, na minha opinião, deviam ser apresentados com

algum cuidado e detalhe no ensino da matemática dirigido a todos os alunos, seja no ensino básico, seja no secundário, conforme o caso, são a estimativa da circunferência², ou equivalentemente do diâmetro, do planeta que habitamos feita por Eratóstenes de Cirene (ca. 276 a.C. – ca. 194 a.C.), e uma ideia precisa do uso e importância da trigonometria na obra de Cláudio Ptolomeu (ca. 85 d.C. – ca. 165 d. C.), que ficou conhecida como *Almagesto*.

Eratóstenes usou geometria elementar de um modo simples e engenhoso para realizar um feito notável: estimar o tamanho do enorme globo que habitamos sem qualquer necessidade de o circunavegar. Uma descrição interessante desta proeza foi feita por Carl Sagan na série televisiva *Cosmos*, um dos melhores trabalhos de divulgação científica de sempre. Muitos excertos de vários episódios estão disponíveis no *You Tube*, em particular o fragmento sobre Eratóstenes³.

A obra de Ptolomeu, que este intitulou simplesmente *Composição Matemática*, e à qual matemáticos e astrónomos árabes do período por vezes designado por Renascença Islâmica viriam a chamar *O Livro Majestoso*, de onde provém o nome pelo qual a obra é agora conhecida, *Almagesto* (literalmente, “o majestoso”), é uma das obras mais influentes de sempre e inteiramente merecedora dessa alcunha. Nela, Ptolomeu desenvolve uma teoria planetária bastante engenhosa⁴, baseada em métodos

¹Na página 13 da edição publicada pela Fundação Calouste Gulbenkian em 1984.

²Entendida aqui como o perímetro de um círculo máximo.

³Para o encontrar basta pesquisar, no *You Tube*, “Sagan + Eratosthenes”. Ver também <http://galileoandeinstein.physics.virginia.edu/lectures/gkastr1.html>

⁴Em <http://farside.ph.utexas.edu/syntaxis.html>, Richard Kilpatrick tem uma reconstrução do modelo Ptolemaico usando notação moderna, por forma a facilitar a compreensão da extensão das realizações científicas de Ptolomeu. Ver também http://galileoandeinstein.physics.virginia.edu/lectures/greek_astro.htm Ver ainda a página <http://people.sc.fsu.edu/~dduke>, que contém, entre outras coisas, animações de modelos Ptolemaicos de movimento planetário.

desenvolvidos por alguns dos seus predecessores, entre os quais merece especial destaque Hiparco de Nicéia (ca. 190 – ca. 120 a.C.). Como Otto Neugebauer comenta⁵:

O “sistema Ptolemaico” tem sido frequentemente censurado pela preservação por quase 1500 anos de uma estreita, e no entanto demasiado complicada, visão do mundo. É apenas justo sublinhar o facto de que este sistema preservou, pela mesma extensão de tempo, a tradição dos métodos matemáticos que se tornaram instrumentos poderosos nas mãos de Copérnico, Tycho Brahe e Kepler.

No *Almagesto* é exposto um belíssimo resultado de geometria, hoje conhecido como Teorema de Ptolomeu. É bastante provável que este resultado seja bem anterior a Ptolomeu, mas não se conhecendo as suas origens e uma vez que a sua exposição no *Almagesto* é clara e elegante, a designação poderá não ser de todo injusta. O resultado é o seguinte: num quadrilátero inscrito num círculo, o produto das diagonais é igual à soma dos produtos dos lados

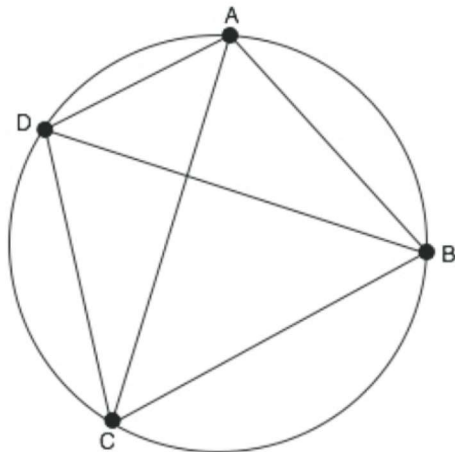


Figura 1: Teorema de Ptolomeu

$$\overline{AB} \times \overline{CD} + \overline{AD} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BD}$$

opostos (ver figura 1). Este teorema é usado por Ptolomeu para dele deduzir resultados auxiliares para a construção de uma tabela de cordas, útil para diversos cálculos astronómicos, ou seja, uma tabela fornecendo, num determinado círculo, os comprimentos de um certo número de cordas em função dos respectivos arcos. Entre outras coisas, Ptolomeu mostra como usar o teorema referido para, dadas duas cordas determinadas por dois arcos, calcular a corda correspondente à diferença desses arcos. O que obtém corresponde exactamente à fórmula que fornece o seno da diferença de dois ângulos à custa dos senos e cossenos dos respectivos ângulos⁶. É pena que esta fórmula quase nunca seja apresentada neste contexto, em que se percebe a motivação para a sua descoberta.

Discrepâncias entre aquilo que é esperado ou previsto por um modelo matemático e aquilo que é observado foram sempre importantes fontes de descoberta, conduzindo a aperfeiçoamentos dos respectivos modelos ou a importantes mudanças de paradigmas científicos. Nas últimas décadas, algumas dessas discrepâncias surpreenderam a comunidade científica, mostrando que o Universo é ainda mais misterioso do que até então se imaginava. Por um lado, nos fins da década de 1960 e início da de

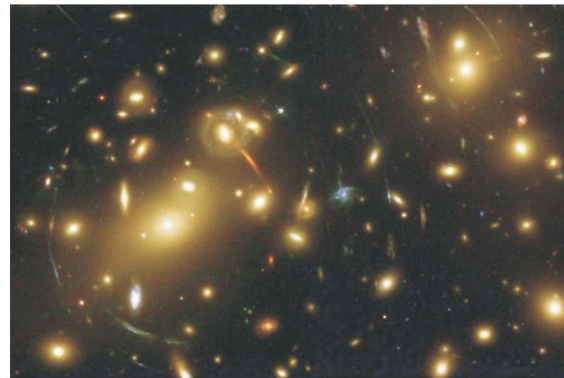


Imagem: Hubble

Figura 2: Lente gravitacional

⁵No fim da página 1015 do artigo, disponível online, “Mathematical Methods in Ancient Astronomy”, *Bulletin of the AMS* 54 (1948) 1013–1041.

⁶Para mais detalhes, ver http://en.wikipedia.org/wiki/Ptolemy's_theorem, o livro *Trigonometric Delights* de Eli Maor, disponível online em <http://press.princeton.edu/books/maor> e o capítulo XII do Livro I na edição da Fundação Calouste Gulbenkian da obra de Copérnico acima mencionada.

⁷Na década de 1930, um fenómeno análogo tinha já sido observado num aglomerado de galáxias pelo astrofísico Fritz Zwicky, mas esta descoberta foi praticamente ignorada. Ver http://en.wikipedia.org/wiki/Dark_matter e <http://www.slac.stanford.edu/pubs/beamline/31/1/31-1-maurer.pdf>.

⁸Como, por exemplo, lentes gravitacionais, como a da imagem na figura 2, que é provocada pelo aglomerado de galáxias Abell 1689.

⁹Para mais informações sobre este assunto, ver: http://chandra.harvard.edu/xray_astro/dark_matter

Apanhados na Rede

[A Astronomia, a Matemática e o Lado Escuro do Universo]

1970, uma jovem astrónoma, Vera Rubin, descobriu que as estrelas de muitas galáxias orbitam em torno do respectivo centro galáctico de uma forma totalmente inesperada⁷. Estas e outras observações subsequentes⁸ apontam para a existência daquilo que é designado por *matéria escura*, por não emitir nem absorver qualquer radiação no espectro electromagnético, sendo apenas detectável através dos seus efeitos gravíticos⁹. Por outro lado, em finais

http://www.ted.com/index.php/talks/patricia_burchat_leads_a_search_for_dark_energy.html

Existem algumas explicações alternativas para estes dois enigmas, algumas das quais, em particular para a *energia escura*, têm a ver com a geometria global do Cosmos¹². Há vários projectos e experiências para tentar lançar alguma luz nestes mistérios obscuros, que incluem: *JDEM – Joint Dark Energy Mission*¹³; *CDMS – Cryogenic Dark Matter Search*¹⁴; *LUX – Large*

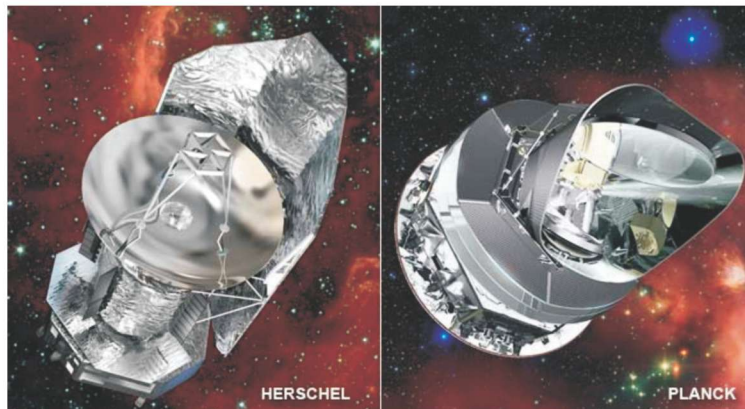


Figura 3: Observatórios espaciais Herschel e Planck.

da década de 1990, duas equipas distintas de astrónomos, estudando supernovas para determinar a variação da velocidade de expansão do universo ao longo do tempo, chegaram à mesma conclusão, completamente não antecipada e surpreendente: essa expansão tem vindo a acelerar¹⁰! Para explicar como tal é possível, uma vez que se esperava que a gravidade desacelerasse a expansão do universo, foi proposta a existência de uma misteriosa *energia escura*.

Numa palestra TED¹¹, Patricia Burchat, da Universidade de Stanford, explica o que são a *matéria escura* e a *energia escura*, e qual a evidência da existência de ambas. Esta palestra está disponível em:

*Underground Xenon*¹⁵; *SNLS – SuperNova Legacy Survey*¹⁶; o radio-telescópio internacional *Square Kilometre Array*¹⁷ (a construir); o *Grande Acelerador de Hadrões*¹⁸; o telescópio espacial de raios gama *Fermi*¹⁹ e os recentes observatórios espaciais *Planck*²⁰ e *Herschel*²¹. É muito possível que surjam importantes e extraordinárias descobertas num futuro bem próximo, incluindo alguma informação sobre a geometria global do Universo.

Tudo isto mostra bem que a astronomia e a matemática, parceiras há já vários milénios, continuam a viver juntas emocionantes aventuras na descoberta do Cosmos, recheado de mistérios, que habitamos. **M**

¹⁰Para uma descrição desta descoberta, assim como do papel nela desempenhado pelo telescópio espacial *Hubble*, ver: http://hubblesite.org/hubble_discoveries/dark_energy

¹¹TED é um acrónimo para *Technology, Entertainment, Design*, um evento onde se trocam ideias num conjunto de palestras, muitas das quais excelentes e disponíveis em <http://www.ted.com>.

¹²Ver: Timothy Clifton e Pedro G. Ferreira, *Does Dark Energy Really Exist?*, *Scientific American*, volume 300, número 4 (Abril 2009), 32–39. Disponível online no endereço <http://astronomy.case.edu/heather/us211.09/darkenergy1.pdf>

¹³<http://jdem.gsfc.nasa.gov>

¹⁴<http://cdms.berkeley.edu>

¹⁵<http://lux.brown.edu>

¹⁶<http://cfht.hawaii.edu/SNLS>

¹⁷<http://www.skatelescope.org>

¹⁸Ver: http://en.wikipedia.org/wiki/Large_Hadron_Collider e <http://public.web.cern.ch/public/en/LHC/WhyLHC-en.html>

¹⁹<http://fermi.gsfc.nasa.gov>

²⁰<http://www.esa.int/SPECIALS/Planck>

²¹<http://www.esa.int/SPECIALS/Herschel>